

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 05.05.2025 11:37:28  
Уникальные программные ключи:  
04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322523



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 28.03.02 "Наноинженерия" направленности (профилю) Нанотехнологии в материаловедении ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

**Рабочая программа дисциплины (модуля)\***  
**Дифференциальные уравнения**

Направление подготовки (специальность)

28.03.02 Наноинженерия

Направленность (профиль)

Нанотехнологии в материаловедении

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2023 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели : Цель преподавания дисциплины «Дифференциальные уравнения» состоит в приобретении студентами теоретических знаний и практических умений и навыков по теории дифференциальных уравнений, использовании их для решения прикладных задач физики, механики, вариационного исчисления.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенции УК-1:

УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач;

УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.В.02.03

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Линейная алгебра

Математический анализ

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Физика

Теоретическая физика

Электроника

Физико-химические основы нанотехнологии

Материаловедение наноматериалов и наносистем

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач**

#### Знать:

Для достижения УК-1.1.:

знать предмет изучения теории дифференциальных уравнений;

Для достижения УК-1.2.:

знать известные математические модели, применяемые для решения задач в области теории дифференциальных уравнений;

Для достижения УК-1.3.:

знать известные математические модели, применяемые для решения задач в области теории дифференциальных уравнений.

#### Уметь:

Для достижения УК-1.1.:

уметь решать задачи, относящиеся к основным типам дифференциальных уравнений;

Для достижения УК-1.2.:



уметь применять математические модели для решения прикладных задач с использованием теории обыкновенных дифференциальных уравнений;

Для достижения УК-1.3.:

уметь решать задачи, относящиеся к основным типам дифференциальных уравнений.

**Владеть:**

Для достижения УК-1.1.:

владеть терминологией, основными обозначениями, принятыми в теории дифференциальных уравнений и ее приложениях;

Для достижения УК-1.2.:

владеть приемами и методами, принятыми в теории дифференциальных уравнений и ее приложениях;

Для достижения УК-1.3.:

владеть опытом применения математических моделей для решения прикладных задач с использованием теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	знать предмет изучения теории дифференциальных уравнений;
3.1.2	знать известные математические модели, применяемые для решения задач в области теории дифференциальных уравнений;
3.1.3	знать известные математические модели, применяемые для решения задач в области теории дифференциальных уравнений.
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	Уметь решать простейшие дифференциальные уравнения, применять методы понижения порядка; исследовать задачу Коши. Находить особые решения уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной; решать линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами, применять матричную экспоненту к решению систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами; строить фазовые портреты линейных автономных систем второго порядка, находить производную по параметру и начальному условию, исследовать устойчивость решения системы дифференциальных уравнений.
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>З ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 108 в том числе : аудиторные занятия : 52 самостоятельная работа : 28,6 часов на контроль : 18 контактная работа: 61,4 ИКР: 9,4	Виды контроля в семестрах:  экзамены 3

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем.</b>			
1.1	Общие понятия /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6



1.2	Некоторые элементарные методы интегрирования. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.3	Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и сводящиеся к ним. /Пр/	3	3	Л1.1
1.4	Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати. /Пр/	3	5	Л1.1
1.5	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. /Пр/	3	5	Л1.1
1.6	Контрольная работа №1 /Пр/	3	2	Л1.1
1.7	Некоторые элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 2. Линейные уравнения и системы.</b>				
2.1	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.2	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.3	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногчлены. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.4	Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.5	Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.6	Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.7	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногчлены. Задача Коши. /Пр/	3	3	Л1.1
2.8	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай действительных корней. /Пр/	3	2	Л1.1
2.9	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай комплексных корней. /Пр/	3	2	Л1.1
2.10	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Квазимногчлены. Метод вариации постоянных. /Пр/	3	5	Л1.1



