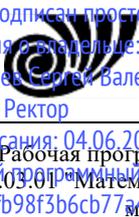


Документ подписан простой электронной информацией владельца: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 04.06.2025 12:47:06 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8727273	 МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Дискретная математика" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
---	---	---	--------

## Рабочая программа дисциплины (модуля)\*

Дискретная математика

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» являются: формирование математической культуры студента, фундаментальная подготовка по основным разделам дискретной математики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач. Задачами освоения дисциплины являются усвоение знаний, умений и навыков в области дискретной математики.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.08

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Данная дисциплина имеет разносторонние связи со многими математическими и специальными дисциплинами. Она основывается на знании числовых систем и функций, изученных в средней школе.

Информатика

Алгебра

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Данная дисциплина является предшествующей для дисциплин:

Математическая логика и теория алгоритмов

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

#### 3.1 Знать:

- 3.1.1 принципы построения, назначение, структуру, функции и эволюцию операционных систем; основные методы и средства разработки ПО, принципы представление данных в памяти компьютера, порядок работы операторов языка программирования; фундаментальные понятия и законы дискретной математики; синтаксис языка объектно-ориентированного программирования C++; устройство и принципы построения объектноориентированных библиотек; структуры данных, применяемые в области прикладного программного обеспечения; методы и средства создания и программирования баз данных; правила построения двумерных и трехмерных графических изображений; математические основы функционального и логического программирования.

#### 3.2 Уметь:

- 3.2.1 проводить инсталляцию, конфигурирование и загрузку операционных систем, в том числе сетевых; выполнять разработку и отладку программ на языке Си; коррелировать прикладные задачи и классические задачи дискретной математики, использовать язык математической логики для алгоритмического решения этих задач; адаптировать и использовать шаблоны объектно-ориентированного программирования для решения профессиональных задач; выбирать структуры данных, адекватные конкретным проблемным и системным задачам программирования, и оценивать их эффективность; пользоваться современными графическими редакторами; разрабатывать программные системы в строго функциональном стиле; разрабатывать программные средства для систем искусственного интеллекта.

#### 3.3 Владеть:

- 3.3.1 использования сетевых технологий для решения прикладных задач; проектирования, кодирования и отладки разрабатываемого программного обеспечения, работы с различными системами программирования, с различными средами программирования; использования классических законов дискретной математики при алгоритмическом решении прикладных задач; применения объектных технологий разработки программных систем; проектирования, разработки и программирования баз данных; составления и отладки графических программ; поиска решения в системах искусственного интеллекта.



#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 144	Виды контроля в семестрах: экзамены 3
в том числе :	
аудиторные занятия : 84	
самостоятельная работа : 29,4	
часов на контроль : 18	
контактная работа: 96,6	
ИКР: 12,6	

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Комбинаторика и теория графов</b>			
1.1	Операции над множествами. Характеристическая функция множества. Разбиения множеств. Правило суммы и произведения /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.2	Комбинаторные числа: число сочетаний, число Каталана, число Стирлинга второго рода, Число Белла. Рекуррентные и явные формулы. Свойства числа сочетаний /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.3	Мультимножества. Полиномиальные коэффициенты /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.4	Принцип включения-исключения. Число беспорядков. Число Стирлинга 1-го рода /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.5	Линейные рекуррентные соотношения /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.6	Разбиения и диаграммы Юнга /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.7	Счётные и континуальные множества /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.8	Основные понятия теории графов. Изоморфность графов. Лемма о рукопожатиях. Матрицы инцидентности и смежности /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.9	Планарные графы. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.10	Деревья. Число помеченных деревьев /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.11	Хроматическое число графов. Хроматический полином /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.12	Алгоритмы на графах /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.13	Комбинаторные числа /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.14	Принцип разложения шаров по ящикам /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.15	Числа Каталана /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.16	Контрольная работа 1 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.17	Комбинаторные числа /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.18	Графы /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.19	Деревья /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.20	Контрольная работа 2 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
1.21	Комбинаторика и теория графов /Ср/	3	13,8	Л1.1 Л1.2Л2.1
	<b>Раздел 2. Алгебра логики</b>			
2.1	Функции и формулы 2-значной логики. Нормальные формы. Полином Жегалкина /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.2	Замкнутость и полнота в классе функций 2-значной логики /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.3	Критерий полноты. Предполные классы /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.4	Функции k-значной логики. Первая и вторая нормальные формы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.5	Полиномы в классе функций k-значной логики /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.6	Полные системы в классе функций k-значной логики /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1



