

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 07.07.2024 16:07:13 Уникальный идентификатор документа: 891954b8c2e7b6350abe51cdd37096e8775e157	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 10.05.01 Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 6 "Информационно-аналитическая и техническая экспертиза компьютерных систем" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	---	--	--------

## **Рабочая программа дисциплины (модуля)\***

### **Дифференциальные уравнения**

Направление подготовки (специальность)

10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль)

специализация N 6 "Информационно-аналитическая и техническая экспертиза компьютерных систем"

Присваиваемая квалификация (степень)

специалист по защите информации

Форма обучения

очная

Год(ы) набора

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2024 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель преподавания дисциплины «Дифференциальные уравнения» состоит в приобретении студентами теоретических знаний и практических умений и навыков по теории дифференциальных уравнений.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-3.1. Знает основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.06

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Алгебра

Математический анализ

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Теория информации

Сети и системы передачи информации

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОПК-3: Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности;**

#### Знать:

Для достижения ОПК-3.1. Обладает знаниями основных математических понятий и методов.

#### Уметь:

– использовать опыт применения математических методов для решения задач профессиональной деятельности.

#### Владеть:

– владеть терминологией, основными обозначениями, принятыми в теории обыкновенных дифференциальных уравнений и ее приложениях;

– владеть приемами и методами, принятыми в теории обыкновенных дифференциальных уравнений и ее приложениях;

– владеть методами доказательства утверждений, принятыми в теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

#### В результате освоения дисциплины обучающийся должен

##### 3.1 Знать:

3.1.1 Обладает знаниями основных математических понятий и методов.

##### 3.2 Уметь:

3.2.1 Имеет практический Имеет практический опыт использования математических методов для решения задач профессиональной деятельности.

##### 3.3 Владеть:

3.3.1 Имеет практический Имеет практический опыт использования математических методов для решения задач профессиональной деятельности.



#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>З ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 108 в том числе : аудиторные занятия : 68 самостоятельная работа : 33,1 : контактная работа: 74,9 ИКР: 6,9	Виды контроля в семестрах:  зачеты 4

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем.</b>			
1.1	Общие понятия /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
1.2	Некоторые элементарные методы интегрирования. /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
1.3	Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.4	Уравнения с разделяющимися переменными. Задача Коши. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.5	Однородные уравнения и сводящиеся к ним. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.6	Линейные уравнения 1-го порядка. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.7	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
1.8	Контрольная работа №1 /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
1.9	Методы интегрирования. /Ср/	4	10,1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1
	<b>Раздел 2. Линейные уравнения и системы.</b>			
2.1	Некоторые сведения о линейных дифференциальных уравнениях. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.2	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.3	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.4	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квасимногочлены. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.5	Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 10.05.01 "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 6 "Информационно-аналитическая и техническая экспертиза компьютерных систем" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
2.6	Показательная функция матрицы. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.7	Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.8	Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.9	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Задача Коши. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.10	Метод вариации постоянных. Уравнения с комплексными коэффициентами. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.11	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай действительных корней. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.12	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай комплексных корней. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.13	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.14	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.15	Экспонента от матрицы. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.16	Контрольная работа №2 /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.17	Метод вариации постоянных для неоднородных уравнений. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
2.18	Линейные дифференциальные уравнения. /Ср/	4	18	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э1 Э2
<b>Раздел 3. Иная контактная работа.</b>				
3.1	Индивидуальная консультация, текущий контроль /ИКР/	4	6,9	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л1.1 Э2 Э3
<b>Раздел 4. Задача Коши.</b>				
4.1	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
4.2	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
4.3	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
4.4	Теоремы существования и единственности. /Пр/	4	3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
<b>Раздел 5. Непродолжаемые решения.</b>				
5.1	Непродолжаемые решения. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
5.2	Фазовые портреты линейных систем. /Пр/	4	4	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э2



