

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 08.04.2026 16:55:16 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323	Рабочая программа дисциплины "Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)\***  
**Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений**

Направление подготовки (специальность)

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

Уравнения с дробными производными

Присваиваемая квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель курса "Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений" состоит в изучении фундаментальных концепций и методов, связанных с анализом и использованием симметрий дифференциальных уравнений, в том числе обобщенных (неклассических) симметрий, для построения их решений и понимания их свойств.

Задачи курса включают:

- Изучение теории симметрий: Ознакомление с основными понятиями теории групп Ли, алгебр Ли и их применением к дифференциальным уравнениям, включая классические и обобщенные симметрии (в частности, нетранзитивные, условные и нелокальные).
- Симметричный анализ: Освоение методов определения симметрий, позволяющих понижать порядок уравнений, строить групповые инварианты и точные решения.
- Связь симметрий и решений: Исследование взаимосвязи между симметриями дифференциальных уравнений и структурой их решений, включая интегралы движения и интегральные многообразия.
- Применение обобщенных симметрий: Рассмотрение методов построения решений с использованием обобщенных симметрий, таких как метод прямого решения (direct method), метод разложения по условным симметриям (conditional symmetries) и другие.
- Моделирование и симметрии: Анализ прикладных задач механики, физики и других областей с точки зрения их симметрий, а также разработка математических моделей с учетом симметрий.
- Современные методы: Обзор современных направлений в исследовании симметрий дифференциальных уравнений, таких как использование компьютерной алгебры и алгоритмического подхода к симметричному анализу.
- Развитие математической культуры: Воспитание понимания важности симметрий как фундаментального свойства математических моделей и развитие навыков использования симметричного аппарата для решения задач.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ПК-1.1 Демонстрирует знание основных теоретических положений и методов в области проводимых научных исследований

ПК-1.2. Демонстрирует умения сбора и анализа информации по тематике проводимых исследований

ПК-1.3. Имеет практический опыт установления новых фактов и закономерностей в области научных исследований

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:

ФТД.В.02

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики». А также

Уравнения в частных производных первого порядка

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по данной дисциплине могут быть полезны для научно-исследовательской работы студентов.

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ПК-1: Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений**

**Знать:**

фундаментальные принципы теории симметрий и их приложений.

**Уметь:**

анализировать и применять методов симметричного анализа.

**Владеть:**

навыки проведения самостоятельных исследований в области симметрий дифференциальных уравнений.



**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	фундаментальные принципы теории симметрий и их приложений.
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	анализировать и применять методов симметричного анализа.
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	проведения самостоятельных исследований в области симметрий дифференциальных уравнений.

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>1 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 36	Виды контроля в семестрах: зачеты 3
в том числе :	
аудиторные занятия : 16	
самостоятельная работа : 19,8	
: контактная работа: 16,2 ИКР: 0,2	

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Теория симметрий</b>			
1.1	Введение в теорию групп Ли /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.2	Алгебры Ли и инфинитезимальные операторы /Пр/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.3	Классические симметрии дифференциальных уравнений /Пр/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.4	Применение классических симметрий: понижение порядка /Пр/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.5	Условные симметрии /Пр/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.6	Нетранзитивные симметрии /Пр/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.7	Нелокальные симметрии /Пр/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.8	Симметрии уравнений с дробными производными /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
1.9	Построение инвариантных решений /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.10	Понижение порядка уравнений с дробными производными /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.11	Выполнение домашних работ, подготовка к контрольным работам. Подготовка к зачету. /Ср/	3	19,8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
<b>Раздел 2. Иная контактная работа</b>				
2.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	0,2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Доклад
2. Вопросы к зачету

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Темы докладов:

1. Классические симметрии уравнений с дробными производными: обзор методов и примеров.
2. Условные симметрии и их применение к уравнениям с дробными производными: нелинейные эффекты.
3. Нетранзитивные симметрии: расширение возможностей симметричного анализа для дробных уравнений.
4. Нелокальные симметрии уравнений с дробными производными: новые подходы и возможности.
5. Симметрии в уравнениях дробной диффузии: физическая интерпретация и приложения.
6. Фракционные модели в механике: симметричный анализ уравнений движения.
7. Симметрии и сохраняющиеся величины в уравнениях с дробными производными: роль в анализе устойчивости.
8. Симметричный анализ дробных уравнений с переменными коэффициентами: проблемы и подходы.
9. Применение компьютерной алгебры в симметричном анализе уравнений с дробными производными: преимущества и ограничения.
10. Симметричные методы для построения численных решений уравнений с дробными производными.
11. Групповые инварианты и точные решения уравнений с дробными производными: методы и новые результаты.
12. Симметричный анализ систем уравнений с дробными производными: особенности и трудности.
13. Связь симметрий и интегральных преобразований в уравнениях с дробными производными: возможности и перспективы.
14. Симметричный анализ уравнений с дробными производными в различных областях физики и инженерии.

