

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.09.2025 11:11:17
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f596c77a486b9a8788b83d7423



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория вероятностей»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности
«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Теория вероятностей**

**Направление подготовки (специальность)
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

**Направленность (профиль)
«Математические и компьютерные методы
в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

**Присваиваемая квалификация
Бакалавр**

**Форма обучения
Очная**

Челябинск, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	6
3.1. Виды оценочных средств	6
3.2. Содержание оценочных средств	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	11
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	11
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	11
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	12



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория вероятностей»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности
«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Теория вероятностей.

Семестры: 5.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Теория вероятностей» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.	Знать: <ul style="list-style-type: none">• основные определения и теоремы теории вероятностей: определение вероятностного пространства, свойства вероятности;• понятие условной вероятности, формулу полной вероятности, формулу Байеса;• понятие независимого события, схемы независимых испытаний;• схему Бернулли;• понятия дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин, основные стандартные распределения;• понятие математического ожидания, дисперсии и их свойства;• понятие случайного вектора;• понятие независимой случайной величины, ковариации, коэффициента корреляции;• закон больших чисел;• понятие критерия Колмогорова. Уметь: <ul style="list-style-type: none">• решать типовые задачи теории вероятностей:



Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
			<p>находить вероятность события используя формулы классической и геометрической вероятности, урновые схемы;</p> <ul style="list-style-type: none">• находить условную вероятность события используя формулу полной вероятности, формулу Байеса, схемы независимых испытаний;• применять схему Бернулли для нахождения вероятности;• вычислять плотность, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию используя стандартные распределения;• применять теорему о непрерывном соответствии, центральную предельную теорему, интегральную теорему Муавра-Лапласа, неравенство Чебышева, законы больших чисел для нахождения основных параметров. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none">• навыками использования основных понятий, теорем, законов теории вероятностей для решения задач профессиональной деятельности.



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ОПК-1 Знать:</p> <ul style="list-style-type: none">основные определения и теоремы теории вероятностей: определение вероятностного пространства, свойства вероятности; понятие условной вероятности, формулу полной вероятности, формулу Байеса; понятие независимого события, схемы независимых испытаний; схему Бернулли; понятия дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин, основные стандартные распределения; понятие математического ожидания, дисперсии и их свойства; понятие случайного вектора; понятие независимой случайной величины, ковариации, коэффициента корреляции; закон больших чисел; понятие критерия Колмогорова. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none">решать типовые задачи теории вероятностей: находить вероятность события используя формулы	<ul style="list-style-type: none">Аксиоматика теории вероятностей. Вероятностные схемы. Условная вероятностьСлучайные величины. Числовые характеристикиСлучайные векторы. Независимость случайных величин и ее характеристики. Предельные теоремы. Закон больших чисел	Типовой расчет Контрольная работа	Теоретические вопросы к экзамену



	<p>классической и геометрической вероятности, урновые схемы; находить условную вероятность события используя формулу полной вероятности, формулу Байеса, схемы независимых испытаний; применять схему Бернулли для нахождения вероятности; вычислять плотность, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию используя стандартные распределения; применять теорему о непрерывном соответствии, центральную предельную теорему, интегральную теорему Муавра-Лапласа, неравенство Чебышева, законы больших чисел для нахождения основных параметров.</p> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none">• навыками использования основных понятий, теорем, законов теории вероятностей для решения задач профессиональной деятельности.			
--	--	--	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

Дисциплиной предусмотрено проведение контрольных и семестровой работ по темам: «Аксиоматика теории вероятностей. Вероятностные схемы. Условная вероятность», «Случайные величины. Числовые характеристики», «Случайные векторы. Независимость случайных величин и ее характеристики. Предельные теоремы. Закон больших чисел», «Теория случайных процессов».

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1



1. В первой корзине 5 белых шаров, 4 черных, во второй – 3 белых, 5 черных. Из первой корзины наугад достают два шара и помещают во вторую. Какова вероятность, что выбранный случайным образом из второй корзины шар окажется белым? (2 балла)
2. На 10 тысяч комаров в среднем один – малярийный. Какова вероятность, что среди 20 тысяч комаров окажется не менее 2 малярийных комаров? (2 балла)
3. Бросается кубик 600 раз. Найти вероятность, что шестерка выпала не более 103 раз. (2 балла)
4. Три стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания первого равна 0,6, второго – 0,7, третьего – 0,9. Найти вероятность, что промазал третий, если выяснилось, что попали только двое. (2 балла)
5. Колода в 52 карты произвольным образом делится пополам. Найти вероятность, что все тузы собрались в одной половине. (2 балла)
6. Две точки независимо друг от друга выбираются на отрезке $[0,1]$. Найти вероятность того, что произведение координат точек будет больше 0,4. (4 балла)
7. На карточках написаны буквы К, З, А, Н, А. После перемешивания карточки выкладывают в ряд слева направо. С какой вероятностью получится слово КАЗАН? (1 балл)

Контрольная работа № 2

1. Производятся многократные испытания элемента на надежность до тех пор, пока он не откажет. Найти а) матожидание случайной величины X – числа опытов, которые надо произвести, б) дисперсию этой случайной величины. Вероятность отказа элемента в каждом опыте равна 0,1. (3 балла)
2. Плотность случайной величины ξ , равна
$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} a \sin x, & x \in [0, \pi], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$
 - а) Найти константу a , матожидание ξ , дисперсию ξ , функцию распределения ξ . Построить график функции распределения и плотности. (4 балла)
 - б) Найти $P\left\{\frac{\pi}{4} < \xi < 11\right\}$. (1 балл)
 - в) Найти $M \cos \xi$. (2 балла)
3. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = \exp \xi$, если ξ имеет показательное с параметром 2 распределение. (5 баллов)