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 28.03.02 "Нанотехнологии" направленности (профилю) Нанотехнологии в материаловедении ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 6
2.11	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. /Пр/	3	5	Л1.1
2.12	Контрольная работа №2 /Пр/	3	2	Л1.1
2.13	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. /Ср/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.14	Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. /Ср/	3	1,6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.15	Показательная функция матрицы. /Ср/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.16	Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. /Ср/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.17	Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. /Ср/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 3. Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка.</b>				
3.1	Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
3.2	Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка. /Ср/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 4. Задача Коши.</b>				
4.1	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
4.2	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
4.3	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. /Лек/	3	2	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 28.03.02 "Нанотехнологии" направленности (профилю) Нанотехнологии в материаловедении ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 7
4.4	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши. /Ср/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 5. Непродолжаемые решения</b>				
5.1	Непродолжаемые решения /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
5.2	Непродолжаемые решения. /Ср/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 6. Автономные системы, фазовые портреты</b>				
6.1	Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазо-вые пространства. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
6.2	Фазовая плоскость линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
6.3	Консервативные системы. /Ср/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 7. Теория устойчивости.</b>				
7.1	Теория устойчивости. Основные понятия. /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
7.2	Теория устойчивости. /Ср/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 8. Уравнения в частных производных</b>				
8.1	Уравнения с частными производными первого порядка /Лек/	3	1	Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
8.2	Уравнения с частными производными первого порядка. /Ср/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л2.6Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 9. Экзамен</b>				
9.1	/Экзамен/	3	18	
<b>Раздел 10. Иная контактная работа</b>				



10.1	Индивидуальная консультация, текущий контроль /ИКР/	3	9,4	Л1.1Л2.2 Л2.3Л3.1 Э1
------	---	---	-----	-------------------------

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Домашняя контрольная работа. Индивидуальные консультации по итогам. Индивидуальные и групповые консультации по итогам каждого раздела.

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

см. приложение

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

1. Определения уравнения в полных дифференциалах и интегрирующего множителя. Теорема о решении уравнения в полных дифференциалах. Следств-вие. Теорема об интегрирующем множителе.
2. Определения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о решении линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Определение уравнения Бернулли. Метод решения уравнения Бернулли. Теорема существования и единственности решения однородного уравнения.
4. Определение уравнения с разделяющимися переменными. Теорема существования и единственности решения уравнения с разделяющимися переменными.
5. Определение линейно зависимых/независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о линейной зависимости функций.
6. Определение линейно зависимых/независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о линейной независимости функций.
7. Определение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -ой степени с постоянными коэффициентами. Определение фундаментальной системы решений. Характеристический многочлен. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в случае простых корней.
8. Определение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -ой степени с постоянными коэффициентами. Определение фундаментальной системы решений. Характеристический многочлен. Лемма о смещении (формулировка). Лемма о кратных корнях (формулировка). Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.
9. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений и общее решение. Характеристический многочлен. Теорема об общем решении линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в случае простых корней.
10. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Характеристический многочлен. Формула смещения. Лемма о кратных корнях. Общее решение линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Теорема о виде частного решения в случае квазимногочленов.
12. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Теорема о виде решения в случае простых корней.
13. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Теорема о виде решения в общем случае.
14. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэф-фициентами. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
15. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэф-фициентами. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
16. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэф-фициентами. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с перемен-ными коэффициентами. Формула Лиувилля.
17. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэф-фициентами. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с перемен-ными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
18. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Эквивалентность уравнения и системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.
19. Теорема о неколеблющемся решении. Теорема Штурма.
20. Теорема сравнения. Теорема Кнезера.
21. Теорема существования решения задачи Коши для одного уравнения.
22. Теорема о единственности решения задачи Коши для одного уравнения. Неравенство Гронуолла.



23. Ломаные Эйлера. Метод последовательных приближений.  
24. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.  
25. Устойчивость решения по Ляпунову. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.  
26. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.  
27. Уравнения с частными производными первого порядка. Теорема об общем решении линейного уравнения.

#### 6.4. Критерии оценивания

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях и обсуждения домашних заданий;
- промежуточный контроль осуществляется в форме проверочных контрольных работ;
- итоговый контроль осуществляется в форме письменного экзамена в конце каждого семестра.

