

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОВ НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 08.04.2026 15:40:42 Уникальный программный идентификатор: 04c19ed8bfb98f7b6cb77a486b8a8788b8727727	Рабочая программа дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)\***  
**Вариационное исчисление и методы оптимизации**

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год набора 2026

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель преподавания дисциплина «Вариационное исчисление и методы оптимизации» состоит в выработке у студентов навыков формализации задач, возникающих в различных предметных областях, овладение студентами теоретическими знаниями и навыками применения конкретных алгоритмов решения экстремальных задач и задач вариационного исчисления. Результаты обучения по дисциплине направлены на достижения индикаторов соответствующих компетенций УК-2:

УК-2.1. Демонстрирует знание теоретических основ

принятия решений в сфере управления проектами.

УК-2.2. Выявляет и анализирует различные способы

решения задач в рамках цели проекта и аргументирует их

выбор.

УК-2.3. Демонстрирует способность проектировать решение

конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее

решения, исходя из действующих правовых норм и

имеющихся ресурсов и ограничений.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:

Б1.В.1.04

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Математический анализ

Дифференциальные уравнения

Алгебра

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**УК-2: Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений**

#### **Знать:**

Демонстрирует знание теоретических основ принятия решений в сфере управления проектами.

#### **Уметь:**

Выявляет и анализирует различные способы решения задач в рамках цели проекта и аргументирует их выбор.

#### **Владеть:**

Демонстрирует способность проектировать решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.

#### **В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

##### **3.1 Знать:**

3.1.1 основы строго доказательства математических утверждений; правила организации самостоятельной научно-исследовательской работы; постановки основных задач, изучаемых в рамках дисциплины «Вариационное исчисление и методы оптимизации», условия существования решений, способы их нахождения; основы целенаправленного поиска информации в сети Интернет и других источниках.

##### **3.2 Уметь:**

3.2.1 формулировать результат учебной и исследовательской работы; эффективно организовать свою работу в ходе лекционных, практических занятий, а также самостоятельную деятельность при работе над текстом лекции, подготовке к контрольным работам и к экзамену; решать задачи, относящиеся к основным типам экстремальных задач вариационного исчисления и методов оптимизации, использовать программные продукты для численного решения; формулировать поисковые запросы и анализировать полученную информацию.



Рабочая программа дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

**3.3 Владеть:**

3.3.1 техниками построения и изучения математического доказательства; навыками самостоятельной работы с учебной и научной литературой, работы на лекционных и практических занятиях, подготовки к экзамену; терминологией, основными обозначениями, приемами и методами, принятыми в вариационном исчислении и методах оптимизации; технологией поиска информации в сети Интернет и других источниках.

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Общая трудоемкость	<b>4 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 144 в том числе : аудиторные занятия : 40 самостоятельная работа : 64,7 часов на контроль : 36 контактная работа: 43,3 ИКР: 3,3	Виды контроля в семестрах:  экзамены 8

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Методы конечномерной оптимизации</b>			
1.1	Конечномерные задачи без ограничений /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.2	Гладкие конечномерные экстремальные задачи с ограничениями типа равенств /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.3	Гладкие конечномерные экстремальные задачи со смешанными ограничениями /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.4	Задачи выпуклого программирования /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.5	Гладкие конечномерные задачи безусловной минимизации /Пр/	8	2	Л1.1Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.6	Гладкие конечномерные задачи с ограничениями типа равенств /Пр/	8	3	Л1.1Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.7	Гладкие конечномерные задачи со смешанными ограничениями /Пр/	8	3	Л1.1Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.8	Контрольная работа №1 /Пр/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.9	Методы спуска решения экстремальных задач /Ср/	8	10	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.10	Градиентный метод решения экстремальных задач. /Ср/	8	10	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6



1.11	Метод Ньютона решения экстремальных задач. /Ср/	8	10	Л1.1Л2.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.12	Основы теории двойственности. /Ср/	8	10	Л1.1Л2.1 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.13	Задачи линейного программирования. /Ср/	8	10	Л1.1Л2.1 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 2. Классическое вариационное исчисление</b>				
2.1	Простейшая задача классического вариационного исчисления /Лек/	8	2	Л1.1Л2.2
2.2	Задача Больца /Лек/	8	2	Л1.1Л2.2
2.3	Изопериметрическая задача /Лек/	8	4	Л1.1Л2.2
2.4	Задача Лагранжа /Лек/	8	2	Л1.1Л2.2
2.5	Задача со старшими производными /Лек/	8	2	Л1.1Л2.2
2.6	Простейшая задача классического вариационного исчисления /Пр/	8	2	Л1.1Л2.2
2.7	Задача Больца. Задача с подвижными концами. /Пр/	8	2	Л1.1Л2.2
2.8	Изопериметрическая задача. Задача со старшими производными. /Пр/	8	2	Л1.1Л2.2
2.9	Задача Лагранжа /Пр/	8	2	Л1.1Л2.2
2.10	Контрольная работа №2 /Пр/	8	2	Л1.1Л2.2
2.11	Задача Больца. Задача с подвижными концами. /Ср/	8	4	Л1.1Л2.2
2.12	Изопериметрическая задача. /Ср/	8	2,9	Л1.1Л2.2
2.13	Задача Лагранжа. /Ср/	8	4	Л1.1Л2.2
2.14	/Экзамен/	8	36	Л1.1
2.15	Поле экстремалей. Условия Вейерштрасса, Лежандра, Якоби. Достаточные условия оптимальности. /Ср/	8	3,8	Л1.1Л2.2
<b>Раздел 3. Иная контактная работа</b>				
3.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	8	3,3	Л1.1Л2.3 Э1 Э3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольные работы 1 и 2

