

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.06.2026 12:17:24
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f3b6c77a48b9a8788b8322323



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Математический анализ

Направление подготовки (специальность)
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Направленность (профиль)
**«Математические и компьютерные методы
в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора
2026

Челябинск, 2026 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	5
3.1. Виды оценочных средств	5
3.2. Содержание оценочных средств	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	12
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	12
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	12
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	13



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Математический анализ.

Семестры: 1,2,3,4.

Форма промежуточной аттестации: 1,2,3,4 – зачет, 1,2,3,4 – экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балльной оценки различных форм деятельности студентов.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Математический анализ» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики для решения задач профессиональной деятельности.	Знать базовые понятия математического анализа, применяемые в математических науках, прикладной математике и информатике. Уметь применять классические методы математического анализа в решении задач прикладной математики и информатики. Владеть методами решения прикладных задач на основе классических задач математического анализа



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	Знать базовые понятия математического анализа, применяемые в математических науках, прикладной математике и информатике.	– Числовые последовательности и ряды – Функциональные последовательности и ряды – Функции: непрерывность и дифференцируемость	1, 2, 3, 4	1, 2	Контрольная работа
	Уметь применять классические методы математического анализа в решении задач прикладной математики и информатики.	– Функции, определенные с помощью интегралов – Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость		3	Контрольная работа
	Владеть методами решения прикладных задач на основе классических задач математического анализа.	– Степенные ряды – Неопределенный интеграл и интеграл Римана – Криволинейные и поверхностные интегралы – Кратный интеграл Римана – Интегралы, зависящие от параметра – Интеграл Стильбеса		1-7	Контрольная работа, Типовой расчет

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

Типовые контрольные задания включают в себя типовой расчет (семестровую работу) и контрольные работы по темам: числовые последовательности и ряды, функции: непрерывность и дифференцируемость, неопределенные интегралы, экстремумы функции многих переменных, кратные интегралы, криволинейные и поверхностные интегралы, функциональные последовательности и ряды, степенные ряды, интегралы с параметром, функции, полученные с



помощью интегралов, интеграл Стильтьеса. Примерные варианты контрольных работ и типового расчета прилагаются.

Примерный вариант семестровой работы

Вариант №1

Задача 1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2n+1} = 2$ (указать $N(\varepsilon)$).

Задача 2. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

Задача 3. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}}.$$

Задача 4. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2-1}).$$

Задача 5. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

Задача 6. Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

Задача 7. Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная по разделу: Пределы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 7}{4x^2 - 2x + 8}$	2
2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}{x-4}$	2
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$	2



4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 2}{3x^2 + 6x - 4}$	2
5	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n-2} \right)^{2n+4}$	2

Контрольная по разделу: Интегралы

№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int (2x+1)e^x dx$	2
2	$\int \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-4x+8}} dx$	2
3	$\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$	2
4	$\int x^2 \ln^2 x dx$	2
5	$\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$	2

Контрольная по разделу: Интеграл Римана

№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$	2
2	Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = 4 - x^2$, $y = 0$	2
3	Определить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x$, $x = 3$ вокруг оси OX	2
4	Определить длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 4$	2
5	Определить силу давления воды на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием 8 метров и высотой 6 метров.	2

Контрольная по разделу: Числовые ряды

№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на сходимость $\sum \frac{2^k}{(k+1)!}$	2
2	Исследовать на сходимость $\sum \frac{k+2}{k^4 - 2k + 5}$	2



3	Найти сумму ряда $\sum \frac{1}{k^2}$	2
4	Исследовать на условную сходимость $\sum \frac{(-1)^k}{k+1}$	2
5	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin 2x$	2

Контрольная по разделу: Функциональные ряды

№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на равномерную сходимость $\sum \frac{x^k}{k!}$	2
2	Найти область сходимости ряда $\sum \frac{(x-3)^k}{2^k}$	2
3	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin^2 x$	2
4	Разложить в ряд Фурье $y = x - 2$	4