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 10.05.01 "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 6 "Информационно-аналитическая и техническая экспертиза компьютерных систем" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 6
5.3	Непродолжаемые решения. /Ср/	4	5	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1
<b>Раздел 6. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства.</b>				
6.1	Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
6.2	Фазовые пространства. Фазовые траектории. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
6.3	Фазовая плоскость линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
6.4	Положения равновесия не линейных систем /Пр/	4	0,5	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
6.5	Консервативные системы с одной степенью свободы. /Пр/	4	0,5	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э1
<b>Раздел 7. Первые интегралы.</b>				
7.1	Первые интегралы. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
7.2	Первые интегралы. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
<b>Раздел 8. Теория устойчивости.</b>				
8.1	Теория устойчивости. Основные понятия. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
8.2	Метод функций Ляпунова. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
8.3	Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
8.4	Устойчивость по Ляпунову, определение. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.5	Исследование на устойчивость по первому приближению. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.6	Функция Ляпунова. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
<b>Раздел 9. Уравнения в частных производных первого порядка.</b>				
9.1	Уравнения с частными производными первого порядка /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4
9.2	Уравнения в частных производных первого порядка. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
9.3	Контрольная работа №3. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
<b>Раздел 10. Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка.</b>				
10.1	Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 10.05.01 "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 6 "Информационно-аналитическая и техническая экспертиза компьютерных систем" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 7
10.2	Элементы качественной теории линейных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

контрольная работа.

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

см. приложение

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

1. Теорема существования и единственности решения для уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.
4. Линейное уравнение первого порядка, метод вариации постоянной.
5. Линейные уравнения N-ого порядка с постоянными коэффициентами. Определение решения, характеристический многочлен, теорема о нулевом решении и ее следствие.
6. Теорема о виде частного решения неоднородного уравнения со специальной правой частью.
7. Теорема о линейной независимости квазимногочленов.
8. Определитель Вронского.
9. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Определение решения, характеристический многочлен, теорема о нулевом решении.
10. Базис пространства решений, теорема о структуре решения.
11. Неравенство Гронуолла.
12. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
13. Формула Остроградского-Лиувилля.
14. Формула Коши.
15. Теорема об изолированности нуля.
16. Теорема Штурма.
17. Теорема сравнения.
18. Метод вариации постоянных для линейного уравнения N-го порядка.
19. Теорема существования и единственности для нормальной системы.
20. Автономные системы, теорема о совпадении траекторий.
21. Три типа траекторий.
22. Фазовый портрет линейной системы. Модель гонки вооружений.
23. Первый интеграл, производная в силу системы.
24. Консервативная система второго порядка, фазовый портрет.
25. Теорема Ляпунова об устойчивости.
26. Теорема Четаева.
27. Устойчивость нулевого решения линейной системы.
28. Устойчивость по первому приближению.
29. Линейные уравнения первого порядка в частных производных.
30. Уравнение Пфаффа.

### 6.4. Критерии оценивания

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях и обсуждения домашних заданий;
  - промежуточный контроль осуществляется в форме проверочных контрольных работ;
  - итоговый контроль осуществляется в форме письменного зачета в конце каждого семестра.
- Тематика контрольных работ указана в Таблице 4. Оценка контрольной работы выставляется как среднее арифметическое баллов (каждая задача оценивается от 0 до 5 баллов), полученных за решение каждой задачи.
- Итоговый зачет: проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 1.5 астрономических часа (90 минут).
- При выставлении итоговой оценки суммируются баллы, полученные за контрольные работы, решение задач (учитывается лучший результат) и ответы на теоретические вопросы на зачете. Итоговая оценка выставляется по 5-балльной шкале, как среднее арифметическое между всеми полученными баллами, студент получает оценку, исходя из набранной суммы баллов:



От 0 до 2 баллов – «незачтено»  
3-5 балла – «зачтено»

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Филиппов А. Ф.	Сборник задач по дифференциальным уравнениям	Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2000	
Л1.2	Бибиков Ю. Н.	Курс обыкновенных дифференциальных уравнений ( <a href="https://e.lanbook.com/book/210617">https://e.lanbook.com/book/210617</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Арнольд В. И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов	Москва : Наука, 1984	
Л2.2	Горлач Б. А.	Ряды. Интегрирование. Дифференциальные уравнения: учебник ( <a href="https://e.lanbook.com/book/210071">https://e.lanbook.com/book/210071</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