База вопросов для промежуточной аттестации

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Контрольная работа №1 и Контрольная работа №2 в Приложении

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

1. Выпуклые множества. Теорема о строгой отделимости точки от выпуклого множества. Теорема об отделимости точки от выпуклого множества.
2. Выпуклые множества. Теорема об отделимости выпуклых множеств. Теорема о строгой отделимости выпуклых множеств.
3. Выпуклые функции. Критерии выпуклости дифференцируемой функции, зависящей от одной и нескольких переменных.
4. Выпуклые функции. Критерии выпуклости дважды дифференцируемой функции, зависящей от одной и нескольких переменных
5. Задача безусловной оптимизации. Понятие локального и глобального экстремума. Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции, зависящей от одной переменной.
6. Критерий локального экстремума дважды дифференцируемой функции, зависящей от одной переменной.
7. Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции, зависящей от нескольких переменных.
8. Критерий локального экстремума дважды дифференцируемой функции, зависящей от нескольких переменных.
9. Экстремальная задача с ограничениями типа равенств. Понятие локального и глобального экстремума



Рабочая программа дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

экстремальной задачи. Правило множителей Лагранжа решения гладкой конечномерной задачи с ограничениями типа равенств.

10. Правило множителей Лагранжа решения гладкой конечномерной задачи с ограничениями типа равенств и неравенств.
11. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
12. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Вывод уравнения Эйлера с помощью основной леммы вариационного исчисления.
13. Задача Больца. Необходимое условие локального экстремума.
14. Задача с подвижными концами. Необходимое условие экстремума.
15. Изопериметрическая задача. Необходимое условие локального экстремума.
16. Задача Дидоны. Задача о брахистохроне.
17. Задача со старшими производными. Необходимое условие экстремума.
18. Задача Лагранжа. Необходимое условие локального экстремума.
19. Условия Лежандра, Якоби, Вейерштрасса.
20. Игольчатые вариации. Условие Вейерштрасса.

#### 6.4. Критерии оценивания

В течение учебного семестра студенты за каждый вид работы получают баллы. Кроме этого, на экзамене максимально можно получить 5 баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за работу в семестре или за ответ на экзамене. Затем полученная сумма баллов переводится в оценку. При этом допускается получение студентом автоматической оценки только по результатам работы в семестре.

Посещение занятий - 20 баллов;

Выполнение заданий на практических занятиях - 20 баллов;

Выполнение домашних заданий - 20 баллов;

Контрольная работа №1 - 20 баллов;

Контрольная работа №2 - 20 баллов;

Экзамен - 5 баллов.

Каждое задание контрольной работы оценивается от 0 до 5 баллов, в зависимости от правильности решения и допущенных ошибок.

Полученные студентами баллы суммируются, итоговая оценка выставляется исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 50 баллов за работу в семестре или от 0 до 2 баллов на экзамене – «неудовлетворительно»

От 51 до 70 баллов за работу в семестре или 3 балла на экзамене – «удовлетворительно»

От 71 до 90 баллов за работу в семестре или 4 балла на экзамене – «хорошо»

От 91 до 100 баллов за работу в семестре или 5 баллов на экзамене – «отлично».

### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 7.1. Рекомендуемая литература

##### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Аттетков А.В., Зарубин В.С., Канатников А.Н.	Методы оптимизации: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=422330">https://znanium.com/catalog/document?id=422330</a> )	Москва : Издательский Центр РИОР, 2023	ЭБС

##### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Васильев Ф. П.	Методы оптимизации: учебник ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63313">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63313</a> )	Москва : МЦНМО, 2011	ЭБС
Л2.2	Лагоша Б. А., Апалькова Т. Г.	Оптимальное управление в экономике: теория и приложения: учебное пособие для вузов	Москва: Финансы и статистика, 2008	
Л2.3	Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В.	Оптимальное управление: учебное пособие для вузов	Москва : Наука, 1979	

#### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=67227">biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=67227</a>
----	--



Рабочая программа дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 7

Э2	Измаилов, А. Ф. Численные методы оптимизации <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=69317">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=69317</a>
Э3	Сухарев, А. Г. Курс методов оптимизации <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=76629">biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=76629</a>
Э4	Тихомиров, В. М. Оптимальное управление : <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=67593">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=67593</a>
Э5	Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=67227">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=67227</a>
Э6	Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи <a href="http://znanium.com/go.php?id=544748">http://znanium.com/go.php?id=544748</a>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

LibreOffice

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челябин. гос. ун-т. – Челябинск, 1992
2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru> – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
3. Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/> – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью (подразумевается наличие стандартных рабочих (посадочных) мест) и техническими средствами обучения (переносное и / или стационарное мультимедийное оборудование: экран, ноутбук, проектор).

Для обеспечения тематической иллюстрации занятий лекционного типа в образовательном процессе используются цифровые образовательные ресурсы (мультимедийные презентации по отдельным темам), различные формы наглядности (рисунки, таблицы, схемы и т.д).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Необходимо тщательно и добросовестно изучить основную и дополнительную литературу, использовать электронные ресурсы. Активная и добросовестная, систематическая работа в течение семестра, проявление инициативы на лекционных и практических занятиях, постоянное выполнение домашних, контрольных и самостоятельных работ являются необходимым условием достаточного овладения материалом учебной дисциплины и успешного прохождения итоговой аттестации по дисциплине.

В освоение дисциплины (модуля) инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснительное учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации по предмету является важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным



программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

## 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

## Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

### Вариант 1

- 1)  $x_1x_2(1 - x_1 - x_2) \rightarrow extr$
- 2)  $5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 = 1$
- 3)  $x_1x_2 + 3x_1 + x_2 \rightarrow extr, 7x_1 - 5x_2 \leq 26, 3x_1 + x_2 \leq 6$
- 4)  $f(x) = \max\{e^{-x}, x + 1, 2x^2\}; \partial f(\hat{x}) = ?$

## Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

### Вариант 2

- 1)  $x_2\sqrt{x_1} - x_2^2 - x_1 + 6x_2 \rightarrow extr$
- 2)  $3x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 = 1$
- 3)  $2x_1^2 + 10x_1 + x_2 \rightarrow extr, 2x_1 \leq 31, 2x_1 + x_2 \geq 3$
- 4)  $f(x) = \max\{1 - x, x + 1, 2x^2\}; \partial f(\hat{x}) = ?$

## Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

### Вариант 3

- 1)  $e^{\frac{x_1}{2}}(x_1 + x_2^2) \rightarrow extr$
- 2)  $x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 = 1$
- 3)  $2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 - x_2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 \leq \frac{3}{4}, x_1 \geq 0$
- 4)  $f(x) = |x + 1| + 2|x|; \partial f(\hat{x}) = ?$

## Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

### Вариант 4

- 1)  $x_1^3 - x_2^3 - 3x_1x_2 \rightarrow extr$
- 2)  $x_1^2 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 = 1$
- 3)  $2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 - x_2 + x_1x_2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 \leq \frac{1}{2}$
- 4)  $x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}|x_1 + x_2 - 1| \rightarrow min$

## Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

### Вариант 5

- 1)  $x_1^3 + 8x_2^3 - 6x_1x_2 + 1 \rightarrow extr$
- 2)  $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow extr, x_1^3 + x_2^3 = 1$
- 3)  $2x_1^2 + 8x_1 + x_2 \rightarrow extr, x_1 \leq 15\frac{1}{2}, x_2 \geq 0$
- 4)  $x_1^2 + x_2^2 + |x_1 + x_2 - 1| \rightarrow min$

## Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

### Вариант 1

- 1)  $x_1x_2(1 - x_1 - x_2) \rightarrow extr$
- 2)  $5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 = 1$
- 3)  $x_1x_2 + 3x_1 + x_2 \rightarrow extr, 7x_1 - 5x_2 \leq 26, 3x_1 + x_2 \leq 6$
- 4)  $f(x) = \max\{e^{-x}, x + 1, 2x^2\}; \partial f(\hat{x}) = ?$

## Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

### Вариант 2

- 1)  $x_2\sqrt{x_1} - x_2^2 - x_1 + 6x_2 \rightarrow extr$
- 2)  $3x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 = 1$
- 3)  $2x_1^2 + 10x_1 + x_2 \rightarrow extr, 2x_1 \leq 31, 2x_1 + x_2 \geq 3$
- 4)  $f(x) = \max\{1 - x, x + 1, 2x^2\}; \partial f(\hat{x}) = ?$

## Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

### Вариант 3

- 1)  $e^{\frac{x_1}{2}}(x_1 + x_2^2) \rightarrow extr$
- 2)  $x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 = 1$
- 3)  $2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 - x_2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 \leq \frac{3}{4}, x_1 \geq 0$
- 4)  $f(x) = |x + 1| + 2|x|; \partial f(\hat{x}) = ?$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

Вариант 4

1)  $x_1^3 - x_2^3 - 3x_1x_2 \rightarrow extr$

2)  $x_1^2 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 = 1$

3)  $2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 - x_2 + x_1x_2 \rightarrow extr, x_1 + x_2 \leq \frac{1}{2}$

4)  $x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}|x_1 + x_2 - 1| \rightarrow min$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

Контрольная работа №1

Вариант 5

1)  $x_1^3 + 8x_2^3 - 6x_1x_2 + 1 \rightarrow extr$

2)  $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow extr, x_1^3 + x_2^3 = 1$

3)  $2x_1^2 + 8x_1 + x_2 \rightarrow extr, x_1 \leq 15\frac{1}{2}, x_2 \geq 0$

4)  $x_1^2 + x_2^2 + |x_1 + x_2 - 1| \rightarrow min$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 1

$$1) \int_1^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(1) = 0, \quad x(2) = 1$$

$$2) \int_0^1 (\dot{x}^2 + 3x) dt + x^2(0) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_{-1}^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_{-1}^1 x dt = 1, \quad x(-1) = 0, \quad x(1) = 1$$

$$4) \int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 1, \quad \dot{x}(0) = 1, \quad \dot{x}(1) = 1$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 2

$$1) \int_1^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(1) = 1, \quad x(2) = 0$$

$$2) \int_0^1 (\dot{x}^2 + 2x) dt + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^1 x dt = 2, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 0$$

$$4) \int_{-1}^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = 0, \quad x(1) = 1, \quad \dot{x}(-1) = 0, \quad \dot{x}(1) = 1$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 3

$$1) \int_0^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(2) = 1$$

$$2) \int_{-1}^1 (\dot{x}^2 + 2x) dt + x^2(-1) + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_{-1}^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_{-1}^1 x dt = 3, \quad x(-1) = 1, \quad x(1) = 1$$

$$4) \int_{-1}^0 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = 1, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(-1) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 4

$$1) \int_0^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 1, \quad x(2) = 0$$

$$2) \int_1^2 (\dot{x}^2 + 3x) dt + x^2(1) + x^2(2) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_1^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_1^2 x dt = 3, \quad x(1) = 2, \quad x(2) = 1$$

$$4) \int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0, \quad \dot{x}(1) = 1$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 5

$$1) \int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 2$$

$$2) \int_0^2 (\dot{x}^2 - x) dt + x^2(0) + x^2(2) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_{-1}^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_{-1}^1 x dt = 1, \quad x(-1) = 1, \quad x(1) = -1$$

$$4) \int_{-1}^0 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = -1, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(-1) = -1, \quad \dot{x}(0) = 0$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 6

$$1) \int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 2, \quad x(1) = 1$$

$$2) \int_1^2 (\dot{x}^2 + 3x) dt + x^2(2) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_{-1}^0 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_{-1}^0 x dt = -1, \quad x(-1) = 0, \quad x(0) = 1$$

$$4) \int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1, \quad \dot{x}(0) = 1, \quad \dot{x}(1) = 1$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 7

$$1) \int_{-1}^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = 0, \quad x(1) = 1$$

$$2) \int_1^2 (\dot{x}^2 + 3x) dt + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^1 x dt = -1, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 0$$

$$4) \int_{-1}^0 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = 1, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(-1) = 1, \quad \dot{x}(0) = 1$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 8

$$1) \int_{-1}^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = 1, \quad x(1) = 0$$

$$2) \int_0^1 (\dot{x}^2 + 4x) dt + x^2(0) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^1 x dt = 0, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = -1$$

$$4) \int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = -1, \quad x(1) = 1, \quad \dot{x}(0) = -1, \quad \dot{x}(1) = 1$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 9

$$1) \int_{-1}^0 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = 0, \quad x(0) = 1$$

$$2) \int_0^1 (\dot{x}^2 + 4x) dt + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_{-1}^0 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_{-1}^0 x dt = -1, \quad x(-1) = 0, \quad x(0) = -1$$

$$4) \int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 2, \quad x(1) = 1, \quad \dot{x}(0) = 2, \quad \dot{x}(1) = 1$$

# Вариационное исчисление и методы оптимизации

## Контрольная работа №2

### Вариант 10

$$1) \int_{-1}^0 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = 1, \quad x(0) = 0$$

$$2) \int_{-1}^1 (\dot{x}^2 - x) dt + x^2(-1) \rightarrow \text{extr}$$

$$3) \int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^1 x dt = 0, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 0$$

$$4) \int_{-1}^0 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(-1) = 1, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(-1) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$$