Набранная сумма баллов (% выполненных заданий) (макс – 100):

- Неудовлетворительно Менее 40
- Удовлетворительно 40-60
- Хорошо 61-79
- Отлично 80-100

Итоговый экзамен: проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются (с весами) баллы, полученные за контрольные работы (10 максимум за каждую контрольную работу), баллы, полученные на экзамене (50 максимум). Веса могут быть определены следующим образом: для контрольных работ вес составляет 0,4, для экзамена вес – 0,5.

Полученные студентами баллы суммируются и переводятся в 10-балльную шкалу, итоговая оценка выставляется по 10-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

- От 0 до 3 баллов – «неудовлетворительно»
- От 4 до 5 баллов – «удовлетворительно»
- От 6 до 7 баллов – «хорошо»
- От 8 до 10 баллов – «отлично».

### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 7.1. Рекомендуемая литература

##### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Филиппов А. Ф.	Сборник задач по дифференциальным уравнениям	Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2000	
Л1.2	Бибиков Ю. Н.	Общий курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие	Ленинград : Издательство ЛГУ, 1981	

##### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Камке Э.	Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: справочник ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454586">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454586</a> )	Москва : Наука, 1971	ЭБС
Л2.2	Филиппов А. Ф.	Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник для вузов	Москва: [Ленанд, 2015]	
Л2.3	Арнольд В. И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов	Москва : Наука, 1984	



	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.4	Понтрягин Л. С.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник для вузов	Москва : Наука, 1970	
Л2.5	Эльсгольц	Дифференциальные уравнения: учебник для университетов	М.: КомКнига, 2006	
Л2.6	Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г.	Дифференциальные уравнения: учебник для студентов вузов	Москва: Наука, 1985	

### 7.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л3.1	Алеева С. Р., Изместьев И. В., Ухоботов В. И.	Избранные главы теории дифференциальных уравнений с приложением к теории дифференциальных игр (http://library.csu.ru/tbooks2/view2?code=local/007942/007942)	Челябинск : Издательство Челябинского государственного о университета, [б. г.]	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. — Москва, 1999 – . – URL: <a href="http://elibrary.ru/default.asp">http://elibrary.ru/default.asp</a> (дата обращения: 27.08.2018). – Яз. рус., англ.
Э2	Math-Net.Ru [Электронный ресурс] : общероссийский математический портал / Мате-матический ин-т им. В. А. Стеклова РАН. – Москва, [б. г.]. - URL: <a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a> , свободный (дата обращения: 27.08.2018).
Э3	Moodle [Электронный ресурс]: система управления обучением : [база данных] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [б.г.]. – Доступ из сети ЧелГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <a href="http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php">http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php</a> (дата обращения: 27.08.2018).
Э4	Znanium.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Науч-но- издательский центр ИНФРА-М. – Москва, 2002 – . – URL: <a href="http://znanium.com/">http://znanium.com/</a> (дата обращения: 27.08.2018).
Э5	Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Издательство Лань. – Санкт- Петербург, 2010 – . – Доступ к полным текстам с любого компьютера, после регистрации из сети ЧелГУ. – URL: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> (дата обращения: 27.08.2018).
Э6	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО ДиректмедиаПаблицинг. – Москва, 2001 – . – Дос-туп к полным текстам с любого компьютера, после регистрации из сети ЧелГУ – URL: <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> (дата обращения: 27.08.2018).

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle
MS Office365
Adobe Connect Acrobat
Adobe Reader

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .
2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <a href="https://elibrary.ru">https://elibrary.ru</a> (дата обращения: 09.01.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
3. Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <a href="http://www.ams.org/mathscinet/">http://www.ams.org/mathscinet/</a> (дата обращения: 09.01.2019). – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

### 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1. Лекционная аудитория на 20 мест с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.
---



2. Учебная аудитория на 20 мест с доской для практических занятий и самостоятельной работы.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения:

- лекционная аудитория – мультимедийное оборудование, мобильный радиокласс (для студентов с нарушениями слуха); источники питания для индивидуальных технических средств;
- учебная аудитория для практических занятий (семинаров) – мультимедийное оборудование, мобильный радиокласс (для студентов с нарушениями слуха);
- учебная аудитория для самостоятельной работы – стандартные рабочие

места с персональными компьютерами; рабочее место с персональным компьютером, с программой экранного доступа, программой экранного увеличения и брайлевским дисплеем для студентов с нарушениями зрения.

