

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.09.2025 11:13:06
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bf598f3b6c077448619a878808322523

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине
«Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности)
01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная
математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Элементы теории случайных процессов
Направление подготовки (специальность)
01.03.02 – Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)
Прикладная математика и искусственный интеллект
Присваиваемая квалификация (степень)
Бакалавр
Форма обучения
Очная**

Челябинск 2025 г.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 2

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
 - 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
 - 3.1. Виды оценочных средств
 - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
 - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
 - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.
 - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 3

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
 Направленность: Прикладная математика и искусственный интеллект

Дисциплина: Элементы теории случайных процессов
 Семестр (семестры) изучения: № семестра 7
 Форма (формы) промежуточной аттестации: Экзамен

Примечание: для оценивания результатов используется балльно-рейтинговая система.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Элементы теории случайных процессов» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач	Знать: Методы поиска и синтеза информации, сущность системного подхода для решения поставленных задач в области приложений теории случайных процессов Уметь: Осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач в области приложений теории случайных процессов Владеть: Методами поиска, анализа и синтеза информации, техникой системного подхода для решения поставленных задач в области приложений теории случайных процессов

ПК-1	Способен проектировать системы различного назначения и проводить их анализ	<p>ПК-1.1. Обладает знаниями о существующих математических методах и моделях, применяемые для описания систем; о классических математических методах анализа систем.</p> <p>ПК-1.2. Демонстрирует умение: проводить исследование и анализ системы; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы.</p> <p>ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): выполнения описания модели системы; применения математических методов при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями.</p>	<p>Знать: Основы теории случайных процессов, базовые вероятностные модели, применяемые для описания систем в области профессиональной деятельности.</p> <p>Уметь: Проводить исследование и анализ выбранной вероятностной модели объекта; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы.</p> <p>Владеть: Практическим опытом построения вероятностной модели системы; математическими методами ее обработки при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями.</p>
------	--	---	--

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 5

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/№ задания
1	УК-1/ освоение методов статистического моделирования	Раздел 1- раздел 7	Домашнее (семестровое) задание, итоговый тест	Экзаменационные билеты
2	ПК-1/ умение применять методы статистического моделирования для решения профессиональных задач	Разделы: 2,3,6,7	Домашнее (семестровое) задание, итоговый тест	Экзаменационные билеты

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2 Содержание оценочных средств

Типовые контрольные задания для домашних (семестровых) заданий для текущей аттестации.

Задания первой семестровой работы

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 6

1 задание

1. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$, $n = 0, 1, 2, \dots, 50$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=0}^{50} n \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.1;
- $\sum_{n=0}^{50} \left(\frac{n^7}{n!}\right) \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.01.

2. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = e^{-2} \cdot \frac{2^n}{n!}$, $n = 0, 1, 2, \dots$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot e^{-2} \cdot \frac{2^n}{n!}$ с точностью до 0.1;
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{n!}$ с точностью до 0.01.

3. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{8} \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^n$ с точностью до 0.1;
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4} \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^n$ с точностью до 0.01.

4. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = \frac{90}{\pi^4} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^4$, $n = 1, 2, \dots$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{\pi^4} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^3$ с точностью до 0.01;
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^4$ с точностью до 0.01.

5. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 7 \cdot e^{-7x}, & x \geq 0 \end{cases}$.

Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int_0^{\infty} 7x \cdot e^{-7x} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int_0^{\infty} \sqrt{x} \cdot e^{-7x} dx$ с точностью до 0.001.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 7

6. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2}, x \in (-\infty; \infty)$.

Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2} dx$ с точностью до 0.01.

7. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{24} \cdot x^4 \cdot e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$.

Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int_0^{\infty} \frac{1}{24} \cdot x^5 \cdot e^{-x} dx$ с точностью до 0.1;
- $\int_0^{\infty} \ln(x) \cdot x^4 \cdot e^{-x} dx$ с точностью до 0.1.

8. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 3x^2 \cdot e^{-x^3}, & x \geq 0 \end{cases}$.

Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int_0^{\infty} 3x^3 \cdot e^{-x^3} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int_0^{\infty} \sin(x) \cdot x^2 \cdot e^{-x^3} dx$ с точностью до 0.01.

9. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 3 \cdot (x + 1)^{-4}, & x \geq 0 \end{cases}$.

Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int_0^{\infty} 3x \cdot (x + 1)^{-4} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int_0^{\infty} \sqrt[3]{x} \cdot (x + 1)^{-4} dx$ с точностью до 0.01.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 8

10. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 3 \cdot \sin 2x \cdot \cos^4 x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3x \cdot \sin 2x \cdot \cos^4 x \, dx$ с точностью до 0.001;
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot \cos^5 x \, dx$ с точностью до 0.001.

