

*На правах рукописи*

КЫЗЫРГУЛОВ Ильгиз Раянович

**ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОДСИСТЕМ  
НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА  
МНОГОПОДРЕШЕТОЧНЫХ  
СЕГНЕТОМАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛОВ**

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

УФА – 2014

Работа выполнена на кафедрах теоретической физики и статистической радиофизики и связи физико-технического института федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Башкирский государственный университет».

**Научный консультант** – доктор физико-математических наук, профессор Харрасов Мухамет Хадисович.

**Официальные оппоненты:**

Садовников Борис Иосифович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделением теоретической и экспериментальной физики физического факультета Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова»;

Белим Сергей Викторович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой информационной безопасности федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Омский государственной университет им. Ф.М.Достоевского»;

Шавров Владимир Григорьевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией магнитных явлений в микроэлектронике Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова» Российской академии наук.

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт физики им. Х.И.Амирханова» Дагестанского научного центра Российской академии наук.

Защита состоится «\_\_» \_\_\_\_\_ 2014 года, в \_\_ на заседании диссертационного совета Д 212.296.03 при Челябинском государственном университете, по адресу: 454001, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129; конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Челябинского государственного университета.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета, доктор физико-математических наук, профессор

Е.А.Беленков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Основополагающие идеи и математические методы, предложенные и развитые Н.Н.Боголюбовым, способствовали значительному развитию статистической механики многих взаимодействующих частиц. На основе этих методов были получены принципиально важные результаты при исследовании систем с вырожденным состоянием равновесия в различных системах: сверхтекучие, сверхпроводящие системы, включая сверхтекучую ядерную материю, ферро- и антиферромагнетики, сегнетомагнетики [1-2]. Данные методы нашли свое применение при исследовании физических явлений, обусловленных одновременным сочетанием нескольких свойств различных материалов, например, сегнетомагнитных кристаллов, сочетающих в себе диэлектрические и магнитные свойства [3-6], что делает их перспективными в отношении принципиально новых применений.

Изучение сегнетомагнитных кристаллов – соединений со структурой перовскита, в которых при определенном интервале температур возможно сосуществование магнитного и сегнетоэлектрического дальнего порядка, – вызывает большой научный интерес в связи с использованием данных соединений в современной микроэлектронике: в них существует сильное магнитоупругое и магнитоэлектрическое взаимодействие [6-9], что позволяет с помощью воздействия на магнитную подсистему СВЧ-излучением управлять их акустическими и электрическими свойствами. Кроме этого, сегнетомагнетики могут быть использованы для создания новых видов компьютерной памяти, сенсоров, силовых приводов и различных многофункциональных устройств.

К настоящему времени исследован целый ряд динамических эффектов, обусловленных различными взаимодействиями в антиферромагнетиках, сегнетоферромагнетиках, сегнетоантиферромагнетиках, например, усиление магнитоупругого или магнитоэлектрического взаимодействия за счет обменного взаимодействия локализованных магнитных моментов [6]. С обнаружением значительного количества сегнетомагнитных материалов, у которых магнитная и сегнетоэлектрическая подсистемы являются многоподрешеточными [3-4], появилась необходимость изучения взаимодействий между подсистемами в подобных кристаллах, а также проведение детального анализа возможности усиления

магнитоупругой и магнитоэлектрической связей с учетом симметрии их кристаллической решетки [5-7].

Наиболее плодотворными при исследовании модельных гамильтонианов, описывающих системы различных типов, оказались методы вторичного квантования и канонических преобразований Н.Н.Боголюбова, а также методы двухвременных температурных функций Грина [10]. Ряд важных результатов при исследовании систем многих взаимодействующих частиц позволили получить также методы теории калибровочных полей. В последнее время концепция калибровочных полей весьма эффективно используется для описания структурных особенностей и физических свойств пространственно неупорядоченных кристаллов [11]. Представляет интерес распространить эти методы на изучение динамических взаимодействий в сложных кристаллах с дальним сегнетомагнитным упорядочением при наличии непрерывно распределенных дислокаций и дисклинаций.

Значительным событием в физике, химии и технологии новых материалов явилось открытие высокотемпературной сверхпроводимости в купратах, что породило определенные надежды на переворот в сильноточной электротехнике, микроэлектронике, информационно-вычислительной технике, технике физического эксперимента [5]. Однако многочисленные экспериментальные исследования показали, что высокотемпературные сверхпроводящие материалы, несмотря на высокую критическую температуру, значительно уступают по своим физическим характеристикам хорошо апробированным низкотемпературным сверхпроводникам, таким как критическая плотность электрического тока, нижнее критическое поле. Высокотемпературные сверхпроводники обладают низкими технологическими качествами: зернистостью структуры, гранулярностью и, как результат, механической хрупкостью. Все это ограничивает возможности использования новых высокотемпературных сверхпроводящих материалов в сильноточной электротехнике. Поэтому весьма актуальной задачей является создание новых высокотехнологических высокотемпературных сверхпроводящих материалов с высокими критическими параметрами. А для этого актуальным остается изучение электрон-фононного взаимодействия в системах с сильной межэлектронной корреляцией и исследование влияния спиновой подсистемы на эффективный параметр электрон-фононного взаимодействия.

**Цель диссертационной работы** состоит в построении теории взаимодействия подсистем (сегнетоэлектрической, магнитной, упругой) сегнетомагнитных кристаллов с различным типом магнитного и сегнетоэлектрического порядка (антиферромагнетик, антисегнетоферромагнетик, антисегнетоантиферромагнетик) на основе симметричного подхода в нормальной и сверхпроводящей фазе.

**Основные задачи работы:**

- Исследовать влияние магнитоупругого взаимодействия на спектр связанных магнитоупругих волн в антиферромагнитных кристаллах со структурой перовскита с многоподрешеточной магнитной подсистемой;
- Изучить влияние магнитоупругого, магнитоэлектрического и электроупругого взаимодействия на спектры связанных сегнетомагнитоупругих волн в антисегнетоферромагнитных и антисегнетоантиферромагнитных кристаллах на основе симметричного подхода;
- Выяснить возможность усиления магнитоупругой и магнитоэлектрической связи в исследуемых антиферромагнитных и антисегнетоантиферромагнитных кристаллах, определить влияние магнитного, электрического полей, механического напряжения, учесть затухание;
- Рассмотреть теорию калибровочных полей для описания сегнетомагнитоупругих сред с непрерывно распределенными линейными дефектами;
- Изучить спин-фононную динамику высокотемпературных сверхпроводников в сверхпроводящей и смешанной фазе с учетом анизотропии кристалла;
- Рассмотреть электрон-фононное взаимодействие в пространственнеупорядоченной системе с сильной межэлектронной корреляцией.

**Научная новизна:**

- Впервые исследовано обменное усиление магнитоупругой связи в спектре связанных магнитоупругих волн в многоподрешеточных перовскитных соединениях  $MnF_2$ ,  $LaMnO_3$ ,  $YBa_2Cu_3O_6$ ;
- Впервые построен общий метод нахождения спектра связанных магнитоупругих волн в  $2^n$ -подрешеточных антиферромагнетиках на основе метода приближенного вторичного квантования;

- Впервые исследовано влияние магнитоупругого, магнитоэлектрического и электроупругого взаимодействий на спектры связанных сегнетомагнитоупругих волн в антисегнетоферромагнитных и антисегнетоантиферромагнитных кристаллах тетрагональной и орторомбической симметрии;
- Получены аналитические выражения для параметров магнитоупругого и магнитоэлектрического взаимодействий, которые могут принимать большие значения в области фазовых переходов, проведены численные исследования с учетом влияния внешних полей, затухания;
- Впервые теория калибровочных полей обобщена для описания сегнетомагнитоупругих сред с непрерывно распределенными линейными дефектами;
- Построена теория обменного усиления электрон-фононного взаимодействия в высокотемпературных сверхпроводниковых материалах с учетом анизотропии кристаллической решетки;
- Развита теория возмущения по беспорядку для электронов, движущихся в случайном поле “примесей”-рассеивателей, найдена коллективная мода фононного облака, окружающего полярон, и установлено влияние процессов рассеяния этой моды на энергетический спектр как локализованных, так и делокализованных поляронов.

**Теоретическая и практическая значимость работы** определяется тем, что построена теоретическая основа исследования связанных сегнетомагнитоупругих волн в соединениях, имеющих структуру типа перовскита. Выявлены механизмы эффективного управления магнитными, электрическими и упругими свойствами в этих материалах, что имеет важное значение при создании новых функциональных элементов современной микроэлектроники.

Полученные результаты представляют интерес при изучении свойств высокотемпературных сверхпроводников в нормальной фазе. Результаты работы могут быть использованы при синтезе новых высокотемпературных сверхпроводящих материалов с более высокими значениями критической температуры сверхпроводящего перехода. Учет деформаций и дислокаций в сегнетомагнетиках при нахождении связанных сегнетомагнитных волн, а также влияние внеш-

них магнитных и электрических полей расширяет возможность использования представленных результатов на практике.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Обобщение теории обменного усиления магнитоупругого взаимодействия для многоподрешеточных антиферромагнитных кристаллов со структурой перовскита  $\text{MnF}_2$ ,  $\text{LaMnO}_3$ ,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$ ; результаты исследования влияния взаимодействия подсистем на спектр магнитоупругих волн в этих кристаллах;
2. Общий метод нахождения спектра спиновых волн для  $2^n$ -подрешеточного антиферромагнетика, дисперсионное уравнение, определяющее спектр связанных магнитоупругих волн;
3. Развитие теории взаимодействия сегнетоэлектрических, спиновых и упругих подсистем в модельных антисегнетоферромагнетиках орторомбической симметрии;
4. Построение теории связанных сегнетомагнитоупругих волн в модельных антисегнетоантиферромагнетиках тетрагональной и орторомбической симметрии; усиление магнитоупругой и магнитоэлектрической связи в антисегнетоантиферромагнетиках с двух- и четырехподрешеточной магнитной подсистемой за счет обменного взаимодействия локализованных магнитных моментов;
5. Обобщение теории калибровочных полей для описания сегнетомагнитоупругих сред с непрерывно распределенными линейными дефектами;
6. Развитие теории спин-фононного взаимодействия в высокотемпературных сверхпроводниках на случай кристаллов с тетрагональной и кубической симметрией кристаллической решетки;
7. Обобщение теории возмущений для пространственнеупорядоченных систем с сильной межэлектронной корреляцией в рамках модели Хаббарда-Холстейна.