Рабочая программа дисциплины "Дискретная математика" по направлению подготовки (специальности)  
02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные  
методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 5

2.7	Алгоритмическое распознавание полноты /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.8	Теорема Кузнецова о полноте /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.9	Базис замнутых классов в 2-значном и k-значном случаях. Теорема об отсутствии базиса. Теорема о счётном базисе /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.10	Существенные функции. Критерий Слупецкого /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.11	Коллоквиум по разделу 2 /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.12	Функции 2-значной логики /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.13	Нормальные формы функций 2-значной логики /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.14	Критерий полноты /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.15	Контрольная работа 3 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.16	Функции k-значной логики /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.17	Нормальные формы функций k-значной логики /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.18	Принцип сведения с заведомо полной системе /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.19	Контрольная работа 4 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.20	Разбор задач /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1
2.21	Алгебра логики /Ср/	3	15,6	Л1.1 Л1.2Л2.1
<b>Раздел 3. Иная контактная работа</b>				
3.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	12,6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Э1 Э2 Э3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольные работы, вопросы к экзамену.

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Вопросы для подготовки к коллоквиуму №1:

1. Операции над множествами
2. Теорема об основных операциях над множествами
3. Характеристическая функция множества
4. Свойства характеристической функции
5. Булеан множества
6. Покрытие и разбиение множества
7. Правило суммы
8. Теорема о числе всех подмножеств
9. Прямое произведение множеств
10. Правило произведения
11. Число сочетаний
12. Теорема о рекуррентном соотношении для числа сочетаний
13. Правильная скобочная структура
14. Число Каталана
15. Теорема о рекуррентном соотношении для числа Каталана
16. Число Стирлинга 2-го рода
17. Теорема о рекуррентном соотношении для числа Стирлинга 2-го рода
18. Теорема о числах  $S_n$
19. Число Белла
20. Теорема о рекуррентном соотношении для числа Белла
21. Число размещений
22. Теорема о числе размещений
23. Теорема о числе биекций
24. Теорема о числе сочетаний
25. Биномиальная формула
26. Свойства числа сочетаний
27. Теорема о числе Каталана
28. Мультимножество
29. Теорема о числе мультимножеств



30. Полиномиальный коэффициент
31. Теорема о числе упорядоченных мультимножеств
32. Теорема о полиномиальных коэффициентах
33. Теорема о сумме полиномиальных коэффициентов
34. Полиномиальная формула
35. Формула включения-исключения
36. Теорема о числе беспорядков
37. Число Стирлинга 1-го рода
38. Теорема о числе Стирлинга 1-го рода
39. Теорема о числе Стирлинга 2-го рода
40. Линейное рекуррентное соотношение
41. Решение линейного рекуррентного соотношения
42. Теорема о линейности решений линейных рекуррентных соотношений
43. Характеристический многочлен для линейного рекуррентного соотношения
44. Теорема о простейших решениях линейных рекуррентных соотношений
45. Теорема о решениях линейных рекуррентных соотношений
46. Теорема об определителе Вандермонда
47. Теорема об общем виде решений линейных рекуррентных соотношений
48. Производящая функция
49. Сумма и произведение производящих функций
50. Теорема об обратной производящей функции для произведения
51. Подстановка производящих функций
52. Теорема об обратной производящей функции для подстановки
53. Производная и интеграл производящей функции
54. Теорема о производящей функции для чисел Фибоначчи
55. Рациональная производящая функция
56. Теорема о производящих функциях для линейных рекуррентных соотношений
57. Теорема о производящей функции для чисел Каталана
58. Теорема о числе разбиений на не более, чем  $k$  слагаемых
59. Теорема о производящей функции  $P=k(s)$
60. Теорема о производящей функции  $P_k(s)$
61. Теорема о производящей функции  $P(s)$
62. Теорема о числах  $p_{no}$  и  $p_{nd}$
63. Пентагональная теорема Эйлера
64. Теорема о рекуррентной формуле для числа разбиений
65. Равномощные множества
66. Счетное множество
67. Теорема о счётных подмножествах
68. Теорема о равномощности бесконечных множеств
69. Теорема о равномощности отрезка
70. Теорема Кантора - Бернштейна
71. Теорема Кантора
72. Континуальное множество
73. Общая теорема Кантора
74. Граф
75. Степень вершины
76. Лемма о рукопожатиях
77. Изоморфные графы
78. Матрица смежности
79. Матрица инцидентности
80. Свойства матриц смежности и инцидентности
81. Планарный граф
82. Формула Эйлера
83. Теорема о непланарности  $K_5$  и  $K_{3,3}$
84. Критерий Понтрягина – Куратовского
85. Разделяющее множество графа
86. Критерий моста
87. Теорема о связи числа вершин, рёбер и компонент связности графа
88. Эйлеров граф
89. Критерий Эйлеровости графа