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы для зачета:

1. Основные определения групп, подгрупп, изоморфизмов.
2. Определение алгебр Ли, коммутаторы, связь с группами Ли.
3. Основные понятия о симметриях, определение классических симметрий.
4. Метод понижения порядка дифференциальных уравнений с использованием симметрий.
5. Определение условных симметрий, метод прямого решения.
6. Определение нетранзитивных симметрий.
7. Понятие нелокальных симметрий.
8. Определение дробных производных (Капуто, Римана-Лиувилля).
9. Особенности действия симметрий на дробные производные.
10. Общий подход к построению инвариантных решений.
11. Метод понижения порядка для дробных уравнений.
12. Использование численных методов для уравнений с дробными производными.
13. Особенности анализа систем уравнений.
14. Студенты работают в группах над исследовательскими проектами с использованием методов симметричного анализа.

### 6.4. Критерии оценивания



**Критерий выставления зачета:**

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 3 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 3 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 2 баллами, допущены две ошибки – 1 балл. Если допущено более двух ошибок в задании или студент не выполнил какое-либо задание из билета, то за него он получает 0 баллов. Максимальное количество баллов за зачет – 6.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "не зачтено" выставляется за 19 и менее баллов;

Оценка "зачтено" выставляется за 20 и более баллов:

20-26 баллов (уровень 1);

27-30 баллов (уровень 2);

31-36 баллов (уровень 3).

**Описание показателей и критериев оценивания компетенций для доклада:**

В семестре 3 доклада. На доклад отводится 15-20 минут в конце пары (каждую пару 1 доклад). Каждый студент готовит доклад по одной из предложенных тем. Максимальное количество баллов за доклады - 30.

Оценка "зачтено" выставляется за 20-30 баллов, "не зачтено" - менее 20 баллов.

**Полнота доклада оценивается по следующим критериям:**

1. Полнота изложения теоретического материала
2. Достаточное количество примеров к теоретическому материалу
3. Приведены примеры к определениям и теоремам
4. Приведены контрпримеры, демонстрирующие при каких условиях не применимы теоремы.

**7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**7.1. Рекомендуемая литература**

**7.1.1. Основная литература**

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Лагно В. И., Спичак С. В., Стогний В. И.	Симметричный анализ уравнений эволюционного типа	Москва : Институт компьютерных исследований, 2004	
Л1.2	Карчевский М. М., Павлова М. Ф.	Уравнения математической физики. Дополнительные главы: учебное пособие для вузов ( <a href="https://e.lanbook.com/book/489359">https://e.lanbook.com/book/489359</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2025	ЭБС
Л1.3	Полянин А. Д., Зайцев В. Ф.	Нелинейные уравнения математической физики в 2 ч. Часть 2: учебник для вузов ( <a href="https://urait.ru/bcode/562665">https://urait.ru/bcode/562665</a> )	Москва : Юрайт, 2025	ЭБС

**7.1.2. Дополнительная литература**

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Номидзу К., Лаптев Г. Ф.	Группы Ли и дифференциальная геометрия: монография ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=257391">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=257391</a> )	Москва : Издательство иностранной литературы, 1960	ЭБС
Л2.2	Серр Ж. П., Онищик А. Л., Авербух В. И.	Алгебры Ли и группы Ли: монография ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=450347">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=450347</a> )	Москва : Мир, 1969	ЭБС
Л2.3	Овсянников Л. В.	Групповой анализ дифференциальных уравнений	Москва : Наука, 1978	

**7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"**

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
----	--



Э2 Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт <http://www.rfbr.ru/rffi/ru>

Э3 Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий PAE <https://www.monographies.ru/>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

2. SpringerLink Международная реферативная база данных научных изданий (<https://www.springer.com>)

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: доска, парты, мультимедийное и аудиооборудование.