2 задание

1. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_a^b dx \int_1^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} \ln(x) \cdot e^{-xy - (yz)^2} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10$, $1 < b < 10$.

2. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_a^b dx \int_0^{x^2} dy \int_0^{\infty} \cos(xy) \cdot e^{-z} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < b < 2$.

3. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_0^a dx \int_{-x}^x dy \int_0^{y^2} \cos(x) \cdot f(y, z, b) dz,$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 9

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $0 < a < 10$, $-a < b < a$, функция $f(y, z, b) = \begin{cases} z, & y < b \\ z^2, & y \geq b \end{cases}$.

4. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_1^a \cos(bz) \cdot e^{-\frac{zx^2+y^2}{2}} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10$, $1 < b < 10$.

5. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_1^a dx \int_1^b dy \int_1^{\infty} dz \int_0^{\infty} e^{-xz-yw^2} dw,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10$, $1 < b < 10$.

6. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_1^a dx \int_1^b dy \int_1^x dz \int_1^y \cos(xyzw) dw,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10$, $1 < b < 10$.

7. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_1^a dx \int_1^x dy \int_0^1 dz \int_0^{\infty} f(z, w, b) dw,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10$, $4 < b < 10$, функция

$$f(z, w, b) = \begin{cases} z, & w < 1 \\ \frac{z}{w^b}, & w \geq 1 \end{cases}$$

8. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\iint_{x^2+y^2 \leq a} dx dy \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 \cdot e^{-bnz}}{n^4} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $0 < a < 10$, $1 < b < 10$.

9. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 10

$$\iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq a} dx dy dz \int_0^{\infty} \cos(bxyz) \cdot e^{-w(xyz)^2 - w} dw,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $0 < a < 10$, $1 < b < 10$.

10. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} (x_1 + \dots + x_n) \cdot e^{-a(x_1 + \dots + x_n)} dx_1 \dots dx_n,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $n \in \mathbb{N}$ принимают значения $1 < a < 10$, $1 \leq n < 10$.

Задания второй семестровой работы

Задания первой части

1. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = \alpha e^{-t}$, где α - случайная величина, распределенная равномерно на отрезке $[-1; 1]$.

2. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = e^{-\eta t}$, где η - случайная величина, распределенная по показательному закону с параметром λ .

3. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = t + a \cdot \eta$, где η - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 , $a = const$.

4. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = \eta \cdot t + a$, где η - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 , $a = const$.

5. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = V \cos(\psi t - \Theta)$, где V и Θ - независимые случайные величины. V распределена по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 , Θ - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0; 2\pi)$, $\psi = const$.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 11

6. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = U \cos \omega_0 t + V \sin \omega_0 t$, где U и V - некоррелированные случайные величины, распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 , $\omega_0 = \text{const}$.

7. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = V \cdot e^{-Ut}$, где U и V - независимые случайные величины, U распределена равномерно на интервале $(0, a)$, V распределена равномерно на интервале $(0, b)$.

8. Найти одномерную плотность распределения вероятностей случайного процесса $X(t) = \eta \cdot t + a$, где η - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 , $a = \text{const}$.

9. Найти одномерную плотность распределения вероятностей случайного процесса $X(t) = t + a \cdot \eta$, где η - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 , $a = \text{const}$.

10. Найти одномерную плотность распределения вероятностей случайного процесса $X(t) = U \cos \omega_0 t + V \sin \omega_0 t$, где U и V - независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 , $\omega_0 = \text{const}$.

Задания второй части

1. Дан случайный процесс $X(t) = U \cos \omega_0 t + V \sin \omega_0 t$, где U, V - некоррелированные случайные величины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D(V) = D = \text{const}, \omega_0 = \text{const}$. Будет ли $X(t)$ стационарным в широком смысле?

2. Дан случайный процесс $X(t) = U \cos \omega_0 t + V \sin \omega_0 t$, где U, V - некоррелированные случайные величины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D_1, D(V) = D_2, D_1 \neq D_2, \omega_0 = \text{const}$. Будет ли $X(t)$ стационарным в широком смысле?

3. Дан стационарный случайный процесс $X(t) = U \cos \Omega t + V \sin \Omega t$, где U, V, Ω - независимые случайные величины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D(V) = D = \text{const}, \Omega$ принимает только положительные значения. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины Ω , если известно, что автоковариационная функция случайного процесса $X(t)$ имеет вид: $K_x(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|}$, где $\alpha > 0, D > 0$.