90. Гамильтонов граф
91. Достаточное условие гамильтоновости графа
92. Дерево
93. Теорема об эквивалентных определениях дерева
94. Теорема о числе помеченных деревьев
95. Хроматическое число графа
96. Теорема о двцветных графах
97. Число независимости графа
98. Теорема о связи хроматического числа и числа независимости
99. Теорема о хроматическом числе графа и его дополнения
100. Теорема о пяти красках
101. Хроматический полином

Вопросы для подготовки к коллоквиуму №2:

1. Функция 2-значной логики
2. Теорема о числе функций в  $P_2$
3. Формула над системой функций
4. Существенная и фиктивная переменная
5. Равные функции
6. Эквивалентные формулы
7. Теорема об основных эквивалентностях
8. Теорема о представлении в виде СДНФ
9. Теорема о представлении в виде формулы над конъюнкцией, дизъюнкцией и отрицанием
10. Теорема о представлении в виде СКНФ
11. Полином Жегалкина
12. Замыкание класса функций в  $P_2$
13. Полный класс функций
14. Замкнутый класс функций
15. Свойства замыкания
16. Теорема о сведении к заведомо полной системе
17. Теорема о полных системах в  $P_2$
18. Теорема о существовании и единственности полинома Жегалкина
19. Определение классов  $T_0, T_1, S, M, L$
20. Теорема о замкнутости классов  $T_0, T_1, S, M, L$
21. Двойственная функция
22. Предшествующие наборы
23. Теорема о различности классов  $T_0, T_1, S, M, L$
24. Теорема о несамодвойственной функции
25. Теорема о немонотонной функции
26. Теорема о нелинейной функции
27. Критерий полноты
28. Теорема о замкнутых классах в  $P_2$
29. Предполный класс в  $P_2$
30. Теорема о предполных классах
31. Функция  $k$ -значной логики
32. Теорема о числе функций в  $P_k$
33. Теорема об аналоге правила де Моргана в  $P_k$
34. Теорема о первой нормальной форме
35. Теорема о второй нормальной форме
36. Полином в  $P_k$
37. Малая теорема Ферма
38. Теорема о представлении в виде полиномов функций из  $P_k$
39. Теорема о не существовании полинома для  $j_0$  в  $P_k$
40. Теорема о полных системах в  $P_k$
41. Теорема о не существовании полинома для  $x \vee y$  в  $P_k$
42. Функция, сохраняющая множество  $E < E_k$
43. Класс  $TE$
44. Теорема о замкнутости класса  $TE$
45. Теорема о построении множества  $[F]x, y$
46. Теорема об алгоритме распознавания полноты в  $P_k$