Контрольная по разделу: Двойные и тройные интегралы

№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^y \sqrt{1-y^2} dx$	2
2	Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x, y = -x, x = 3$	2
3	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x + 2y - 2z = 0, x = 0, y = 0, z = 0$	3
4	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x^2 + y^2 = 2y, z = 0, z = 1$	3

Контрольная по разделу: Применение кратных интегралов

№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Найти координаты центра масс однородной плоской фигуры $y^2 \leq x \leq 2 - y$	2
2	Найти момент инерции относительно координат фигуры $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$	2



3	Найти длину дуги кривой $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$	3
4	Вычислить интеграл $\iint_S (x + y + z) dS$, где S – часть плоскости $x + 2y + 4z = 4$, выделяемая условиями $x, y, z \geq 0$	3

Вопросы к экзамену

1 семестр

Часть 1:

1. Множество действительных чисел
2. Подмножество множества действительных чисел
3. Элементарные функции
4. Определение предела последовательности и свойства (не арифметические)
5. Определение предела последовательности и арифметические свойства
6. Предел последовательности и неравенства
7. Предел функции в точке и свойства
8. Критерий существования предела последовательности (понятия \sup и \inf)
9. Число e

Часть 2:

1. Предел функции и неравенства. Критерий существования предела функции
2. Замечательные пределы и эквивалентность
3. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва
4. Производная функции в точке. Ее геометрический и физический смысл
5. Производная и арифметические операции. Производная композиции. Производная обратной функции
6. Основные теоремы о дифференцируемых функций (Ролля, Лагранжа, Коши)
7. Выпуклость. Правило Лопитала
8. Неопределенный интеграл. Свойства. Формула интегрирования по частям

2 семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Простейшие приемы интегрирования.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Метод Остроградского.
5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
6. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
7. Достаточные условия интегрируемости по Риману.
8. Свойства интеграла Римана. Интеграл как функция верхнего предела.
9. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Определение и свойства несобственного интеграла Римана.
11. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
12. Признаки Абеля-Дирихле сходимости несобственных интегралов.
13. Методы приближенного вычисления определенных интегралов
14. Определение и структура конечномерного пространства.



15. Сходимость в конечномерном пространстве. Его полнота.
16. Подмножества конечномерного пространства. Основные теоремы о множествах.
17. Предел функций многих переменных. Повторные пределы.
18. Непрерывность функций многих переменных. Локальные свойства непрерывных функций.

Глобальные свойства.

19. Линейная и евклидова структура конечномерного пространства. Линейные функции многих переменных.
 20. Дифференцируемость и дифференциал функции в точке.
 21. Частные производные.
 22. Необходимые условия дифференцируемости функций многих переменных в точке.
- Локальные свойства дифференцируемых функций многих переменных.
23. Достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных.
 24. Матрица Якоби. Производная по направлению. Градиент.
 25. Частные производные высших порядков. Высшие производные функций многих переменных и дифференциалы.
 26. Формула Тейлора.
 27. Экстремумы функций многих переменных.
 28. Поверхности в конечномерных пространствах и касательные пространства.
 29. Критические точки плоских кривых.
 30. Простейшие варианты теоремы о неявной функции. Теорема о неявной функции.
 31. Условный экстремум. Его необходимый признак. Достаточный признак условного экстремума.
 32. Определение и свойства меры Жордана.
 33. Определение кратного интеграла Римана. Его свойства.
 34. Замена переменных в кратном интеграле.

3 семестр

1. Криволинейные интегралы первого рода и их свойства
2. Криволинейные интегралы второго рода и их свойства
3. Поверхности в конечномерном пространстве.
4. Определение и свойства матрицы Грама.
5. Поверхностный интеграл первого рода.
6. Дифференциальные формы.
7. Ориентированные поверхности.
8. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.
9. Переход от поверхностного интеграла первого рода к поверхностному интегралу второго рода.
10. Переход от поверхностного интеграла второго рода к поверхностному интегралу первого рода.
11. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
12. Элементы векторного анализа.
13. Сумма и сходимость числового ряда.
14. Критерий Коши сходимости ряда.
15. Свойства сходящихся рядов.
16. Ряды с неотрицательными членами.
17. Признаки сравнения.
18. Ряды с положительными членами.