#### 7.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л3.1	Алеева С. Р., Изместьев И. В., Ухоботов В. И.	Избранные главы теории дифференциальных уравнений с приложением к теории дифференциальных игр ( <a href="http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007942/007942">http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007942/007942</a> )	Челябинск : Издательство Челябинского государственног о университета, [б. г.]	ЭБС
Л3.2	Демидович Б. П., Моденов В. П.	Дифференциальные уравнения ( <a href="https://e.lanbook.com/book/195426">https://e.lanbook.com/book/195426</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. — Москва, 1999 – . – URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a> – Яз. рус., англ.
Э2	Math-Net.Ru [Электронный ресурс] : общероссийский математический портал / Мате-матический ин-т им. В. А. Стеклова РАН. – Москва, [б. г.]. - URL: <a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a> , свободный
Э3	Znanium.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Науч.- издательский центр ИНФРА-М. – Москва, 2002 – . – URL: <a href="http://znanium.com/">http://znanium.com/</a>
Э4	Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Издательство Лань. – Санкт- Петербург, 2010 – . – Доступ к полным текстам с любого компьютера, после регистрации из сети ЧелГУ. – URL: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

MS Office365

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .
2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>
3. Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>



#### 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

#### 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Изучение каждой темы следует начинать с проработки соответствующего теоретического материала в учебниках или использовать собственный конспект лекций данной дисциплины. Для усвоения теоретического материала также нужно разобрать предлагаемые в лекционном курсе примеры. Только затем следует закрепить разобранный материал изучаемой темы самостоятельным решением предлагаемых домашних заданий.

Самостоятельная работа над задачами курса может, кроме основного источника, проводится по задачкам. Не стоит пренебрегать и справочной литературой. Успешное написание промежуточных контрольных работ возможно только при внимательном, всестороннем и качественном изучении тем практических занятий, предшествующих данной работе и объявленных преподавателем.

Необходимо тщательно и добросовестно изучить основную и дополнительную литературу, использовать электронные ресурсы. Активная и добросовестная, систематическая работа в течение семестра, проявление инициативы на лекционных и практических занятиях, постоянное выполнение домашних, контрольных и самостоятельных работ являются необходимым условием достаточного овладения материалом учебной дисциплины и успешного прохождения итоговой аттестации по дисциплине.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.»

#### 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «EIBraile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.



При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);
- в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.



## 1.1. Типовые контрольные задания или иные материалы

Примеры задач для промежуточного контроля (Контрольные работы № 1-3)

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 1

- $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}, y(1) = 1.$
- $y' = 2 \left( \frac{y+2}{x+y-1} \right)^2.$
- $(x+y)y' = 1, y(-1) = 0.$
- $xy' + y = \ln x + 1.$
- $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0.$
- $xyy' - x^2\sqrt{y^2+1} = (x+1)(y^2+1).$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 2

- $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1.$
- $4y' + \frac{y}{x} = \frac{e^{-x}}{xy^3}.$
- $y' + y \cos x = \sin 2x.$
- $2xyy' = 3\sqrt{x^6 - y^4} + 3y^2, y(1) = 0.$
- $dx + (e^y - x)dy = 0.$
- $y' = \sqrt{100x + 2 + y} - 100.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 3

- $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}.$
- $(y + \sqrt{xy})dx = xdy, y(1) = 0.$
- $xy' + 2y = e^{-x^2}.$
- $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y.$
- $\frac{y}{x}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0.$
- $y^2dx + (xy - 1)dy = 0, y\left(\frac{1}{e}\right) = e.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 4

- $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}.$
- $2x^2yy' = y^4 - y^2x, y(-1) = 1.$
- $(2x+1)y' + y = x.$
- $x^2ydx + x^3dy = dx.$
- $y'x \ln x + 2y = \sqrt{16y} \ln x.$
- $y' = \operatorname{tg}^2(2x+y) - 2, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 5