В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными

возможностями здоровья, должно быть предусмотрено соответствующее количество мест для обучающихся с учетом ограничений их здоровья.

В учебные аудитории должен быть обеспечен беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Все указанное в настоящей рабочей программе дисциплины методическое и техническое обеспечение учебного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляется Региональным учебно- научным центром инклюзивного образования ЧелГУ.

Для обеспечения тематической иллюстрации занятий лекционного типа в образовательном процессе используются цифровые образовательные ресурсы (мультимедийные презентации), различные формы наглядности (графики, таблицы, схемы и т.д). Для проведения занятий лекционного типа используется переносное и/или стационарное мультимедийное оборудование (экран, ноутбук, проектор, колонки) в аудиториях 1-го корпуса ЧелГУ.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Изучение каждой темы следует начинать с проработки соответствующего теоретического материала в учебниках или использовать собственный конспект лекций данной дисциплины. Для усвоения теоретического материала также нужно разобрать предлагаемые в лекционном курсе примеры. Только затем следует закрепить разобранный материал изучаемой темы самостоятельным решением предлагаемых домашних заданий.

Самостоятельная работа над задачами курса может, кроме основного источника, проводится по задачкам . Не стоит пренебрегать и справочной литературой . Успешное написание промежуточных контрольных работ возможно только при внимательном, всестороннем и качественном изучении тем практических занятий, предшествующих данной работе и объявленных преподавателем.

Необходимо тщательно и добросовестно изучить основную и дополнительную литературу, использовать электронные ресурсы. Активная и добросовестная, систематическая работа в течение семестра, проявление инициативы на лекционных и практических занятиях, постоянное выполнение домашних, контрольных и самостоятельных работ являются необходимым условием достаточного овладения материалом учебной дисциплины и успешного прохождения итоговой аттестации по дисциплине.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, MSOffice365, форумы, электронная почта и др.).

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применяться компоненты, не входящие в перечень электронной информационно- образовательной среды.



## 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «EIBraile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, наушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.



При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);
- в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.



## 1.1. Типовые контрольные задания или иные материалы

Примеры задач для промежуточного контроля (Контрольные работы № 1-3)

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 1

- $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}, y(1) = 1.$
- $y' = 2 \left( \frac{y+2}{x+y-1} \right)^2.$
- $(x+y)y' = 1, y(-1) = 0.$
- $xy' + y = \ln x + 1.$
- $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0.$
- $xyy' - x^2\sqrt{y^2+1} = (x+1)(y^2+1).$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 2

- $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1.$
- $4y' + \frac{y}{x} = \frac{e^{-x}}{xy^3}.$
- $y' + y \cos x = \sin 2x.$
- $2xyy' = 3\sqrt{x^6 - y^4} + 3y^2, y(1) = 0.$
- $dx + (e^y - x)dy = 0.$
- $y' = \sqrt{100x + 2} + y - 100.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 3

- $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}.$
- $(y + \sqrt{xy})dx = xdy, y(1) = 0.$
- $xy' + 2y = e^{-x^2}.$
- $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y.$
- $\frac{y}{x}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0.$
- $y^2dx + (xy - 1)dy = 0, y\left(\frac{1}{e}\right) = e.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 4

- $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}.$
- $2x^2yy' = y^4 - y^2x, y(-1) = 1.$
- $(2x+1)y' + y = x.$
- $x^2ydx + x^3dy = dx.$
- $y'x \ln x + 2y = \sqrt{16y} \ln x.$
- $y' = \operatorname{tg}^2(2x+y) - 2, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 5

- $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}, y(1) = 1.$
- $3x^2y^2y' = y^3(x + y^3).$
- $xy' + y(x \operatorname{tg} x + 1) = \sec x.$
- $y' - xy = -y^3e^{-x^2}.$
- $y \cos x dx + \sin x dy = \cos 2x dx, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$
- $y' = (3x - y + 2)^2 - 1.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 6