47. Класс MR
48. Теорема о замкнутости класса MR
49. Теорема о совпадении классов  $[MR]_x$ ,  $y$  и  $R$
50. Теорема Кузнецова
51. Полная система функций в замкнутом классе
52. Базис замкнутого класса
53. Теорема об отсутствии базиса
54. Теорема о существовании счётного базиса
55. Существенная функция в  $R_k$
56. Теорема о трёх значениях существенной функции
57. Теорема о кубе для существенной функции
58. Теорема о квадрате для существенной функции
59. Критерий Слупецкого

Типовой вариант контрольной работы №1 (комбинаторика):

1. С использованием рекуррентной формулы вычислить значение  $S_{86}$
2. Найти число способов разложить 6 одинаковых шаров по 4 одинаковым ящикам.
3. Найти коэффициент при  $x^{15}$  в разложении многочлена  $(1 + x + x^2)^{10}$ .
4. На окружности отмечено  $2n$  точек. Найти число способов соединить их  $n$  попарно-непересекающимися дугами внутри окружности.
5. Найти число сюръективных отображений из множества мощности  $b$  в двухэлементное множество

Типовой вариант контрольной работы №2 (комбинаторика и теория графов):

1. Найти формулу общего члена последовательности, заданной линейным рекуррентным соотношением  $a(n+2) = 4a(n+1) - 3a(n)$ ,  $a(0) = 10$ ,  $a(1) = 16$ .
2. Найти производящую функцию для последовательности  $\{1, 2, 3, 1, 2, 3, \dots\}$ .
3. Найти производящую функцию для числовой последовательности, заданной линейным рекуррентным соотношением  $a(n+2) = 4a(n+1) - 4a(n)$ ,  $a(0) = a(1) = 1$ .
4. Найти число различных связных деревьев с шестью вершинами.
5. На множестве  $\{1, \dots, 8\}$  задано отношение смежности:  $(a, b) \Leftrightarrow a + b$  нечётно. Определить, является ли он эйлеровым, гамильтоновым, планарным.

Типовой вариант контрольной работы №3 (2-значная логика):

1. Построить СДНФ и СКНФ для функции, заданной формулой  $(x + y) \rightarrow (y \wedge z)$ .
2. Проверить принадлежность всем пяти классам  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $S$ ,  $M$  и  $L$  функций, принадлежащих множеству  $\{x \rightarrow y, x \rightarrow (y \wedge z)\}$
3. Найти все монотонные функции  $f(x, y, z, t)$ , удовлетворяющие условиям  $f(1, 0, 0, 0) = 1$  и  $f(0, 1, 1, 1) = 0$ .
4. Найти число функций  $n$  неизвестных в классе  $T_0 \cap T_1$ .
5. Найти все функции двух неизвестных, в одиночку образующих полную систему.

Типовой вариант контрольной работы №4 (k-значная логика):

1. Записать функцию  $f(x) = \sim x$  при  $k = 5$  в первой и второй нормальных формах.
2. Построить полином для функции  $f(x) = 4J_2(x) + 3J_3(x)$  при  $k = 5$ .
3. Определить, существует ли полином для функции  $j_1(x) + j_2(x)$  при  $k = 4$ .
4. Доказать полноту системы  $\{(x \wedge y) + z, (x \sim y) + z\}$  сведением к заведомо полной системе в  $P_2$ .
5. Проверить, принадлежит ли функция  $f(x, y) = x + y$  замыканию класса  $F = \{x \rightarrow y\}$  в  $P_2$ .

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену:

1. Операции над множествами. Теорема об основных операциях над множествами.
2. Характеристическая функция множества. Свойства характеристической функции.
3. Булеан множества. Покрытие и разбиение множества. Правило суммы. Теорема о числе всех подмножеств.
4. Прямое произведение множеств. Правило произведения.
5. Число сочетаний. Теорема о рекуррентном соотношении для числа сочетаний.
6. Правильная скобочная структура. Число Каталана. Теорема о рекуррентном соотношении для числа Каталана.
7. Число Стирлинга 2-го рода. Теорема о рекуррентном соотношении для числа Стирлинга 2-го рода. Теорема о числах  $S_n$ .
8. Число Белла. Теорема о рекуррентном соотношении для числа Белла.
9. Число размещений. Теорема о числе размещений. Теорема о числе биекций. Теорема о числе сочетаний.
10. Биномиальная формула.