19. Достаточные признаки сходимости.
20. Знакопеременные ряды.
21. Достаточные признаки сходимости.
22. Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды
23. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и функциональных рядов.
24. Равномерная сходимость и непрерывность, интегрирование, дифференцируемость.
25. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара.
26. Свойства степенных рядов.
27. Ряды Тейлора.
28. Теорема Вейерштрасса.
29. Определение тригонометрического ряда. Ряды Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке.

4 семестр

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Их непрерывность и интегрируемость.
2. Дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Их равномерная сходимость.
4. Непрерывность несобственных интегралов по параметру.
5. Интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
6. Дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
7. Перестановка двух несобственных интегралов.
8. Применение к вычислению некоторых интегралов.
9. Гамма-функция и ее свойства.
10. Бета-функция. Ее свойства и связь с гамма-функцией.
11. Представление функции интегралом Фурье.
12. Комплексная форма интеграла Фурье.
13. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.
14. Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемых функций.
15. Задача о распространении тепла в бесконечном стержне.
16. Асимптотические оценки интегралов Лапласа. Метод стационарной фазы.
17. Функции ограниченной вариации. Теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства.
18. Интеграл Стильтьеса.
19. Признаки существования интеграла Стильтьеса. Его вычисление.



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 90 минут. На зачете выдается зачетная работа из 5 задач, взятых из вариантов контрольных работ, каждое задание оценивается в 2 балла. Если в течение семестра студент сдал все контрольные работы и типовой расчет, то зачет выставляется автоматом.

Продолжительность экзамена – 60 минут. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса (по 5 баллов). Всего за экзамен можно получить 10 баллов. Для выставления экзамена суммируются баллы зачета и экзамена.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для контрольной работы:

В каждом семестре 3, либо 2 контрольные работы. Максимальное количество баллов за контрольную зависит от количества заданий (каждое задание оценивается в 2 балла).

Оценка "зачтено" выставляется за 70% правильно выполненной контрольной работы, "не зачтено" - менее 70%. Например, если в контрольной 4 задания, то максимум за нее можно получить 8 баллов, при этом контрольная считается зачтенной, если набрано 6 баллов и более.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета (семестровая работа):

Семестровая работа выдается в каждом семестре. В семестровой работе 10-12 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов. Максимальное количество баллов за семестровую - 20.

Оценка "зачтено" выставляется за 18-20 баллов, "не зачтено" - менее 18 баллов.

Требования к выполнению семестровых работ:

1. Каждый типовой расчет должен быть сделан в отдельной 18 листовой тетради в клетку, на титульном листе должны быть указаны ФИО, группа, тема типового расчета, дата сдачи, таблица с номерами задачи и строкой для баллов по каждой задаче.

2. Каждое задание должно начинаться с новой страницы и содержать: полную формулировку, решение, при необходимости графики и чертежи, ответ, проверку.

3. Если чертежи построены в программном пакете, они прикрепляются в качестве приложения.

4. Типовой расчет сдается согласно плану занятий преподавателю практики. Неверно сделанные задания переделываются после проверки и сдаются снова в течение двух недель.

Оценивание ответа на зачёте/экзамене.

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводы и доказательств; допускает	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала;



математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.
--	--	---	---

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации и переводятся в проценты (например, в первом семестре: $28(\text{контрольные работы}) + 20(\text{типовой расчет}) + 10(\text{экзамен}) = 100\%$):

0-64 % – неудовлетворительно (2) / не зачтено (низкий уровень);

65-77 % – удовлетворительно (3) / зачтено (базовый уровень);

78-89 % – хорошо (4) / зачтено (средний уровень);

90-100 % – отлично (5) / зачтено (высокий уровень).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке зачтено:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
- студент способен дать полное представление об основных понятиях математического анализа, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.

2. Средний уровень соответствует оценке зачтено:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
- студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины.

3. Базовый уровень соответствует оценке зачтено:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем математического анализа, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
- студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.

4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