**Личный вклад** автора заключается в выборе и постановке задач настоящего исследования, в выборе методов исследования, проведении аналитиче-

ских и численных расчетов. В проведении некоторых расчетов принимали участие соавторы: И.Ф.Шарафуллин (разделы 3.4.), Ф.А.Исхаков (раздел 5.3.), А.Т.Хусаинов (глава 4 и глава 6). Интерпретация полученных результатов и написание статей проводились совместно с соавторами.

**Достоверность результатов** обеспечивается использованием современного апробированного аппарата статистической механики, математических методов расчета, ясной физической интерпретацией полученных эффектов. Правильность результатов проверялась сравнением с известными частными решениями.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на Международной школе-семинаре «Новые магнитные материалы микроэлектроники» (Москва, 1998, 2000, 2002, 2004, 2006, 2009, 2012), Московском международном симпозиуме по магнетизму MISM (Москва, 1999, 2005, 2008, 2011), Объединенной международной конференции по магнитоэлектронике (Екатеринбург, 2000), Международной конференции по фазовым переходам (Махачкала, 2000, 2002, 2004), Байкальской международной конференции «Магнитные материалы» (Иркутск, 2003), Открытой школы-конференции стран СНГ «Ультрамелкозернистые и наноструктурные материалы» (Уфа, 2008, 2012), Международном симпозиуме «Упорядочение в минералах и сплавах» (Ростов-на-Дону, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013), Международном симпозиуме «Порядок, беспорядок и свойства оксидов» (Ростов-на-Дону, 2008, 2009, 2010, 2011), IV Евро-Азийском международном симпозиуме EASTMAG (Екатеринбург, 2010), Всероссийской научной конференции молодых ученых (Томск, 2000, Екатеринбург, 2005, Новосибирск, 2006, Уфа, 2008), Международной школе-конференции для молодых ученых «Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании» (Уфа, 2010), Региональной конференции по резонансным и нелинейным явлениям в конденсированных средах (Уфа, 1999), Научной конференции по научно-техническим программам Минобразования России (Уфа, 1998, 1999).

**Публикации.** Основные результаты диссертации изложены в 35 научных статьях, в том числе в 21 статье в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК для опубликования результатов диссертаций на соискание уче-



ных степеней доктора и кандидата наук, а также в трудах перечисленных выше конференций и семинаров.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка цитированной литературы, включающего 226 наименований. Общий объем диссертации составляет 251 страницу, включая 44 рисунка.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** дается краткий обзор литературы, обосновывается актуальность выбора и практическая значимость темы диссертации, формулируется цель исследования и излагается краткое содержание диссертации по главам.

**Глава 1** состоит из пяти разделов и посвящена теории магнитоупругого взаимодействия в перовскитовых структурах и изучению возможности усиления связи спиновых и упругих волн параметром однородного обменного взаимодействия. В разделе 1.1. рассмотрен феноменологический гамильтониан антиферромагнетика  $\text{MnF}_2$ , в котором учитываются энергия магнитной, упругой частей системы и энергия их взаимодействия [5]:

$$H = H_M + H_U + H_{MU}, \quad (1)$$

$$H_M = \frac{1}{2} \int d\vec{x} \left\{ \chi_{jm}^{\alpha\beta} M_j^\alpha M_m^\beta + \alpha_{ijmn}^{\alpha\beta} \frac{\partial M_i^\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial M_m^\beta}{\partial x_n} \right\},$$

$$H_U = \frac{1}{2} \int d\vec{x} (\rho \dot{u}^2 + \Lambda_{ijmn} u_{ij} u_{mn}),$$

$$H_{MU} = \int d\vec{x} \left\{ \lambda_{ijmn}^{\alpha\beta} M_i^\alpha M_j^\beta u_{mn} \right\},$$

$$\chi_{jm}^{\alpha\beta} = I_{jm}^{\alpha\beta} + \beta_{jm}^{\alpha\beta},$$

где  $I_{jm}^{\alpha\beta}$  –тензор однородного обменного взаимодействия;  $\beta_{jm}^{\alpha\beta}$  –тензор анизотропии;  $\alpha_{ijmn}^{\alpha\beta}$  –тензор неоднородного обменного взаимодействия;  $\Lambda_{ijmn}$  –тензор упругости;  $\lambda_{ijmn}^{\alpha\beta}$  –тензор магнитоупругости;  $u_{mn}$  –тензор деформации;  $\vec{M}^\alpha$  –намагниченности подрешеток;  $\alpha, \beta = 1, 2$ ;  $i, j, m, n = x, y, z$ .

С помощью метода приближенного вторичного квантования и канонических преобразований Н.Н. Боголюбова получены спектры спиновых волн [10,

12-13], дисперсионное уравнение, определяющее связанные магнитоупругие волны:

$$\prod_{\gamma} \prod_s (\omega^2 - \varepsilon_{k\gamma}^M)(\omega^2 - \varepsilon_{ks}^U) - 4 \sum_{\gamma s} |\Psi_{k\gamma s}|^2 \varepsilon_{k\gamma}^M \varepsilon_{ks}^U \prod_{\substack{\gamma' \neq \gamma \\ s' \neq s}} (\omega^2 - \varepsilon_{k\gamma'}^M)(\omega^2 - \varepsilon_{ks'}^U) = 0,$$

где  $\varepsilon_{k\gamma}^M$ ,  $\varepsilon_{ks}^U$  – спектр спиновых и упругих волн соответственно,  $s = 1, t_1, t_2$ ,  $\gamma = 1, 2$ .

Исследован коэффициент магнитоупругой связи при различных направлениях распространения связанной магнитоупругой волны. Обнаружено, что связь первой и второй спиновой ветви с фоновыми ветвями усиливается параметром обменного взаимодействия.

В разделе 2.2. обсуждены экспериментальные данные по кристаллической и магнитной структуре соединения  $\text{LaMnO}_3$ . Основное состояние антиферромагнитной подсистемы рассматриваемого кристалла, в отсутствие внешнего магнитного поля, определяется четырьмя магнитными подрешетками. На основе феноменологического гамильтониана (1) с учетом четырех магнитных подрешеток и с помощью канонических преобразований Н.Н. Боголюбова получены спектры спиновых волн, состоящих из четырех ветвей. Исследован параметр магнитоупругого взаимодействия для различных направлений распространения связанной магнитоупругой волны. Установлено, что при некоторых направлениях распространения волны связь между спиновыми ветвями и поперечными упругими колебаниями являются обменно усиленной. Получено дисперсионное уравнение, определяющее спектр связанных магнитоупругих волн [6]. Спектр связанных магнитоупругих волн при распространении волны вдоль оси  $\vec{X}$  изображен на рис.1. На рис.1 пунктирными линиями обозначены спиновые и фоновые ветви без учета взаимодействия подсистем, а сплошными линиями – с учетом взаимодействия подсистем. Из рис.1 видно, что в области магнитоупругого резонанса (в области пересечения спиновых и упругих ветвей) происходит перепутывание ветвей, так что двигаясь вдоль одной из них можно переходить из спиновой волны в звуковую, из звуковой волны в спиновую.

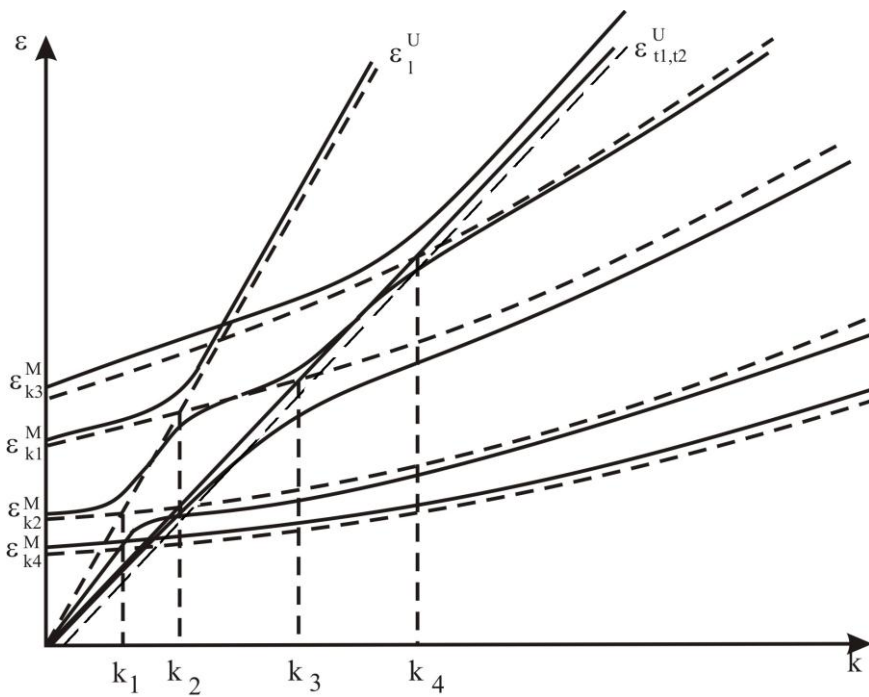


Рис.1. Спектр связанных магнитоупругих волн при  $\vec{k}||\vec{X}$ ,

В разделе 1.3. обсуждены экспериментальные данные по кристаллической и магнитной структуре соединений типа  $YBa_2Cu_3O_y$  и их фазовая диаграмма в переменных  $(T, y)$  (температура и концентрация атомов кислорода). Анализируя экспериментальные данные, показано, что основное состояние антиферромагнитной подсистемы рассматриваемого кристалла определяется восемью скомпенсированными магнитными подрешетками (коллинеарная антиферромагнитная структура). На основе феноменологического гамильтониана антиферромагнетика (1) с помощью приближенного вторичного квантования и канонических преобразований Боголюбова найден спектр спиновых волн, состоящий из восьми ветвей, две ветви из которых являются низкочастотными, а остальные шесть ветвей – высокочастотными. Исследован спектр связанных магнитоупругих волн в кристалле  $YBa_2Cu_3O_6$  в тетрагональной фазе. Получено дисперсионное уравнение, определяющее спектр связанных магнитоупругих колебаний. Исследования магнитоупругого взаимодействия для различных направлений распространения связанной магнитоупругой волны показали, что при  $\vec{k}||\vec{Z}$  связь второй спиновой ветви с первой поперечной фононной ветвью усиливается в  $\delta^{1/2}$  раз, где  $\delta$  – параметр обменной связи. При  $\vec{k}||\vec{Y}$  усиленным является коэффициент связи первой спиновой ветви со второй поперечной фо-

нонной ветвью, а при  $\vec{k}||\vec{X}$  – коэффициенты связи первой и второй спиновых ветвей с поперечными фононными ветвями  $t_1$  и  $t_2$  соответственно.