11. Свойства числа сочетаний.
12. Теорема о числе Каталана.
13. Мультимножество. Теорема о числе мультимножеств.
14. Полиномиальный коэффициент. Теорема о числе упорядоченных мультимножеств. Теорема о полиномиальных коэффициентах.
15. Теорема о сумме полиномиальных коэффициентов. Полиномиальная формула.
16. Формула включения-исключения.
17. Теорема о числе беспорядков.
18. Число Стирлинга 1-го рода. Теорема о числе Стирлинга 1-го рода. Теорема о числе Стирлинга 2-го рода.
19. Линейное рекуррентное соотношение. Решение линейного рекуррентного соотношения. Теорема о линейности решений линейных рекуррентных соотношений. Характеристический многочлен для линейного рекуррентного соотношения. Теорема о простейших решениях линейных рекуррентных соотношений.
20. Теорема о решениях линейных рекуррентных соотношений.
21. Теорема об определителе Вандермонда. Теорема об общем виде решений линейных рекуррентных соотношений.
22. Производящая функция. Сумма и произведение производящих функций. Теорема об обратной производящей функции для произведения.
23. Подстановка производящих функций. Теорема об обратной производящей функции для подстановки.
24. Производная и интеграл производящей функции. Теорема о производящей функции для чисел Фибоначчи.
25. Рациональная производящая функция. Теорема о производящих функциях для линейных рекуррентных соотношений.
26. Теорема о производящей функции для чисел Каталана.
27. Теорема о числе разбиений на не более, чем  $k$  слагаемых. Теорема о производящей функции  $P=k(s)$ . Теорема о производящей функции  $P_k(s)$ .
28. Теорема о производящей функции  $P(s)$ . Теорема о числах  $p_n$  и  $p_{nd}$ .
29. Пентагональная теорема Эйлера. Теорема о рекуррентной формуле для числа разбиений.
30. Равномощные множества. Счетное множество. Теорема о счётных подмножествах.
31. Теорема о равномощности бесконечных множеств. Теорема о равномощности отрезка.
32. Теорема Кантора -- Бернштейна.
33. Теорема Кантора. Континуальное множество. Общая теорема Кантора.
34. Основные понятия теории графов. Изоморфность графов. Лемма о рукопожатиях. Матрицы инцидентности и смежности.
35. Планырные графы. Формула Эйлера. Теорема о непланарности  $K_5$  и  $K_{3,3}$ . Критерий Понтрягина – Куратовского.
36. Разделяющее множество графа. Критерий моста. Теорема о связи числа вершин, рёбер и компонент связности графа.
37. Эйлеров граф. Критерий Эйлеровости.
38. Гамильтонов граф. Достаточное условие гамильтоновости.
39. Эквивалентные определения дерева.
40. Код Прюффера. Теорема о числе помеченных деревьев.
41. Хроматическое число графа. Теорема о двцветных графах. Число независимости графа. Теорема о связи хроматического числа и числа независимости.
42. Теорема о хроматическом числе графа и его дополнения. Теорема о пяти красках.
43. Хроматический полином.
44. Функция 2-значной логики. Теорема о числе функций в  $P_2$ . Формула над системой функций. Существенная и фиктивная переменная.
45. Равные функции. Эквивалентные формулы. Теорема об основных эквивалентностях.
46. Теорема о представлении в виде СДНФ. Теорема о представлении в виде формулы над конъюнкцией, дизъюнкцией и отрицанием.
47. Теорема о представлении в виде СКНФ. Полином Жегалкина.
48. Замыкание класса функций в  $P_2$ . Полный класс функций. Замкнутый класс функций. Свойства замыкания.
49. Теорема о сведении к заведомо полной системе. Теорема о полных системах в  $P_2$ . Теорема о существовании и единственности полинома Жегалкина.
50. Определение классов  $T_0, T_1$ . Двойственная функция. Определение класса  $S$ . Теорема о замкнутости классов  $T_0, T_1, S$ .
51. Предшествующие наборы. Определение классов  $M, L$ . Теорема о замкнутости классов  $M, L$ . Теорема о различности классов  $T_0, T_1, S, M, L$ .
52. Теорема о несамодвойственной функции.
53. Теорема о немонотонной функции.
54. Теорема о нелинейной функции.
55. Критерий полноты. Теорема о замкнутых классах в  $P_2$ .
56. Предполный класс в  $P_2$ . Теорема о предполных классах.