Примерные варианты типовых расчетов (семестровая работа)

Типовой расчет



1. Пусть ξ и η - независимые случайные величины, распределенные по показательному закону с параметром $\lambda = 2$. Вычислить плотность суммы $\xi + \eta$. (5 баллов)
2. Задана функция распределения двумерной случайной величины
$$F(x, y) = \begin{cases} \sin x \sin y, & 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \pi/2 \\ 0, & x < 0 \text{ или } y < 0 \end{cases}$$
Найти вероятность попадания случайной точки (X, Y) в прямоугольник, ограниченный прямыми $x=0, x=\pi/4, y=\pi/6, y=\pi/3$. Являются ли ξ и η независимыми? (5 баллов)
3. По заданному двумерному дискретному распределению ξ и η найти распределение каждой из компонент, ковариацию ξ и η , найти распределение случайного вектора $(\xi + \eta, \xi - \eta)$. (5 баллов)
4. Три стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания первого равна 0,6, второго – 0,7, третьего – 0,9. Найти вероятность, что промазал третий, если выяснилось, что попали только двое. (5 баллов)

Список вопросов к экзамену:

1. Вероятностное пространство. Вероятность: определение и свойства.
 2. Классическая вероятность. Урновые схемы: выбор с возвращением и без.
 3. Геометрическая вероятность.
 4. Условная вероятность. Теорема умножения. Следствие.
 5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
 6. Независимые события. Независимость в совокупности.
 7. Схема независимых испытаний.
 8. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Примеры.
 9. Схема Пуассона. Примеры.
 10. Полиномиальная схема. Примеры.
 11. Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Теорема Пуассона для схемы Пуассона.
 12. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
 13. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Улучшенная формула Муавра-Лапласа.
 14. Случайные величины. Борелевские множества. Борелевская функция случайной величины.
 15. Дискретные случайные величины. Основные законы распределения.
 16. Абсолютно непрерывные случайные величины. Основные законы распределения.
- Свойства плотности.
17. Функция распределения, ее общие свойства.
 18. Особые свойства функций дискретных и абсолютно непрерывных распределений.
 19. Математическое ожидание. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
 20. Математическое ожидание функции случайной величины. Математическое ожидание абсолютно непрерывного распределения.
 21. Основные свойства математического ожидания.
 22. Дисперсия, ее свойства.
 23. Случайные векторы: дискретные и абсолютно непрерывные. Основные свойства плотности случайного вектора.



24. Функция распределения случайного вектора, свойства.
25. Восстановление распределения случайного вектора по распределению его компоненты: дискретный и непрерывный случаи.
26. Независимость случайных величин. Различные определения, их эквивалентность.
27. Математическое ожидание функции случайного вектора. Мультипликативное свойство математического ожидания.
28. Плотность суммы независимых случайных величин.
29. Ковариация, коэффициент корреляции, их свойства. Неравенство Коши-Буняковского для математических ожиданий.
30. Математическое ожидание комплекснозначной случайной величины. Характеристическая функция.
31. Свойства характеристической функции.
32. Слабая сходимость. Теорема о непрерывном соответствии (без док-ва).
33. Характеристическая функция стандартного нормального распределения.
34. Характеристическая функция нормального распределения с произвольными параметрами.
35. О сумме нормальных распределений.
36. Центральная предельная теорема.
37. Неравенство Чебышёва. Правило «трех сигм».
38. Различные виды сходимости последовательностей случайных величин, их связь.
39. Закон больших чисел: в форме Чебышева и Хинчина. Усиленный закон больших чисел (для разнораспределенных случайных величин и в форме Колмогорова – оба без док-ва).



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность экзамена – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 5 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 5 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за экзамен – 20.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для контрольной работы:

Дисциплиной предусмотрено 3 контрольные работы. В работе от 2 до 5 заданий. Каждому заданию соответствует свое количество баллов. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за работу – 15 (контрольная работа №1,3) 10 (контрольная работа №2).

Оценка "Не зачтено" выставляется за 9 (6) и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 10-15 (7-10) баллов.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета (семестровая работа):

В семестровой работе 4 задачи. Каждой задаче соответствует определенное количество баллов (5). Максимальное количество баллов за работу -20.

Оценка "Не зачтено" выставляется за 15 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 16-20 баллов.

Оценивание ответа на экзамене.

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
90 – 100	76 – 89	60 – 75	0 – 59
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с



модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	основные положения и формулы для решения задач.	трудом увязывает основные положения с практикой.	практикой.
---	---	--	------------

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, В том числе посещаемость (максимум 10 баллов) и активная работа на паре (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Неудовлетворительно" выставляется за 59 и менее баллов.

За 60-75 баллов оценка - "Удовлетворительно" (базовый уровень)

За 76-89 баллов оценка - "Хорошо" (средний уровень)

За 90-100 баллов оценка - "Отлично" (высокий уровень)

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
 - студент способен дать полное представление об основных понятиях теории вероятностей, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
 - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
 - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
 - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
 - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем теории вероятностей, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
 - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