В разделе 1.4. исследованы связанные магнитоупругие волны в антиферромагнитных кристаллах с  $2^n$ -подрешеточной магнитной подсистемой ( $n=0,1,2,\dots$ ). На основе гамильтониана, в котором учитывается энергия магнитной, упругой частей системы и энергия их взаимодействия, найден спектр спиновых и упругих волн.

Энергия магнитной подсистемы имеет вид:

$$H_M = \sum_{k\gamma} \varepsilon_{k\gamma}^M c_{k\gamma}^+ c_{k\gamma},$$

где  $\varepsilon_{k\gamma}^M = [C_\gamma^2 - D_\gamma^2]^{1/2}$  – спектр спиновых волн,

$$C_\gamma = \sum_{\beta=1}^{2^n} a[\gamma, \beta] A_k^{1\beta}, \quad D_\gamma = \sum_{\beta=1}^{2^n} a[\gamma, \beta] B_k^{1\beta}.$$

Величина  $a[\gamma, \beta]$ , в зависимости от  $\gamma$  и  $\beta$ , будет определять знак перед  $A_k^{1\beta}$  и  $B_k^{1\beta}$ , т.е. примет значение 1 или -1. Для определения  $a[\gamma, \beta]$  нужно воспользоваться таблицей:

1 подреш. N=0 $\gamma, \beta = 1$	2 подреш. n=1 $\gamma, \beta = 1, 2$	4 подреш. n=2 $\gamma, \beta = 1, 2, 3, 4$	8 подреш. n=3 $\gamma, \beta = 1, \dots, 8$	...	$2^n$ подреш. $\gamma, \beta = 1, \dots, 2^n$
A:=1	B:= $\begin{pmatrix} A & A \\ A & -A \end{pmatrix}$	C:= $\begin{pmatrix} B & B \\ B & -B \end{pmatrix}$	D:= $\begin{pmatrix} C & C \\ C & -C \end{pmatrix}$	...	{N+1}:= $\begin{pmatrix} \{N\} & \{N\} \\ \{N\} & -\{N\} \end{pmatrix}$
$a[\gamma, \beta]: A$	$a[\gamma, \beta]: B$	$a[\gamma, \beta]: C$	$a[\gamma, \beta]: D$		$a[\gamma, \beta]: \{N+1\}$

Также в разделе получено дисперсионное уравнение, определяющее спектр связанных магнитоупругих волн.

В разделе 1.5. исследуется влияние неколлинеарности магнитных подрешеток на спектр спиновых волн в кристалле  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  в качестве поправки к спектру, найденному с условием коллинеарности магнитных подрешеток. Скос магнитного момента подрешеток  $\Delta\theta$  считается малым. Установлено, что отно-

сительные изменения щели в спектре спиновых волн оказываются значительными.

**Глава 2** состоит из трех разделов и посвящена рассмотрению взаимного влияния магнитной сегнетоэлектрической и упругой подсистем в антисегнетоферромагнетиках, приводящего к изменению спектров собственных колебаний этих подсистем, появлению связанных сегнетомагнитоупругих волн.

В разделе 2.1. рассмотрено феноменологическое выражение для энергии антисегнетоферромагнетика с произвольной симметрией тензоров магнитоэлектрического, магнитоупругого и электроупругого взаимодействия с двумя зеркальными электрическими подрешетками и естественным релятивистским спин-орбитальным характером магнитоэлектрической связи [5]:

$$\begin{aligned}
H &= H_M + H_F + H_U + H_{MF} + H_{MU} + H_{FU}, \\
H_M &= \frac{1}{2} \int d\vec{x} \left\{ \frac{1}{2} \alpha_{ijmn} \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \frac{\partial M_m}{\partial x_n} + \beta_{ij} M_i M_j - (\vec{H}_0, \vec{M}) \right\}, \\
H_F &= \int d\vec{x} \left\{ \frac{4\pi}{\lambda} \left[ \Gamma_{ij}^{\alpha\beta} \frac{\dot{P}_i^\alpha \dot{P}_j^\beta}{2} + \frac{1}{2} S_{ijmn}^{\alpha\beta} \frac{\partial P_i^\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial P_m^\beta}{\partial x_n} \right] + \frac{1}{2} \kappa_{ij}^{\alpha\beta} P_i^\alpha P_j^\beta \right\}, \\
H_U &= \frac{1}{2} \int d\vec{x} (\rho \dot{u}^2 + \Lambda_{ijmn} u_{ij} u_{mn}), \\
H_{MF} &= \int d\vec{x} \left\{ a_{ij} P_i^\alpha M_j + a_{ijm} P_i^\alpha M_j M_m \right\}, \\
H_{MU} &= \int d\vec{x} \left\{ b_{ijm} M_i u_{jm} + b_{ijmn} M_i M_j u_{mn} \right\}, \\
H_{FU} &= \int d\vec{x} \left\{ w_{ijm}^\alpha P_i^\alpha u_{jm} + v_{ijmn}^\alpha \frac{\partial P_i^\alpha}{\partial x_j} u_{mn} \right\}.
\end{aligned}$$

Здесь  $\vec{P}^\alpha$  – отклонение вектора поляризации  $\alpha$ -той подрешетки от его равновесного значения;  $\kappa_{ij}^{\alpha\beta}$  – тензор обратной диэлектрической восприимчивости;  $S_{ijmn}^{\alpha\beta}$  – тензор корреляционных свойств;  $\lambda$  – квадрат частоты продольных оптических фононов при  $k \rightarrow 0$ , совпадающего по порядку величины с плазменной частотой;  $a_{ij}$  – тензор линейного магнитоэлектрического взаимодействия;  $a_{ijm}$  – тензор естественного релятивистского взаимодействия;  $b_{ijm}$  – тензор пьезомагнетизма;  $w_{ijm}^\alpha$  – тензор пьезоэлектрических постоянных;  $v_{ijmn}^\alpha$  – тензор, отвечающий за связь неоднородности поляризации и деформации.

В разделе 2.2. найдено дисперсионное уравнение антисегнетоферромагнетика. Введены новые обозначения спектров  $\varepsilon_{ka}$ -подсистем и вторичноквантованных операторов  $r_{ka}$ , при  $a,b=1,2,\dots,8$ . Гамильтониан антисегнетоферромагнетика в новых обозначениях выглядит в виде:

$$H = \sum_{ka} \varepsilon_{ka} r_{ka}^+ r_{ka} + \sum_{kab} \gamma_{ab} r_{ka} (r_{-kb} - r_{kb}^+) + \text{э.с.}$$

В целях нахождения собственных частот связанных сегнетомагнитоупругих волн использованы уравнения движения для операторов  $r_{ka}$ . С точностью до членов, квадратичных по коэффициентам связи, которые обычно малы, получено следующее дисперсионное уравнение:

$$\prod_{a=1}^8 (\varepsilon_a^2 - \omega^2) - \sum_{a,b} 4\varepsilon_a \varepsilon_b |\gamma_{ab}|^2 \prod_{c \neq a,b}^8 (\varepsilon_c^2 - \omega^2) = 0.$$

Спектр связанных сегнетомагнитоупругих волн в отсутствии внешних полей при  $\vec{k} \parallel \vec{X}$  будет иметь вид, представленный на рис.2. Из рис. 2 видно, что ветви  $E_{k12}$  и  $E_{k22}$  со спиновыми и упругими ветвями не взаимодействуют, а ветви  $E_{k11}$  и  $E_{k21}$  взаимодействуют как со спиновыми ветвями, так и с упругими.

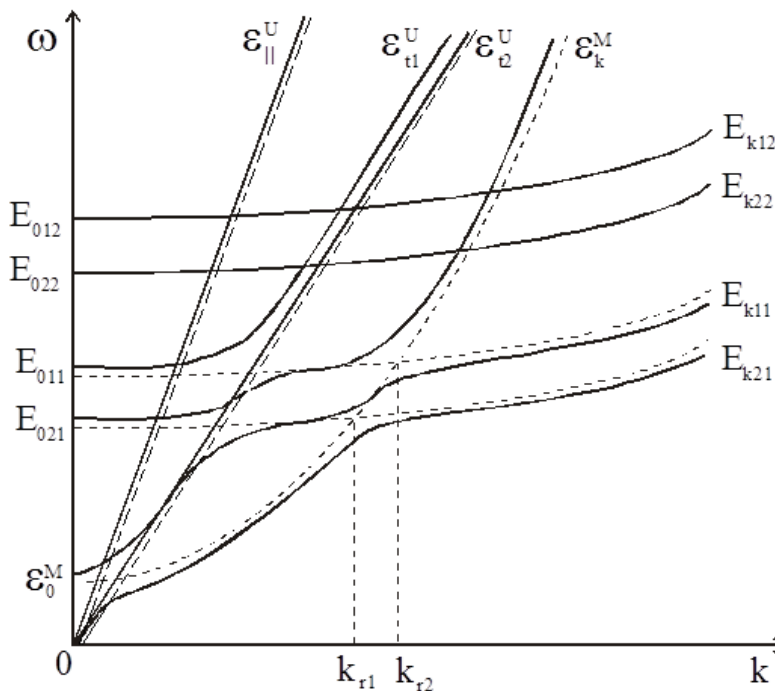


Рис.2. Спектр связанных сегнетомагнитоупругих волн при  $\vec{k} \parallel \vec{X}$

Также в разделе исследовано магнитоэлектрическое взаимодействие в антисегнетоферромагнетике во внешнем магнитном поле. Найдены параметры

магнитоэлектрической, магнитоупругой, электроупругой связи при различных направлениях волнового вектора  $\vec{k}$  относительно намагниченностей и поляризации подрешеток, внешнего магнитного поля.