57. Функция  $k$ -значной логики. Теорема о числе функций в  $R_k$ . Теорема об аналоге правила де Моргана в  $R_k$ .  
58. Теоремы о первой и второй нормальных формах в  $R_k$ .  
59. Полином в  $R_k$ . Теорема о не существовании полинома для  $j_0$  в  $R_k$ .  
60. Малая теорема Ферма. Теорема о представлении в виде полиномов функций из  $R_k$ .  
61. Теорема о полных системах в  $R_k$ . Теорема о не существовании полинома для  $x \vee y$  в  $R_k$ .  
62. Функция, сохраняющая множество  $E < E_k$ . Класс  $TE$ . Теорема о замкнутости класса  $TE$ .  
63. Теорема о построении множества  $[F]x, y$ . Теорема об алгоритме распознавания полноты в  $R_k$ .  
64. Класс  $MR$ . Теорема о замкнутости класса  $MR$ . Теорема о совпадении классов  $[MR]x, y$  и  $R$ .  
65. Теорема Кузнецова.  
66. Полная система функций в замкнутом классе. Базис замкнутого класса. Теорема об отсутствии базиса.  
67. Теорема о существовании счётного базиса.  
68. Существенная функция в  $R_k$ . Теорема о трёх значениях существенной функции.  
69. Теорема о кубе для существенной функции. Теорема о квадрате для существенной функции.  
70. Критерий Слупецкого.

#### 6.4. Критерии оценивания

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу.

Каждый теоретический вопрос оценивается от 0 до 3 баллов:

дан полный и правильный ответ – 3 балла,

доказательства утверждений содержат ошибки (часть шагов либо пропущена, либо объяснены неверно), однако все остальные формулировки изложены верно – 2 балла,

доказательства полностью неверные, однако все формулировки изложены верно – 1 балл,

часть формулировок либо отсутствуют, либо неверны, однако доказательства приведены верно – 1 балл,

во всех остальных случаях – 0 баллов.

Задача – от 0 до 2 баллов:

задача решена верно – 2 балла,

подготовленное решение было неверно, однако в ходе ответа студентом самостоятельно найдены и исправлены ошибки – 1 балл,

во всех остальных случаях – 0 баллов.

Итоговая оценка выставляется исходя из набранной суммы баллов:

0 - 2 - неудовлетворительно

3 - 4 - удовлетворительно

5 - 6 - хорошо

7 - 8 - отлично

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурсы
Л1.1	Фомичев В. М.	Дискретная математика и криптология: курс лекций: курс лекций ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=89387">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=89387</a> )	Москва : Диалог-МИФИ, 2003	ЭБС
Л1.2	Кораблёв Ф. Г., Ручай А. Н., Шалагинов Л. В.	Дискретная математика: комбинаторика и математическая логика: учебное пособие ( <a href="http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007740/korablevfg">http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007740/korablevfg</a> )	Челябинск : Издательство Челябинского государственно о университета, 2017	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурсы
Л2.1	Триумфгородских М. В.	Дискретная математика и математическая логика для информатиков, экономистов и менеджеров: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=136106">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=136106</a> )	Москва : Диалог-МИФИ, 2011	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
----	---



Рабочая программа дисциплины "Дискретная математика" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 11

Э2 Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань.  
<http://e.lanbook.com/>

Э3 Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. <http://biblioclub.ru/>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LibreOffice

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

2. Реферативная база по математике MathSciNet (<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

3. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

4. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студента. На лекциях и семинарских занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и приёмы решения задач.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать лекционные занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал лекции, с указанием даты проведения лекции и темы;
- посещать практические (семинарские) занятия, на которых рассматриваются основные методы и приёмы решения задач. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применяться компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.



## **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