- $x^2y' = y(x+y).$
- $(1 - x^2y)dx + x^2(y-x)dy = 0.$
- $y'x \ln x + y = 2 \ln x.$
- $(1 - x^2)y' - xy = xy^2, y(0) = 0, 5.$
- $y' = \frac{y+12}{x-11} - \frac{x-11}{y+12}, y(12) = -11.$
- $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 7

- $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, y(1) = 0.$
- $4xy^3y' \cos \frac{y^4}{x} = y^4 \cos \frac{y^4}{x} - x.$
- $t^2 \frac{ds}{dt} = 2ts - 3, s(-1) = 1.$
- $xyy' - y^2 = 1.$
- $(\sin x + e^y)dx + \cos x dy = 0.$
- $y' = \sin^2(y-x).$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 8

- $y - xy' = 2(x + yy').$
- $y' = \left( \frac{x+y+2}{4+2x} \right)^2.$
- $\sin t ds = \left( 4t \sin^2 \frac{t}{2} + s \right) dt.$
- $3y^2y' + y^3 = x + 1, y(1) = -1.$
- $(1 + 3x^2 \sin y)dx - x \operatorname{ctg} y dy = 0.$
- $xy' - 4y - x^2\sqrt{y} = 0.$



**Контрольная работа № 2**

**Вариант 1**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = xe^x$ ,  $y_2 = xe^{-x}$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = 2.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2**

**Вариант 2**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = xe^x \cos 2x$ ,  $y_2 = e^x \sin 2x$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = -1.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2**

**Вариант 3**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = x^2 e^x$ ,  $y_2 = xe^x$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -6 & -2 \\ 18 & -12 & -3 \\ 18 & -9 & -6 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = -3.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2**

**Вариант 4**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = x^2 \cos 4x$ ,  $y_2 = 1$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = 1.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .



**Контрольная работа №3**  
**Вариант 1**

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon \sqrt{\ln x} + xt, \quad x(0) = 1 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = 4x^3 - 2x$$

**Контрольная работа №3**  
**Вариант 2**

Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{6}$$

1. Решить уравнение:

$$\dot{y}^2 + \dot{y}(x - y) - x = 0$$

2. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon^3 \sqrt{\ln x} + x\sqrt{t}, \quad x(0) = 1 - \sqrt[3]{\frac{2\varepsilon^2}{3}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

3. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\dot{x} = -e^x + 1$$

**Контрольная работа №3**  
**Вариант 3**

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{8}$$

2. Решить уравнение:  $\dot{y}^4 - \dot{y}^3 \ddot{y} = 1$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 + \varepsilon$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = \cos x - \sin x$$



**Контрольная работа №3**  
**Вариант 4**

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^7}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{7}$$

2. Решить уравнение:  $\dot{y} = (x + 1)y + y^2$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \frac{\varepsilon}{x} + 2x^2t, \quad x(0) = 1 - \varepsilon$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -e^{-x} + e^x$$

**Контрольная работа №3**  
**Вариант 5**

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{3}$$

2. Решить уравнение:

$$5\dot{y} + y^2 = x(y + x)$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon \sqrt[5]{\ln^2 x} + x \sqrt[3]{t^2}, \quad x(0) = 1 - \sqrt[5]{\frac{9\varepsilon^5}{25}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -\cos x$$

**Контрольная работа №3**  
**Вариант 6**

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^5}{x^2}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:  $x\dot{y}^3 = 1 + y$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon x + 2x^2t, \quad x(0) = 1 + \varepsilon^2$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость  $\ddot{x} = -3^x + 1$



Задачи к экзамену по курсу «Дифференциальные уравнения», 3 семестр

Билет 1.

1.  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$
2.  $y' = \frac{2(y+2)^2}{(x+y-1)^2}$
3.  $xy' + y = \ln x + 1$
4.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = -4x + y + \frac{1}{te^t} \end{cases}$$

Билет 2.

1.  $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}$
2.  $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy$
3.  $y' + y \cos x = \sin 2x$
4.  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = 2y - x - 5e^t \sin t \end{cases}$$

Билет 3.