Кроме этого, в разделе рассмотрен эффект динамического усиления магнитоэлектрической связи. Обнаружено, что в области фазового перехода анти-сегнетоэлектрик-сегнетоэлектрик наблюдается значительное уменьшение щели в спектре первой и второй сегнетоэлектрических ветвей. Так как вдали от области фазового перехода коэффициент магнитоэлектрической связи имеет порядок  $\xi = \Psi_{k\delta 1}^{MF} / E_{k\delta 1} \approx 10^{-4}$ , то в области фазового перехода (при условии  $\varepsilon_0^M < E_{0\delta 1}$ ) он становится на четыре порядка выше и составляет  $\xi \approx 1$ .

В разделе 2.3. на примере собственного сегнетоэлектрического кристалла орторомбической симметрии, обладающего выделенной осью, изучено взаимодействие сегнетоэлектрических и упругих волн с учетом влияния внешнего электрического поля. В рамках лагранжевого формализма получено выражение для свободной энергии сегнетоэлектрика, путем минимизации которого найдено основное состояние, определены равновесные значения  $p_z$  и z-компоненты вектора напряженности электрического поля. Записывая уравнение Лагранжа в сферических координатах, получено следующее уравнение sin-Гордона с возмущением в правой части:

$$\theta_{\tau\tau} - \theta_{\bar{y}\bar{y}} + \sin \theta = \frac{N(\theta)}{E_z p},$$

решение которого имеет вид:

$$\theta = \sqrt{\arctg\left(\frac{1-\Psi}{\Psi+\varepsilon^2} \frac{1}{ch^2(\xi\sqrt{1-\Psi})}\right)},$$

где  $\Psi$ ,  $\varepsilon$  и  $\xi$  – параметры солитона, зависящие от времени.

Таким образом, взаимодействие сегнетоэлектрических и упругих волн в сегнетоэлектриках проявляется как волновые возмущения или как излучение предшествующих или отстающих солитонов.

**Глава 3** посвящена исследованию связанных сегнетомагнитоупругих волн в антисегнетоантиферромагнетиках с двухподрешеточной и четырехподрешеточной магнитной подсистемой с орторомбической симметрией кристал-

лической структуры. Ранее подобные исследования проводились для сегнетоантиферромагнитных кристаллов [5].

В разделе 3.1. рассмотрены связанные сегнетомагнитоупругие волны в антисегнетоантиферромагнетиках. На основе феноменологического гамильтониана антисегнетоантиферромагнетика с двумя зеркальными электрическими и с двумя магнитными подрешетками найдены спектры спиновых, сегнетоэлектрических и упругих возбуждений, параметры взаимодействий между подсистемами, а также дисперсионное уравнение.

Спектр связанных сегнетомагнитоупругих волн в отсутствии внешнего магнитного поля при распространении волны вдоль оси  $Y$  представлена на рис.3, из которого видно, что изменение щели в спектре спиновой и сегнетоэлектрической волны, обусловленное магнитоупругим или магнитоэлектрическим взаимодействием, увеличивается при приближении к магнитоупругому или магнитоэлектрическому резонансу и уменьшается при удалении от него.

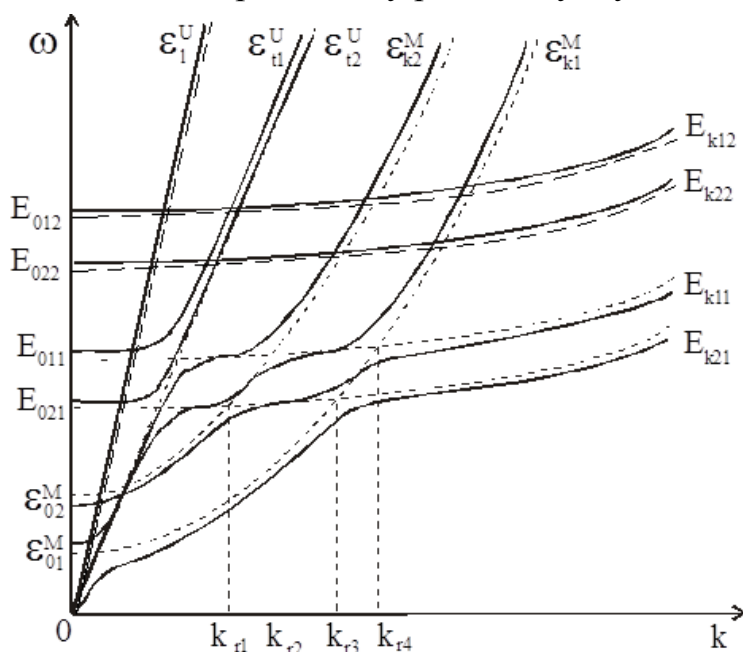


Рис.3. Спектр связанных сегнетомагнитоупругих волн при  $\vec{k} \parallel \vec{Y}$

В разделе 3.2. рассмотрен эффект обменного усиления магнитоэлектрического взаимодействия в антисегнетоантиферромагнетиках с орторомбической симметрией. Исследуется взаимодействие спиновых и сегнетоэлектрических волн для кристаллов орторомбической симметрии во внешнем магнитном поле. Найдено, что при различных направлениях распространения волны, связи спиновых ветвей с первой и второй сегнетоэлектрическими ветвями усиливаются в



$\sqrt{\delta}$  раз. Определено, что при  $\vec{k}||\vec{Z}$  связь второй спиновой ветви с первой поперечной фононной ветвью усиливается в  $\sqrt{\delta}$  раз, при  $\vec{k}||\vec{Y}$  усиленным является коэффициент связи первой спиновой ветви со второй поперечной фононной ветвью, а при  $\vec{k}||\vec{X}$  усиленными являются связи первой и второй спиновых ветвей с поперечными фононными ветвями  $t_1$  и  $t_2$  соответственно. Вычисления показывают, что безразмерный коэффициент магнитоэлектрической и магнитоупругой связи имеет порядок величин  $10^{-1}$  и  $10^{-2}$  соответственно, то есть щель в спектре спиновых волн, возникающая из-за магнитоэлектрического взаимодействия, на порядок больше, чем щель, обусловленная магнитоупругой энергией.

В разделе 3.3. исследованы связанные магнитоэлектрические волны в антисегнетоантиферромагнетиках с четырехподрешеточной магнитной подсистемой и с орторомбической симметрией кристаллической структуры. На основе общего феноменологического гамильтониана найдены спектры спиновых и сегнетоэлектрических волн, а также параметр магнитоэлектрического взаимодействия. Получено дисперсионное уравнение, определяющее собственные частоты связанных сегнетомагнитных волн. Исследование магнитоэлектрического взаимодействия в четырехподрешеточных антисегнетоантиферромагнетиках орторомбической симметрии показывает, что при некоторых условиях связь между сегнетоэлектрическими и спиновыми ветвями в этих кристаллах усиливается в  $\sqrt{\delta}$  раз.

В разделе 3.4. рассмотрены динамические взаимодействия в антисегнетоантиферромагнетиках с учетом влияния внешних полей. С помощью канонических преобразований получены спектры спиновых, сегнетоэлектрических и упругих волн. Построены графики зависимости константы магнитоэлектрического взаимодействия от магнитного и электрического полей (рис.4-7).

Как видно из приведенных рисунков, параметр магнитоэлектрического взаимодействия можно усиливать или ослаблять внешними постоянными магнитным и электрическим полями. Усиление магнитоэлектрического взаимодействия есть в случае, когда симметрия кристалла допускает существование некоторых из компонент магнитоэлектрического тензора.