- $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}, y(1) = 1.$
- $3x^2y^2y' = y^3(x + y^3).$
- $xy' + y(x \operatorname{tg} x + 1) = \sec x.$
- $y' - xy = -y^3e^{-x^2}.$
- $y \cos x dx + \sin x dy = \cos 2x dx, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$
- $y' = (3x - y + 2)^2 - 1.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 6

- $x^2y' = y(x+y).$
- $(1 - x^2y)dx + x^2(y-x)dy = 0.$
- $y'x \ln x + y = 2 \ln x.$
- $(1 - x^2)y' - xy = xy^2, y(0) = 0, 5.$
- $y' = \frac{y+12}{x-11} - \frac{x-11}{y+12}, y(12) = -11.$
- $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0.$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 7

- $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, y(1) = 0.$
- $4xy^3y' \cos \frac{y^4}{x} = y^4 \cos \frac{y^4}{x} - x.$
- $t^2 \frac{ds}{dt} = 2ts - 3, s(-1) = 1.$
- $xyy' - y^2 = 1.$
- $(\sin x + e^y)dx + \cos x dy = 0.$
- $y' = \sin^2(y-x).$

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 8

- $y - xy' = 2(x + yy').$
- $y' = \left( \frac{x+y+2}{4+2x} \right)^2.$
- $\sin t ds = \left( 4t \sin^2 \frac{t}{2} + s \right) dt.$
- $3y^2y' + y^3 = x + 1, y(1) = -1.$
- $(1 + 3x^2 \sin y)dx - x \operatorname{ctg} y dy = 0.$
- $xy' - 4y - x^2\sqrt{y} = 0.$



**Контрольная работа № 2**

**Вариант 1**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = xe^x$ ,  $y_2 = xe^{-x}$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = 2.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2**

**Вариант 2**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = xe^x \cos 2x$ ,  $y_2 = e^x \sin 2x$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = -1.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2**

**Вариант 3**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = x^2 e^x$ ,  $y_2 = xe^x$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -6 & -2 \\ 18 & -12 & -3 \\ 18 & -9 & -6 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = -3.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2**

**Вариант 4**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = x^2 \cos 4x$ ,  $y_2 = 1$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = 1.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .



### Контрольная работа №3

#### Вариант 1

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon \sqrt{\ln x} + xt, \quad x(0) = 1 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = 4x^3 - 2x$$

### Контрольная работа №3

#### Вариант 2

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{6}$$

2. Решить уравнение:

$$\dot{y}^2 y + \dot{y}(x - y) - x = 0$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon^3 \sqrt{\ln x} + x\sqrt{t}, \quad x(0) = 1 - \sqrt[3]{\frac{2\varepsilon^2}{3}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -e^x + 1$$



### Контрольная работа №3

#### Вариант 3

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^8}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{8}$$

2. Решить уравнение:  $\dot{y}^4 - \dot{y}^3 \ddot{y} = 1$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 + \varepsilon$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = \cos x - \sin x$$

### Контрольная работа №3

#### Вариант 4

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^7}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{7}$$

2. Решить уравнение:

$$\dot{y} = (x + 1)\dot{y} + \dot{y}^2$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \frac{\varepsilon}{x} + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 - \varepsilon$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -e^{-x} + e^x$$



### Контрольная работа №3

#### Вариант 5

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{3}$$

2. Решить уравнение:

$$5\dot{y} + y^2 = x(y + x)$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon \sqrt{\ln^2 x} + x \sqrt[3]{t^2}, \quad x(0) = 1 - \sqrt[5]{\frac{9\varepsilon^5}{25}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -\cos x$$

### Контрольная работа №3

#### Вариант 6

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^5}{x^2}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:

$$x\dot{y}^3 = 1 + y$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon x + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 + \varepsilon^2$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость  $\ddot{x} = -3^x + 1$



Задачи к экзамену по курсу «Дифференциальные уравнения», 3 семестр

Билет 1.