4. Дан стационарный случайный процесс $X(t) = U \cos \Omega t + V \sin \Omega t$, где U, V, Ω - независимые случайные величины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D(V) = D = \text{const}, \Omega$ принимает только положительные значения. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины Ω , если известно, что автоковариационная функция случайного процесса $X(t)$ имеет вид: $K_x(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$, где $\alpha > 0, D > 0, \omega_0 > 0$.

5. Процесс случайного блуждания с дискретным временем $X(t)$ задается рекуррентно $X(t) = X(t-1) + \delta(t), X(0) = 0, t = 1, 2, \dots, \delta(t)$ - белый шум с дисперсией σ^2 . Будет ли он стационарным в широком смысле?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 12

6. Дан случайный процесс $X(t) = U \cos \omega_0 t + V \sin \omega_0 t$, где U, V - некоррелированные случайные величины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D(V) = D = const, \omega_0 = const$. Будет ли он эргодическим по отношению к математическому ожиданию?

7. Дан случайный процесс $X(t) = U$, где U - случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . Будет ли он эргодическим по отношению к математическому ожиданию?

8. Дан случайный процесс $X(t) = V \cos(\psi t - \Theta)$, где V и Θ - независимые случайные величины. V распределена по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2 , Θ - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0; 2\pi)$, $\psi = const$. Будет ли $X(t)$ стационарным в широком смысле?

9. Найти спектральную плотность $S_x(\omega)$ стационарного случайного процесса, автокорреляционная функция которого $K_x(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|}$, где $\alpha > 0, D > 0$.

10. Найти спектральную плотность $S_x(\omega)$ стационарного случайного процесса, автокорреляционная функция которого $K_x(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$, где $\alpha > 0, D > 0, \omega_0 > 0$.

Задания третьей семестровой работы

Вариант 1

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность отказа (потери заявки) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m - целые положительные числа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 13

Вариант 2

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность простоя системы (все обслуживающие каналы свободны) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

Вариант 3

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность того, что заявка будет стоять в очереди с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

Вариант 4

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднее время ожидания в очереди (в часах) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 14

Вариант 5

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднее число занятых каналов с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

Вариант 6

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднюю длину очереди с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

Вариант 7

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО не ограничено (СМО с неограниченной очередью). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность простоя системы (все обслуживающие каналы свободны) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 15

Вариант 8

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО не ограничено (СМО с неограниченной очередью). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность того, что заявка будет стоять в очереди с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

Вариант 9

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО не ограничено (СМО с неограниченной очередью). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднее время ожидания в очереди (в часах) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

Вариант 10

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - t минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО не ограничено (СМО с неограниченной очередью). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднее число занятых каналов с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и t - целые положительные числа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 16

Пример заданий итогового теста

1. Для какого процесса все конечномерные распределения находятся, если известны математическое ожидание и автоковариационная функция? Ответ обосновать.
2. Найти преобразование Фурье от дельта функции.

Вопросы к экзамену.

1. Определение случайного процесса, его конечномерных распределений. Числовые характеристики случайного процесса: математическое ожидание, ковариационная и автокорреляционная функции, их свойства. Гауссовские случайные процессы. Временные ряды.
2. Марковская цепь, переходные вероятности, вероятности задержки, однородность цепи Маркова, вероятности состояний.
3. Стационарный режим для цепи Маркова.
4. Случайные процессы с Марковским свойством, непрерывным временем и конечным числом состояний, переходные вероятности. Что означает однородность по времени таких процессов, сепарабельность и стохастическая непрерывность? Уравнения Колмогорова-Чепмена.
5. Теорема о существовании плотностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния для однородного Марковского процесса с конечным числом состояний, сепарабельного и стохастически непрерывного.
6. Прямая и обратная системы Колмогорова
7. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний и системы уравнений для стационарного распределения вероятностей состояний. Формулировка эргодической теоремы.
8. Гильбертово пространство величин с конечной дисперсией. Сходимость случайных величин в среднеквадратическом. Примеры.
9. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость случайных процессов со значениями в простых и сложных вычислениях с конечной дисперсией. Вычисление автоковариационной функции от производной и интеграла случайного процесса.
10. Пространство Шварца обобщенных функций на числовой прямой, регулярные обобщенные функции. Преобразование Фурье и дифференцирование обобщенных функций. Дельта функция.
11. Стационарные случайные процессы с дискретным спектром.
12. Спектральное разложение стационарного случайного процесса с непрерывным спектром. Спектральная плотность. Формулы Винера Хинчина.
13. Спектральное разложение стационарного случайного процесса в комплексной форме.
14. Белые шумы. Стационарный белый шум. Реальный белый шум.
15. Физический смысл спектральной плотности.
16. Эргодичность стационарного случайного процесса а) по отношению к математическому ожиданию, б) по отношению к автоковариационной функции. Достаточные условия эргодичности.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 17