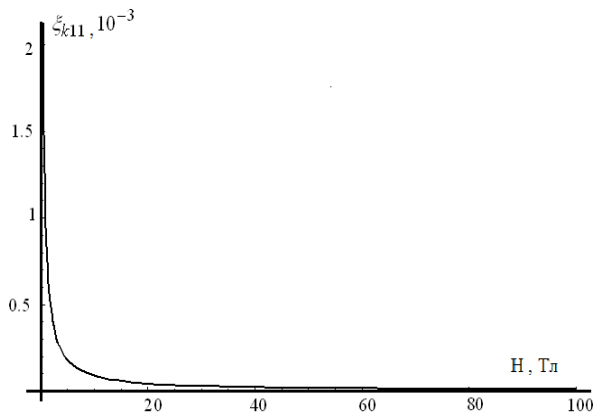


Рис. 4. Зависимости  $\zeta_{k11}^{mf}$  от напряженности магнитного поля

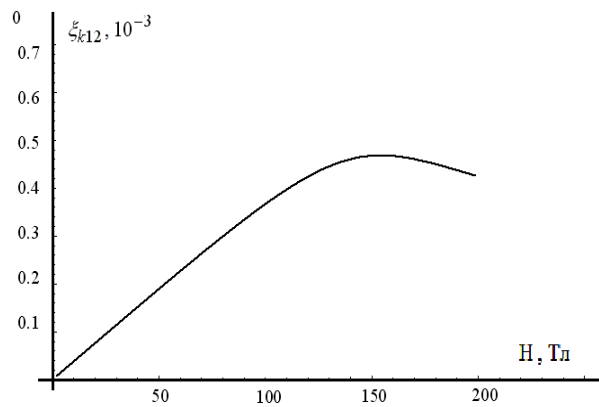


Рис.5. Зависимости  $\zeta_{k12}^{mf}$  от напряженности магнитного поля

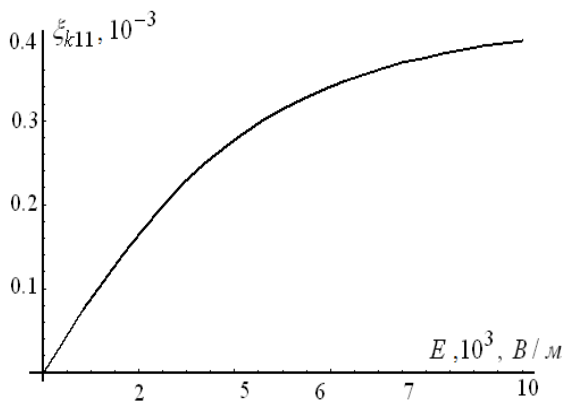


Рис. 6. Зависимости  $\zeta_{k11}^{mf}$  от напряженности электрического поля

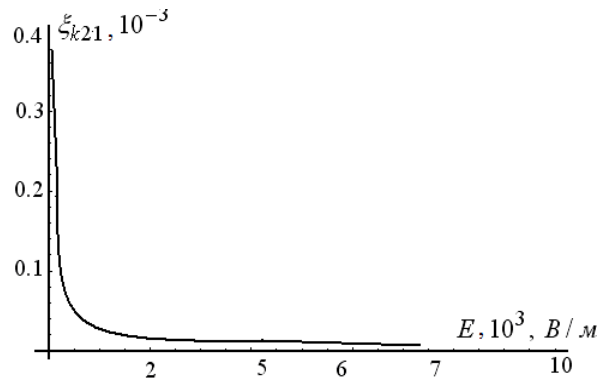


Рис. 7. Зависимости  $\zeta_{k21}^{mf}$  от напряженности электрического поля

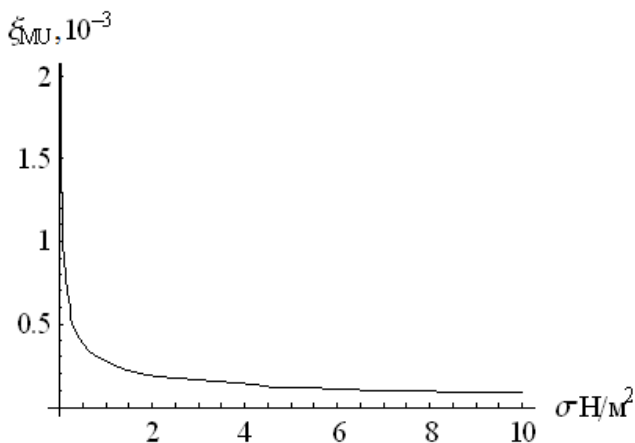


Рис. 8. Зависимости  $\zeta_{k11}^{mu}$  от величины внешнего механического давления

Графическая зависимость параметра магнитоупругого взаимодействия от приложенного внешнего механического напряжения дана на рис. 8. Исследования показали, что действие на кристалл внешнего напряжения приводит к сдвигу резонансных частот магнитоупругого взаимодействия.

В разделе 3.5. с помощью методов функций Грина исследовано затухание волн в антисегнетоантиферромагнетике. Найдено, что основной вклад в затухание волны составляет затухание за счет магнон-магнонного и фонон-фононного взаимодействий, которое на порядок больше, чем затухание за счет других видов взаимодействий. Изучена также зависимость коэффициента затухания спиновых волн от температуры. Показано, что коэффициент затухания за счет процессов слияния магнонов возрастает с увеличением температуры по параболическому закону; рост коэффициента затухания за счет процессов распада магнонов с увеличением температуры происходит более медленно. Численная оценка коэффициента затухания фононов при низких температурах дает  $\gamma_{k+} \approx \gamma_{k-} \approx 10^4 \text{ сек}^{-1}$ . При понижении температуры коэффициент затухания снижется, а при  $T \leq 2.5^\circ \text{ К}$  трехфононные процессы вообще запрещены.

**Глава 4** состоит из трех разделов и посвящена калибровочной теории сегнетомагнитоупругого взаимодействия в перовскитовых структурах при наличии непрерывно распределенных дислокаций и дисклинаций [11]. Предложено обобщение макроскопического описания сегнетомагнитоупругой связи для пространственно неупорядоченных сегнетоферромагнетиков, позволяющее описывать эффекты взаимодействие полей намагниченности, вектора поляризации не только с упругими смещениями точек среды, но и с линейными дефектами, такими как дисклинации.

В разделе 4.1. рассмотрен лагранжиан антисегнетоферромагнетика с двумя зеркальными электрическими подрешетками, в котором учитываются лагранжианы сегнетомагнитоупругой частей систем и вклад от компенсирующих полей. Он является суммой пяти лагранжианом, а именно лагранжиана  $L_0$ , описывающих сегнетомагнитоупругие свойства материалов,  $L_v$  и  $L_\phi$  – отвечающих за дисклинации и дислокации, лагранжианов  $L_x$  и  $L_w$ , связанных с нарушениями однородности действия группы  $SO(3)$  для сегнетоэлектрической и магнитной подсистем.

Раздел 4.2. посвящен получению уравнений движения для калибровочных полей  $\phi_a^i$ ,  $V_b^\alpha$ ,  $W^\alpha$ ,  $X^\alpha$ , эйлеровой координаты  $x^i$ , вектора поляризации  $\theta_{(n)}^i$  двух зеркальных подрешеток и намагниченности  $\mu^i$ , а также определению точных условий интегрируемости. Уравнения эти нельзя решать для произ-

вольных матриц 3-форм  $Z$ ,  $H$ ,  $P$  и  $J$  и произвольной матрицы 1-форм  $\Gamma$ , так как должны удовлетворить также условиям интегрируемости. Для получения этих условий уравнения движения записаны в компактном виде

$$D\vec{R} = \frac{1}{2}\vec{Z}, \quad D\vec{G} = \frac{1}{2}\vec{J}, \quad DH = \frac{1}{2}J^{(P)}, \quad DP = \frac{1}{2}J^{(M)}.$$

Дифференцируя внешним образом еще раз уравнения, получены окончательные условия интегрируемости

$$D\vec{J} = 2(\vec{\Theta} \wedge \vec{G} - \vec{G} \wedge \vec{\Theta}), \quad DJ^{(P)} = 2(\Theta \wedge H - H \wedge \Theta),$$

$$DJ^{(M)} = 2(\Theta \wedge P - P \wedge \Theta).$$

В разделе 4.3. исследовано взаимное влияние упругой, магнитной и сегнетоэлектрической подсистем в одноосном антисегнетоферромагнетике с учетом влияния дислокаций. В данном разделе описаны эффекты взаимодействия полей намагниченности, вектора поляризации не только с упругими смещениями точек среды, но и с линейными дефектами. Получено дисперсионное уравнение, описывающее связанные колебания спинов, векторов поляризации и дислокаций. Показано, что при отсутствии сегнетоупругой и магнитоупругой связи в среде (при  $V=0$  и  $M=0$ ) распространяются три независимые акустические ветви колебаний. Это соответствует тому, что исходная теория учитывает только акустические колебания решетки. Она не принимает во внимание высокочастотные оптические моды, приводящие к изменению в пространстве (при нулевом внешнем электромагнитном поле) поляризации среды. Поэтому в рассматриваемой модели электрическая поляризация может только квазиравновесным образом следовать за колебаниями решетки и магнитного момента.

**Глава 5** состоит из трех разделов и посвящена теории спин-фононного взаимодействия в высокотемпературных сверхпроводниковых материалах с тетрагональной и кубической симметрией кристаллической решетки, а также изучению возможности повышения критической температуры сверхпроводящего перехода. Аналогичные исследования проводились для случая изотропных кристаллов в работе [5], в данной же главе проводятся исследования с учетом анизотропии кристаллической решетки. В разделе 5.1. рассмотрен эффект обменного усиления электрон-фононного взаимодействия, который ответственен за притяжение электронов проводимости и образование сверхпроводящего бо-

зе-конденсата. За основу взят эффективный феноменологический гамильтониан керамических высокотемпературных сверхпроводников, которые в нормальном состоянии являются антиферромагнитными материалами. Найдены спектры спиновых волн с учетом тетрагональной симметрии кристаллической решетки и получено дисперсионное уравнение для случая распространения спиновых волн по направлениям координатных осей и пространственной диагонали кристаллической решетки. Определена область существования спиновых волн в зависимости от волнового вектора.

В разделе 5.2. рассмотрена спин-фононная динамика высокотемпературных сверхпроводников, найдены уравнения движения, для которых в эффективном гамильтониане учитывается взаимодействие спиновых флуктуаций с фононами. Проведено исследование линеаризованных уравнений движения, составленных с помощью метода скобок Пуассона, в результате чего получено дисперсионное уравнение связанных спин-фононных возбуждений с учетом кубической симметрии кристаллографической решетки, решение которого имеет вид:

$$\varepsilon_{\parallel sk, ck}^2 = \frac{1}{2}(\omega_{\parallel sk}^2 + \tilde{\omega}_{ck}^2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_{\parallel sk}^2 - \tilde{\omega}_{ck}^2)^2 + 4z^2\omega_{\parallel sk}^2\tilde{\omega}_{ck}^2},$$

где  $\omega_{\parallel sk}^2 = sJ_0(k^2/k_c^2 - 1)/\chi$  – продольная спиновая мода,  $\tilde{\omega}_{ck}^2 = \hbar^2 c^2 k^2 (\vec{n}\vec{n}_k)(1 + \zeta^2)$  – фононная мода,  $z = \zeta / \sqrt{1 + \zeta^2}$  – приведенный параметр спин-фононного взаимодействия,  $\zeta$  – эффективный параметр спин-фононной связи.

Спектры связанных спин-фононных колебаний в высокотемпературных сверхпроводниковых материалах при двух значениях параметра спин-фононной связи  $\zeta$  представлен на рис.9. На рис.9 пунктирными линиями обозначены спиновые и фононные ветви без учета спин-фононного взаимодействия, а сплошными – с учетом спин-фононного взаимодействия.