1.  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$
2.  $y' = \frac{2(y+2)^2}{(x+y-1)^2}$
3.  $xy' + y = \ln x + 1$
4.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = -4x + y + \frac{1}{te^t} \end{cases}$

Билет 2.

1.  $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}$
2.  $y' + y \cos x = \sin 2x$
3.  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$
4.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = 2y - x - 5e^t \sin t \end{cases}$

Билет 3.

1.  $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}$
2.  $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy$
3.  $xy' + 2y = e^{-x^2}$
4.  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^{-x}$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = y + \tan^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + \tan t \end{cases}$

Билет 4.

1.  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, y(1) = 0$
- 2.
3.  $\frac{t^2 ds}{dt} = 2ts - 3$
4.  $y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{at}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$



Билет 5.

1.  $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}$
2.  $y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}$
3.  $(2x + 1)y' + y = x$
4.  $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = x - y \\ \dot{z} = 3x - y - 2z \end{cases}$$

Билет 6.

1.  $y - xy' = 2(x + yy')$
2.  $y' = \left( \frac{x + y + 2}{4 + 2x} \right)^2$
3.  $\sin t ds = \left( 4t \sin^2 \frac{t}{2} + s \right) dt$
4.  $y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases}$$

Билет 7.

1.  $x^2 y' = y(x + y)$
2.  $(1 - x^2 y) dx + x^2 (y - x) dy = 0$
3.  $y' x \ln x + y = 2 \ln x$
4.  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -4x + 4y \\ \dot{z} = -2x + y + 2z \end{cases}$$



Билет 8.

1.  $xy' + y = \ln x + 1$
2.  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}, y(1) = 1$
3.  $3x^2y^2y' = y^3(x + y^3)$
4.  $y'' + 2y' - 3y = x^2e^x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z \\ \dot{y} = x + 4y - 2z \\ \dot{z} = x + 5y - 3z \end{cases}$$

Билет 9.

1.  $xy' = y\left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$
2.  $y' = \frac{2x + y}{x - 2y}, y(1) = 0$
3.  $(y^2 - 2x)dx + (2xy - \sin y)dy = 0$
4.  $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

Билет 10.

1.  $xy dx = (x^2 - y^2)dy$
2.  $y' = \frac{y - 2x}{x + 2y}, y(1) = 0$
3.  $(y - 3x^2 + 1)dx + (x + \ln y)dy = 0$
4.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$$



Билет 11.

1.  $xy' \cos y + \sin y = \sin^2 y$
2.  $xy' + x^2 + xy = y$
3.  $y'' - 2y' = \frac{1}{x} - 2 \ln(e \cdot x)$
4. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$$

Билет 12.

1.  $y' + y \tan x = e^x \cos x$
2.  $(xy' + y)^2 = x^2 y'$
3.  $y'' + 6y' + 9y = 36xe^{3x}$
4. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -x - y + \frac{e^t}{e^t + 1} \\ \dot{y} = 2x + 2y + \frac{e^t}{e^t + 1} \end{cases}$$

Билет 13.

1.  $\frac{y}{x} dx + (1 + \ln(xy)) dy = 0, x > 0, y > 0$
2.  $y'' - y' = -\frac{x+1}{x^2}$
3. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z \\ \dot{y} = -x + z \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$$



Билет 15.

1.  $y' \cos x + y(1 + y) \sin x = 0$

2.  $(y')^3 - y' e^{2x} = 0$

3.  $y'' - 4y' + 4y = 32x e^{-2x}$

4. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 8y + \tan 4t \\ \dot{y} = 4x - 4y \end{cases}$$

Билет 16.

1.  $(4 - x - 2y)dx - 2(1 + x + 2y)dy = 0$

2.  $y' = \left(\frac{x + y + 2}{4 + 2x}\right)^2$

3.  $y'' + 2y' + y = (x + 2)\left(\ln x + \frac{1}{x}\right)$