Примеры билета для экзаменационной контрольной работы

1. Комплексная форма спектрального разложения стационарного случайного процесса.
Формулы Винера Хинчина.
2. Прямая и обратная системы Колмогорова.
3. Найти преобразование Фурье единицы.
4. Найти обобщенную производную функции Хевпсайда.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 18

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Описать порядок и способы проведения промежуточной аттестации.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине определяется на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.

Итоговая оценка выставляется, исходя из количества баллов, набранных в течение семестра и полученных за экзамен

Начисляемые рейтинговые баллы.

(По каждой позиции указывается максимальный балл)

Домашние (семестровые) задания 3 части – 20+20+20=60 баллов

Итоговый тест - 10

Посещаемость - 10

Экзаменационная контрольная работа - 20

Итого 100 баллов

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного на практических занятиях и вынесенного на самостоятельную работу. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

4.2.1 Критерии оценивания домашнего (семестрового) задания

Максимальный балл за одну часть семестрового задания – 20 баллов

Балл	18-20 баллов	15-17 баллов	10-14 баллов	0-9 баллов
Уровень освоения проверяемых компетенций	высокий	средний	базовый	недостаточный
Критерии оценивания	Полностью выполнено задание, получен правильный ответ	Задание выполнено, но имеются незначительные недочеты или арифметические ошибки	Задание выполнено на 70%	Задание не выполнено, имеются грубые ошибки

4.2.2. Критерии оценивания итогового теста

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 19

Максимальный балл за ответ — 10 баллов.

9-10 баллов	7-8 баллов	5-6 баллов	0-4 балла
Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
Обучающийся отлично знает материал, умеет анализировать проблему и аргументировано изложить свою точку зрения. Обучающийся практически не допускает ошибок.	Обучающийся хорошо знает материал, умеет анализировать проблему и аргументировано изложить свою точку зрения. Обучающийся допускает незначительные ошибки.	Обучающийся знаком с материалом, но ответы на вопросы содержат ошибки.	Обучающийся не знает основных положений вопроса, не ориентируется в основных понятиях, излагает материал с трудом, с грубыми ошибками, либо отказывается от ответов на вопросы.

4.2.3 Критерии оценивания экзаменационной контрольной работы

Максимальный балл за экзаменационную контрольную работу — 20 баллов. Этот балл складывается из баллов, полученных за каждый вопрос в билете. В билете – 2 теоретических вопроса и две задачи.

Критерии оценивания теоретического вопроса с доказательством

Максимальный балл — 5.

5 баллов	4 балла	3 балла	0-2 баллов
Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
Даны аккуратные определения и подробные доказательства теорем, свойств. Объяснены все обозначения, участвующие в ответе.	Даны определения и доказательства теорем, свойств. Не объяснены некоторые обозначения. Возможны незначительные неясности в изложении.	Определения и доказательства в целом приведены, но содержат незначительные неточности, недостаточная ясность изложения. Возможно, не приведены доказательства.	Ответ на вопрос отсутствует или содержит определения и формулировки, содержащие значительные ошибки

Критерии оценивания задачи

Максимальный балл — 5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 20

5 баллов	4 балла	3 баллов	0-2 балла
Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
Дано полное обоснованное решение задачи.	В представленном решении имеются мелкие недочеты или арифметические ошибки	Дано решение задачи с неполным обоснованием.	Задача не решена или ее решение не обосновано.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за экзамен:

- 0-49 баллов - неудовлетворительно (2);
- 50-69 баллов - удовлетворительно (3);
- 70-90 баллов - хорошо (4);
- 91-100 баллов - отлично (5).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. **Высокий уровень сформированности компетенций** соответствует оценке отлично:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности.
 - студент способен аргументировать собственную точку зрения по дискуссионным вопросам дисциплины, решать ситуационные задачи, критически оценивать информацию, формулировать собственные выводы.
2. **Средний уровень** соответствует оценке хорошо:
 - предполагает формирование компетенций на среднем уровне: формируется комплексное знание особенностей решения прикладных задач, умение сбора, анализа и обработки данных, необходимых для решения прикладных задач.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы теории случайных процессов» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 21

- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
- предполагает формирование компетенций на начальном уровне, студент освоил основные понятия и положения изучаемой дисциплины.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