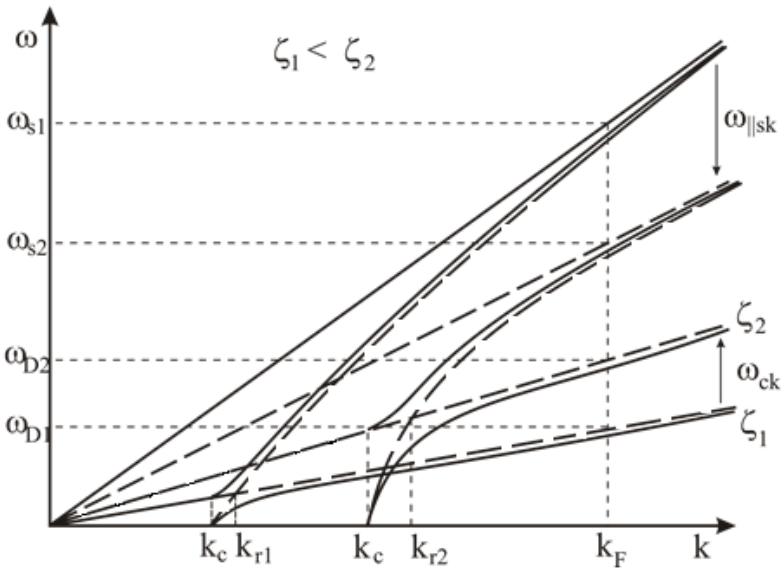


Рис.9. Спектр связанных спин-фононных колебаний в высокотемпературных сверхпроводниковых материалах при различных параметрах спин-фононной связи  $\zeta$

Дальнейший анализ спектра связанных спин-фононных колебаний показал (рис.9), что при повышении параметра  $\zeta$  область резонансного взаимодействия электронов с фононами перемещается в область значений волнового вектора импульса Ферми  $2k_f \rightarrow 2k_F$ , то есть в область наиболее сильного притяжения электронов. В этом случае асимптотические значения частот, соответствующих квазифононной и квазиспиновой модам, будут существенно превышать дебаевскую частоту для несвязанных фононных мод. Отсюда следует, что область энергий вблизи поверхности Ферми, в которой происходит сверхпроводящее спаривание с энергией продольных спиновых флуктуаций  $\langle 2\omega_s \rangle \approx 10^{14} \text{ с}^{-1}$ , будет выше на порядок и более, чем энергии Дебая с частотами  $\langle 2\omega_D \rangle$ . Следовательно, это приводит к эффективному увеличению параметра электрон-фононного взаимодействия и, как результат, к повышению критической температуры сверхпроводящего перехода.

Критическая температура:

$$T_c = \left( \frac{2\gamma}{\pi} \right) \langle \Theta_D \rangle \exp \left[ - \frac{1}{K_y(\zeta)(\lambda_{e-ph} - \tilde{\mu}^*)} \right],$$

где  $\langle \Theta_D \rangle$  – средняя температура Дебая;  $\gamma = e^c$ ,  $c = 0,577$  – постоянная Эйлера;  $\lambda_{e-ph}$  – константа электрон-фононного усиления;  $\tilde{\mu}^*$  – параметр кулоновского отталкивания электронов;  $K_y(\zeta)$  – коэффициент усиления, который является монотонно возрастающей функцией от параметра  $\zeta$ . В настоящей работе установле-

но, что можно добиться повышения критической температуры сверхпроводящего перехода, синтезируя соединения с сильной спин-фононной связью, то есть с большими значениями эффективного параметра спин-фононной связи  $\zeta$ .

Раздел 5.3. посвящен исследованию спиновых волн в “смешанном” состоянии сверхпроводник-антиферромагнетик. Переход из антиферромагнитной фазы в металлическую, а затем в сверхпроводящую сопровождается резким усилением спиновых флуктуаций. В области перехода из антиферромагнетика в сверхпроводник в  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  наблюдается фаза, которую интерпретируют как фазу типа спинового стекла. Для описания спиновой системы вводится две компоненты: антиферромагнитная, быстро осциллирующая в пространстве с волновым вектором магнитной структуры  $k_s$  и парамагнитная, осциллирующую в пространстве с волновым вектором  $k_c$ . В разделе вводится эффективный спиновый гамильтониан, записываются уравнения движения для намагниченности, парамагнитного момента и обобщенного градиента электронной намагниченности. Рассмотрена спин-волновая динамика сверхпроводящей фазы при низких температурах, найден спектр спиновых волн, который состоит из шести ветвей, три из которых соответствуют парамагнитной компоненте намагниченности, а три – антиферромагнитной. Две из шести являются продольными, четыре – поперечными:

$$\omega_{f\parallel sk} = \sqrt{\frac{J_0 S}{\chi} \left\{ \frac{k^2}{k_c^2} - [\delta^{1f} + \delta^{2f} (1 - k_s^2 / k_c^2)] \right\}},$$

$$\omega_{f0k} = \mu H \delta^{1f}, \quad \omega_{f\perp 1} = \mu H \delta^{1f} + \omega_{f\perp 1k}, \quad \omega_{f\perp 2} = \mu H \delta^{1f} + \omega_{f\perp 2k},$$

$$\omega_{f\perp 1,2k} = \sqrt{\omega_{f\parallel sk}^2 \pm \frac{J_0 S}{\chi} (k A_{v0}^f) / k_c^2}.$$

Из данных выражений следует, что вид спектра антиферромагнитной компоненты сильно зависит от соотношения между волновыми векторами  $k_s$  и  $k_c$ . Если  $k_s < k_c$ , то спектр антиферромагнитной компоненты при  $H=0$  практически не отличается от спектра парамагнитной компоненты.

Также в разделе исследуется спин-фононное взаимодействие в фазе неупорядоченного антиферромагнетика с сильными парамагнитными флуктуациями. В отличие от случая с одной спиновой модой, полученное дисперсионное уравнение имеет достаточно сложный вид. Поэтому проведены исследования для двух предельных случаев: при  $k_c \rightarrow k_s$  и  $(k_s/k_c)^2 \ll 1$ . Для предельного

случая  $k_c \rightarrow k_s$ , когда обменная корреляционная длина  $\langle r_c \rangle$  приближается к периоду антиферромагнитной структуры, следует, что  $z_2 \ll z_1$ . Анализ решений показывает, что области резонансного взаимодействия спиновых флуктуаций с фононами для первой и для второй ветвей сильно разнесены в  $k$ -пространстве. Следовательно, усиление электрон-фононного взаимодействия осуществляется благодаря резонансному взаимодействию фононов с парамагнитной спиновой модой  $\omega_{1\parallel sk}$ . Для второго предельного случая  $(k_s/k_c)^2 \ll 1$ , когда обменная корреляционная длина  $\langle r_c \rangle$  намного меньше периода антиферромагнитной структуры, следует, что  $z_2 \rightarrow z_1$ . Следовательно, мы приходим к ситуации, когда спектр продольных спиновых флуктуаций стремится стать двукратно вырожденным. В этом случае условия для усиления электрон-фононного взаимодействия и повышения критической температуры  $T_c$  высокотемпературных сверхпроводящих материалов оказываются наиболее благоприятными, так как параметр спин-фононной связи  $\zeta$  не только в  $\sqrt{2}$  раза выше за счет двукратного вырождения спектра спиновых флуктуаций, но он оказывается максимальным еще и потому, что  $k_{r1} \rightarrow k_{r2} \rightarrow k_F \rightarrow g$  ( $g$  – вектор обратной решетки), то есть обменная корреляционная длина в спиновой системе стремится к своему минимальному значению порядка постоянной кристаллической решетки, что ведет к повышению критической температуры  $T_c$ .

**В главе 6** изучается модельный гамильтониан сегнетомагнетика и электрон-фононное взаимодействие в пространственнеупорядоченной модели Хаббарда-Холстейна [14]:

$$H = H_e + H_{e-ph} + H_{ph}^0,$$

$$H_e = \sum_{ij\sigma} t(j-i) c_{j\sigma}^+ c_{i\sigma} - \mu \sum_{i\sigma} c_{i\sigma}^+ c_{i\sigma} + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow} + \sum_{i\sigma} V(i) n_{i\sigma},$$

$$H_{e-ph} = g \sum_i q_i n_i, \quad H_{ph}^0 = \hbar \omega_0 \sum_i b_i^+ b_i, \quad n_i = \sum_{\sigma} n_{i\sigma},$$

где  $c_{i\sigma}^+$  ( $c_{i\sigma}$ ) – оператор рождения (уничтожения) электрона со спином  $\sigma$  на узле  $i$  кристаллической решетки,  $n_{i\sigma} = c_{i\sigma}^+ c_{i\sigma}$  – плотность числа электронов с данным спином,  $t(j-i)$  – интеграл перескока электронов,  $\mu$  – химический потенциал системы,  $U$  – кулоновское взаимодействие электронов на узле,  $b_i^+$  ( $b_i$ ) – операторы рождения (уничтожения) локальных фононов, обладающих бездисперс-



ной частотой колебаний  $\omega_0$ ,  $g$  – константа электрон-фононного взаимодействия,  $q_i$ ,  $p_i$  – локальная координата и импульс фонона.

В разделе 6.1. изложен модифицированный метод производящего функционала, а также его приложение для модельного гамильтониана сегнетомагнетика. Предложен способ обрыва цепочек для корреляционных функций применительно к кристаллу с дальним сегнетомагнитным упорядочением.

В разделе 6.2. рассмотрено применение метода переменного самосогласованного поля для описания электрон-фононного взаимодействия в пространственно неупорядоченной модели Хаббарда, дополненной локальным взаимодействием Холстейна оптических фононов, принадлежащих к определенному узлу кристаллической решетки с локальной плотностью электрического заряда.