1.  $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}$
2.  $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy$
3.  $xy' + 2y = e^{-x^2}$
4.  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y + \tan^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + \tan t \end{cases}$$

Билет 4.

1.  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, y(1) = 0$
2.  $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy$
3.  $\frac{t^2 ds}{dt} = 2ts - 3$
4.  $y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{3t}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$$



Билет 5.

1.  $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}$
2.  $y' = \frac{2(y+2)^2}{(x+y-1)^2}$
3.  $(2x+1)y' + y = x$
4.  $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}}$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = x - y \\ \dot{z} = 3x - y - 2z \end{cases}$

Билет 6.

1.  $y - xy' = 2(x + yy')$
2.  $y' = \left(\frac{x+y+2}{4+2x}\right)^2$
3.  $\sin t ds = \left(4t \sin^2 \frac{t}{2} + s\right) dt$
4.  $y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases}$

Билет 7.

1.  $x^2 y' = y(x+y)$
2.  $(1 - x^2 y) dx + x^2 (y - x) dy = 0$
3.  $y' x \ln x + y = 2 \ln x$
4.  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -4x + 4y \\ \dot{z} = -2x + y + 2z \end{cases}$

Билет 8.

1.  $xy' + y = \ln x + 1$
2.  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}, y(1) = 1$
3.  $3x^2 y^2 y' = y^3 (x + y^3)$
4.  $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$



5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z \\ \dot{y} = x + 4y - 2z \\ \dot{z} = x + 5y - 3z \end{cases}$$

Билет 9.

1.  $xy' = y\left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$

2.  $y' = \frac{2x + y}{x - 2y}, y(1) = 0$

3.  $(y^2 - 2x)dx + (2xy - \sin y)dy = 0$

4.  $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

Билет 10.

1.  $xy dx = (x^2 - y^2)dy$

2.  $y' = \frac{y - 2x}{x + 2y}, y(1) = 0$

3.  $(y - 3x^2 + 1)dx + (x + \ln y)dy = 0$

4.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$$

Билет 12.

1.  $xy' \cos y + \sin y = \sin^2 y$

2.  $y' = \frac{y - 2x}{x + 2y}, y(1) = 0$

3.  $xy' + x^2 + xy = y$

4.  $y'' - 2y' = \frac{1}{x} - 2 \ln(e \cdot x)$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$$

Билет 13.

1.  $(1 - x^2y)dx + x^2(y - x) dy = 0$

2.  $y' + y \tan x = e^x \cos x$

3.  $(xy' + y)^2 = x^2 y'$

4.  $y'' + 6y' + 9y = 36xe^{3x}$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -x - y + \frac{e^t}{e^t + 1} \\ \dot{y} = 2x + 2y + \frac{e^t}{e^t + 1} \end{cases}$$



Билет 14.

1.  $xy' = y\left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$
2.  $(2x + 1)y' + y = x$
3.  $\frac{y}{x}dx + (1 + \ln(xy))dy = 0, x > 0, y > 0$
4.  $y'' - y' = -\frac{x+1}{x^2}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z \\ \dot{y} = -x + z \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$$

Билет 15.

1.  $y' \cos x + y(1 + y)\sin x = 0$
2.  $(1 - x^2y)dx + x^2(y - x)dy = 0$
3.  $(y')^3 - y'e^{2x} = 0$
4.  $y'' - 4y' + 4y = 32xe^{-2x}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 8y + \tan 4t \\ \dot{y} = 4x - 4y \end{cases}$$

Билет 16.

1.  $(4 - x - 2y)dx - 2(1 + x + 2y)dy = 0$
2.  $y' = \left(\frac{x + y + 2}{4 + 2x}\right)^2$
3.  $(2x + 1)y' + y = x$
4.  $y'' + 2y' + y = (x + 2)\left(\ln x + \frac{1}{x}\right)$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -x - y + \frac{e^t}{e^t + 1} \\ \dot{y} = 2x + 2y + \frac{e^t}{e^t + 1} \end{cases}$$