В разделе 6.3. рассмотрена последовательная теория возмущения по беспорядку для электронов, движущихся в случайном поле “примесей”-рассеивателей. Найдена коллективная мода фононного облака, окружающего полярон, и установлено влияние процессов рассеяния этой моды на энергетический спектр как локализованных, так и делокализованных поляронов. Движение делокализованных поляронов, обязанное к их рассеянию, описано в приближении цепочечных диаграмм, когда не учитываются многочастичные неприводимые функции Грина полярона. В общем случае дисперсионное уравнение предсказывает существование четырех подзон. Когда происходит компенсация кулоновского отталкивания электронов и их косвенного притяжения (благодаря фононам), то есть при  $\tilde{U} = 0$ , спектр сводится к простому уравнению:

$$[E'^2 - \hbar^2 \omega_c^2] \left\{ E'^2 - \hbar^2 \omega_c^2 - \varepsilon(\mathbf{k}) \left[ E' + \hbar \omega_c \frac{1 - \xi}{1 + \xi} \right] \right\} = 0,$$

где  $E' = E(\mathbf{k}) + \tilde{\mu}$ ,  $\xi = \exp(\beta \tilde{\mu})$ ,  $\tilde{\mu} = \mu + g^2 / 2\hbar\omega_0$ ,  $\omega_c = \alpha\omega$ ,  $\alpha = \bar{g}^2 / 2$ .

В этом случае энергетический спектр состоит из двух локальных уровней:

$$E = -\tilde{\mu} + \hbar\omega_c = -\mu, \quad E = -\tilde{\mu} - \hbar\omega_c = -\mu - 2\hbar\omega_c$$

и двух энергетических подзон:

$$E_{\pm}(\mathbf{k}) = -\tilde{\mu} + \frac{1}{2} \left[ \varepsilon(\mathbf{k}) \pm \sqrt{\left( \varepsilon(\mathbf{k}) + 2\hbar\omega_c \frac{1 - \xi}{1 + \xi} \right)^2 + \frac{16\xi\hbar^2\omega_c^2}{(1 + \xi)^2}} \right].$$

**В Заключение** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

1. Проведено исследование спектров спиновых волн и связанных магнитоупругих волн в двухподрешеточном антиферромагнитном кристалле  $\text{MnF}_2$ . Установлена возможность обменного усиления взаимодействия низколежащей спиновой ветви с поперечными упругими ветвями. Для четырехподрешеточного антиферромагнетика  $\text{LaMnO}_3$  получены спектры связанных магнитоупругих волн. Установлена возможность обменного усиления связи спиновых волн с упругими поперечными колебаниями. Проведено исследование спектров спиновых и связанных магнитоупругих волн восьмиподрешеточного антиферромагнитного кристалла  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$  в несверхпроводящей фазе. Полученный спектр спиновых волн состоит из восьми ветвей, две из которых составляют низколежащие спиновые ветви, а остальные шесть – высокоэнергетические ветви обменного типа. Ввиду специфической симметрии тензора магнитоупругости, связанными с фононными ветвями оказались лишь низколежащие спиновые ветви. Установлена возможность обменного усиления связи низколежащих спиновых ветвей с поперечными упругими колебаниями в присутствии внешнего магнитного поля.

2. Найден спектр спиновых волн для  $2^n$ -подрешеточного антиферромагнетика; определен параметр связи между спиновыми и упругими волнами; в общем виде получено дисперсионное уравнение, определяющее спектр связанных магнитоупругих волн. Исследовано влияние неколлинеарности магнитных подрешеток на спектры спиновых волн в четырехподрешеточном антиферромагнетике  $\text{La}_2\text{CuO}_4$ . Обнаружено, что из-за сильного внутривосстановленного обменного взаимодействия это влияние может быть значительным.

3. На основе феноменологического гамильтониана антисегнетоферромагнетика получено дисперсионное уравнение, определяющее собственные частоты связанных сегнетомагнитоупругих волн. Определена явная зависимость параметров связи между подсистемами от феноменологических постоянных. Исследованы связанные сегнетомагнитоупругие волны при различных направле-

ниях волнового вектора и внешнего магнитного поля. Рассмотрено взаимное влияние магнитной сегнетоэлектрической и упругой подсистем, приводящее к изменению спектров собственных колебаний этих подсистем. Обнаружено, что в антисегнетоферромагнетиках в области сегнетоэлектрического фазового перехода возможно существование эффекта динамического усиления магнитоэлектрической связи.

4. Получен спектр связанных сегнетомагнитоупругих волн в антисегнетоантиферромагнетиках с 2-х подрешеточной магнитной подсистемой с орторомбической симметрией кристаллической структуры. Показано, что взаимодействие отдельных ветвей спиновых и сегнетоэлектрических волн в антисегнетоантиферромагнетиках может быть усилено параметром обменного взаимодействия  $\delta$  в  $\sqrt{\delta}$  раз. Получен спектр связанных магнитоэлектрических волн в антисегнетоантиферромагнетиках орторомбической симметрии с 4-подрешеточной магнитной подсистемой. Установлено, что в данных системах также существует сильная связь между спиновой и сегнетоэлектрической подсистемами.

5. Определены зависимости параметров магнитоэлектрического и магнитоупругого взаимодействий от внешних электрического и магнитного полей, механического напряжения. Показано, что с помощью внешних полей можно управлять магнитоэлектрическим и магнитоупругим взаимодействием. Получены выражения для коэффициента затухания связанных сегнетомагнитоупругих волн и определены их зависимости от температуры.

6. Предложено обобщение макроскопического описания сегнетомагнитоупругой связи для пространственно неупорядоченных сегнетомагнетиков, позволяющее описывать эффекты взаимодействия полей намагниченности, вектора поляризации не только с упругими смещениями точек среды, но и с линейными дефектами, такими как дисклинации. Вариационным методом получены уравнения движения для калибровочных полей, намагниченности и поляризации в предположении, что модули последних сохраняются. Найдены дисперсионные зависимости связанных сегнетомагнитоупругих волн при существовании полей дислокаций.

7. Получены спиновые, спин-фононные спектры и область существования продольных и поперечных спиновых волн в сверхпроводнике с тетрагональной

и кубической симметрией кристаллической решетки для различных направлений распространения волн. Показано, что анизотропия решетки через электрон-фононное взаимодействие влияет на критическую температуру перехода в сверхпроводящее состояние и может ее увеличить.

8. Исследовано влияние сильных антиферромагнитных флуктуаций в магнитном сверхпроводнике на температуру сверхпроводящего перехода для кристаллов кубической симметрии. Показано, что учет этих флуктуаций может приводить к повышению критической температуры. На основании анализа полученных результатов определяются условия для усиления электрон-фононного взаимодействия и повышения критической температуры  $T_c$ , дается рекомендация для синтеза новых керамических высокотемпературных сверхпроводниковых материалов с высокими значениями критических параметров.

9. Развита модифицированный метод производящего функционала, позволяющий адекватно описывать системы с сильным взаимодействием. Применительно к типичному гамильтониану сегнетомагнетика предложен самосогласованный способ обрыва цепочек уравнений для корреляционных функций. В качестве примера системы с сильной межэлектронной корреляцией изучена модель Хаббарда-Холстейна. Применительно к данной модели на основе модифицированного метода производящего функционала также предложен самосогласованный способ обрыва цепочек уравнений для корреляционных функций. Развита теория возмущения по беспорядку для электронов, движущихся в случайном поле “примесей”-рассеивателей. Найдена коллективная мода фононного облака, окружающего полярон, и установлено влияние процессов рассеяния этой моды на энергетический спектр как локализованных, так и делокализованных поляронов.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### *1. Статьи в журналах, рекомендованных ВАК для опубликования результатов диссертационной работы*

1. Кызыргулов, И.Р. Обменное усиление магнитоупругих колебаний в кристалле  $YBa_2Cu_3O_6$  / И.Р.Кызыргулов, М.Х.Харрасов // ДАН. - 2000. - Т.373, № 2. - С.188-190.
2. Кызыргулов, И.Р. Усиление магнитоупругого и магнитоэлектрического взаимодействия / И.Р.Кызыргулов, М.Х.Харрасов // ДАН. - 2002. - Т.382, № 5. - С.621-624.
3. Кызыргулов, И.Р. Связанные сегнетомагнитоупругие волны в антисегнетоферромагнетиках / И.Р.Кызыргулов, М.Х.Харрасов // ДАН. - 2002. - Т.385, № 1. - С.54-56.
4. Кызыргулов, И.Р. Магнитоупругие волны в многоподрешеточных системах / И.Р.Кызыргулов, М.Х.Харрасов // ФНТ. - 2002. - Т.28, № 11. - С.1227.
5. Харрасов, М.Х. Обменное усиление магнитоупругого взаимодействия в кристалле  $LaMnO_3$  / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, Ф.А.Исхаков // ДАН. - 2003. - Т.392, №2. - С.183-184.
6. Исхаков, Ф.А. Связанные магнитоупругие волны и эффективный параметр спин-фононной связи в высокотемпературных сверхпроводниках / Ф.А.Исхаков, И.Р.Кызыргулов, М.Х.Харрасов // Известия ВУЗов. - 2003. - №3. - С.37-40.
7. Харрасов, М.Х. Калибровочная теория сегнетоупругого взаимодействия в сегнетоэлектриках / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, А.Т.Хусаинов // ДАН. - 2008. - Т.421, №3. - С.329-331.
8. Кызыргулов, И.Р. Сегнетомагнитные волны в антисегнетоантиферромагнетиках с многоподрешеточной магнитной подсистемой / И.Р.Кызыргулов // Инженерная физика. - 2008. - №5. - С.17-19.
9. Кызыргулов, И.Р. Влияние внешнего электрического и магнитного полей на магнитоэлектрическое взаимодействие в сегнетомагнетиках / И.Р.Кызыргулов, И.Ф.Шарафуллин // Известия ВУЗов. - 2009. - Т.52, №2. - С.43-47.

10. Кызыргулов, И.Р. Спектр сегнетоэлектрических волн в многоподрешеточных антисегнетоэлектриках / И.Р.Кызыргулов, Н.Р.Альмухаметова // Известия РАН. Серия физическая. - 2009. - Т.73, № 8. - С.1185-1186.
11. Харрасов, М.Х. Сегнетомагнитоупругое взаимодействие в антисегнетоферромагнетике с учетом влияния дислокаций / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, А.Т.Хусаинов // Известия РАН. Серия физическая. - 2009. - Т.73, № 8. - С.1126-1128.
12. Харрасов, М.Х. Калибровочная теория сегнетомагнитоупругого взаимодействия в сегнетоферромагнетиках / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, А.Т.Хусаинов // ФММ. - 2009. - Т.109, № 6. - С.563-565.
13. Харрасов, М.Х. Исследование динамического взаимодействия в сегнетомагнетиках с учетом влияния внешних полей диаграммным методом / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, И.Ф.Шарафуллин // Известия РАН. Серия физическая. - 2010. - Т.74, № 5. - С.691-692.
14. Харрасов, М.Х. Новый вариант калибровочной теории линейных дефектов в кристаллах с многоатомной решеткой / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, А.Т.Хусаинов // Кристаллография. -2010. - Т.55, № 5. - С.784-786.
15. Харрасов, М.Х. Калибровочная теория сегнетомагнитоупругого взаимодействия в антисегнетоантиферромагнетике. Влияние дислокаций на фазовые ориентационные переходы. / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, А.Т.Хусаинов // Известия РАН. Серия физическая. - 2010. - Т.74, № 8. - С.1206-1208.
16. Кызыргулов, И.Р. Калибровочная теория сегнетоупругого взаимодействия в кристаллах с многоатомной решеткой / И.Р.Кызыргулов, А.Т.Хусаинов, М.Х.Харрасов // Известия ВУЗов. - 2010. -Т.53, № 7. - С.39-42.
17. Харрасов, М.Х. Электронно-фононное взаимодействие в пространственно неупорядоченной системе с сильной межэлектронной корреляцией / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, А.Т.Хусаинов // ФММ. - 2011. - Т.111, Вып.2. - С.126-135.
18. Кызыргулов, И.Р. Исследование магнитоупругих волн в зависимости от параметров ферромагнитного и антиферромагнитного взаимодействий / И.Р.Кызыргулов, Н.Р.Альмухаметова // Известия РАН. Серия физическая. - 2011. - Т.75, № 5. - С.732-734.

19. Харрасов, М.Х. Воздействие механического напряжения и внешних полей на динамические взаимодействия в сегнетомагнетике / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, И.Ф.Шарафуллин // Известия РАН. Серия физическая. - 2011. - Т.75, № 8. - С.1217-1218.
20. Kharrasov, M.Kh. Influence of mechanical pressure and external fields on dynamic interactions in segnetomagnetics / M.Kh.Kharrasov, I.R.Kyzyrgulov and I.F.Sharafullin // Solid State Phenomena. – 2011. - Vols.168-169. - pp.89-92.
21. Харрасов, М.Х. Воздействие механического напряжения и внешних полей на динамические свойства мультиферроика с орторомбической симметрией / М.Х.Харрасов, И.Р.Кызыргулов, И.Ф.Шарафуллин // Известия РАН. Серия физическая. - 2013. - Т.77, № 10. - С.1534-1536.

## *II. Статьи в других журналах, в сборниках трудов*

22. Кызыргулов, И.Р. Связанные магнитоэлектрические волны в двухподрешеточных сегнетоэлектриках / И.Р.Кызыргулов // Вестник БашГУ. -1998. - № 3. - С.17-20.
23. Кызыргулов, И.Р. Обменное усиление магнитоэлектрической связи в анти-сегнетоантиферромагнитных кристаллах орторомбической симметрии / И.Р.Кызыргулов // Вестник БашГУ. - 1999. - № 1. - С.25-28.
24. Кызыргулов, И.Р. Усиление магнитоупругого и магнитоэлектрического взаимодействия в антисегнетоантиферромагнетиках с орторомбической симметрией [Электронный ресурс] / И.Р.Кызыргулов, М.Х.Харрасов // Исследовано в России. - 2000. - № 35. - С.475-480. Режим доступа: [http:// zhurnal.mipt.rssi.ru/articles/2000/035.pdf](http://zhurnal.mipt.rssi.ru/articles/2000/035.pdf).
25. Кызыргулов, И.Р. Спектр спиновых волн в антиферромагнетиках с неколлинеарными магнитными подрешетками / И.Р.Кызыргулов // Вестник БашГУ. - 2000. - № 1. - С.30-32.
26. Харрасов, М.Х. Связанные магнитоупругие волны в анизотропных высокотемпературных сверхпроводниках. / М.Х.Харрасов, Ф.А.Исхаков, И.Р.Кызыргулов / Физика в Башкортостане: сборник статей. - Уфа: Гилем, 2001. - С.229-232.
27. Кызыргулов, И.Р. Связанные сегнетомагнитоупругие волны в антисегнетоферромагнетиках. / И.Р.Кызыргулов, М.Х.Харрасов / Структурные и дина-

- мические эффекты в упорядоченных средах: Межвузовский научный сборник статей. - Уфа: Изд-во Башкирского университета, 2002. - С.64-68.
28. Исхаков, Ф.А. Магнитоупругое взаимодействие в антиферромагнетике  $\text{LaMnO}_3$  / Ф.А.Исхаков, И.Р.Кызыргулов, А.У.Абдуллин // Вестник БашГУ. - 2003. - №1. - С.23-25.
29. Харрасов, М.Х. Спин-волновая динамика фазовых переходов ВТСП магнитокерамических систем / М.Х.Харрасов, Ф.А.Исхаков, И.Р.Кызыргулов // Вестник Оренбургского университета. - 2004. - №6. - С.135-138.
30. Кызыргулов, И.Р. Влияние неколлинеарности магнитных подрешеток на спектр спиновых волн в кристалле  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  / И.Р.Кызыргулов, М.Х.Харрасов // Вестник Оренбургского университета. - 2004. - №10. - С.142-144.
31. Кызыргулов, И.Р. Связанные сегнетомагнитные волны в антисегнетоантиферромагнетиках с четырехподрешеточной магнитной подсистемой / И.Р.Кызыргулов // Вестник БашГУ. - 2005. - №1. - С.39-42.
32. Kizirgulov, I.R. Connected magnetoelastic waves in double sublattice antiferromagnetic  $\text{MnF}_2$ . / I.R.Kizirgulov, M.Kh.Kharrasov, A.T.Khusainov // Journal of Mathematics. - 2008. - V.I.- P.67-70.
33. Биккулова, Н.Н. Ионный перенос и особенности фононного спектра структурно-разупорядоченных халькогенидов меди и серебра [Электронный ресурс] / Н.Н.Биккулова, Ю.М.Степанов, А.Н.Миколайчук, И.Р.Кызыргулов // Фазовые переходы, упорядоченные состояния и новые материалы. - 2009.02.03. Режим доступа: <http://ptosnm.ru/catalog/i/408>.
34. Kizirgulov, I.R. Spin Waves Spectrum in Perovskites under Magnetic Sublattices Noncollinearity Influence. / I.R.Kizirgulov, M.Kh.Kharrasov // Journal of Mathematics. - 2009. - V.II. - P.57-60.
35. Кызыргулов, И.Р. О калибровочной теории сегнетомагнитоупругого взаимодействия в кристаллах с многоатомной решеткой / И.Р.Кызыргулов, А.Т.Хусаинов, М.Х.Харрасов / Структурные и динамические эффекты в упорядоченных средах: Межвузовский сборник научных трудов. – Уфа: Изд-во Башкирского университета, 2009. - С.71-74.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов, Н.Н. Собрание научных трудов в 12 томах. Статистическая механика. Том 8. Теория неидеального Бозе-газа, сверхтекучести и сверхпроводимости / Н.Н.Боголюбов - М.: Наука. - 2007. - 642 с.
2. Боголюбов, Н.Н. К теории высокотемпературной сверхпроводимости / Н.Н.Боголюбов, В.Л.Аксенов, Н.М.Плакида // ТМФ. - 1992. - Т.93. - С.371.
3. Веневцев, Ю.Н. Сегнетомагнетики / Ю.Н.Веневцев, В.В.Гагулин, В.Н.Любимов. - М.: Наука. - 1982. - 224 с.
4. Смоленский, Г.А. Сегнетомагнетики / Г.А.Смоленский, И.Е.Чупис // УФН. - 1982.- Т.137.- Вып.3.- С.415.
5. Ильичев, В.И. Высокотемпературная сверхпроводимость керамических систем / В.И.Ильичев, М.А.Савченко, А.В.Стефанович. - М.: Наука. - 1992. - 166 с.
6. Садовников, Б.И. Усиление магнитоупругого и магнитоэлектрического взаимодействий в сегнетоантиферромагнетиках с орторомбической симметрией / Б.И.Садовников, М.Х.Харрасов, А.У.Абдуллин // Вестник МГУ. Серия физ. - 1995. - Т.36. - № 4. - С.63.
7. Савченко, А.М. Резонансное усиление электрон-фононного взаимодействия / А.М.Савченко, М.Б. Садовникова. Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. - 2009. - № 1. - С.85.
8. Seavy, M.N. Acoustic resonance in the easy plane ferromagnets  $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and FeVO<sub>3</sub> / M.N. Seavy // Solid State Commun. - 1972. - V.10. - P.219.
9. Ozhogin, V.I. Easy plane antiferromagnets for applications: Hematite / V.I.Ozhogin, P.P.Maximenkov // IEEE Trans. Magn. - 1972. - V.8. - P.645.
10. Тябликов, С.В. Методы квантовой теории магнетизма / С.В.Тябликов. - Издание 2, испр. и доп. М.: Наука. - 1975. - 528 с.
11. Кадич, А. Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций / А.Кадич, Д.Эделен. - М.: Мир. - 1987. - 168 с.
12. Ахиезер, А.И. Спиновые волны / А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский. - М.: Наука, - 1967. - 368 с.

13. Туров, Е.А. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков / Е.А.Туров, А.В.Колчанов, В.В.Меньшенин, И.Ф.Мирсаев, В.В.Николаев - М: Физматлит, - 2001. - 560 с.
14. Москаленко, В.А. Электрон-фононное взаимодействие сильно скоррелированных систем / А.В.Москаленко // ТМФ. - 1997. - Т.111. - №3. - С. 439.