Для семинарских занятий используются аудитории оснащенные обычной доской, партами, переносным мультимедийным и аудиооборудованием (в случае необходимости).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются семинарские (практические) занятия и самостоятельная работа студента. На практических занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и подходы.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал, с указанием даты проведения занятия и темы;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-



## 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.



## **WORKING PROGRAM OF THE COURSE (MODULE)\***

### Generalised Symmetries of Differential Equations

Scientific specialty

01.04.01 Mathematics

Direction

Fractional Differential Equations

Degree

Master’s

Mode of study

Full-time

Enrollment Year 2026

\* The work program of the course (module) is adapted for inclusive education of disabled people and people with disabilities

Chelyabinsk, 2026



## Table of Contents

1. Goals of mastering the course
2. Place of the course in the structure of the educational program
3. Competencies of the student, formed as a result of mastering the course (module)
4. Scope of the course (module)
5. Structure and content of the course (module)
6. Fund of assessment means
  - 6.1 List of types of assessment tools
  - 6.2 Typical control tasks and other materials for current certification
  - 6.3. Typical control questions and assignments for interim certification
  - 6.4. Evaluation Criteria
7. Educational, methodical and informational support of the course (module)
  - 7.1 Recommended literature
  - 7.2 List of resources of information and telecommunication network “Internet”
  - 7.3. List of information technologies
8. Material and technical support of the course (module)
9. Methodical instructions for students to master the course (module)
10. Special conditions for mastering the course of students with disabilities and disabilities



### 1. GOALS OF MASTERING THE COURSE

The purpose of the course "Generalized Symmetries of Differential Equations" is to study fundamental concepts and methods related to the analysis and use of symmetries of differential equations, including generalized (nonclassical) symmetries, the construction of their solutions and understanding their properties.

The goals of the course include:

- Study of symmetry theory: Familiarization with the basic concepts of the theory of Lie groups, Lie algebras and their application to differential equations, including classical and generalized symmetries (in particular, non-transitive, conditional and nonlocal).
- Symmetry analysis: Mastering methods for determining symmetries that allow reducing the order of equations, constructing group invariants and exact solutions.
- The relation of symmetries and solutions: The study of the relationship between the symmetries of differential equations and the structure of their solutions, including integrals of motion and integral manifolds.
- Application of generalized symmetries: Consideration of methods for constructing solutions using generalized symmetries, such as the direct method, the method of decomposition by conditional symmetries, and others.
- Modeling and symmetries: Analysis of applied problems in mechanics, physics and other fields in terms of their symmetries, as well as the development of mathematical models based on symmetries.
- Modern methods: An overview of modern trends in the study of symmetries of differential equations, such as the use of computer algebra and an algorithmic approach to symmetry analysis.
- Development of mathematical culture: Fostering an understanding of the importance of symmetries as a fundamental property of mathematical models and developing skills in using the symmetry apparatus to solve problems.

The results of training in the course are aimed at achieving the following indicators:

PC-1.1 Demonstrates knowledge of the basic theoretical principles and methods in the field of scientific research

PC-1.2. Demonstrates the ability to collect and analyze information on the subject of ongoing research

PC-1.3. Has practical experience in establishing new facts and patterns in the field of scientific research

### 2. PLACE OF THE COURSE IN THE STRUCTURE OF THE EDUCATIONAL PROGRAM

Cycle (section) curriculum: OC.V.02

#### 2.1 Requirements for the student's pre-training:

To successfully master the course, knowledge of the courses "Mathematical Analysis", "Linear Algebra", "Differential equations", "Functional Analysis", "Equations of mathematical physics" is required. And also

Partial differential equations of the first order

#### 2.2 Courses and practices for which the development of this course (module) is necessary as a precursor:

Knowledge of this course can be useful for students' research work.

### 3. COMPETENCIES OF THE STUDENT, FORMED AS A RESULT OF MASTERING THE COURSE (MODULE)

PC-1: Able to carry out research work in the field of differential equations

#### Know:

the fundamental principles of symmetry theory and their applications.

#### Be able to:

analyze and apply symmetry analysis techniques.

#### Possess:

the skills to conduct independent research in the area of symmetries of differential equations.



**As a result of mastering the course, the student must**

<b>3.1 Know:</b>	
3.1.1	the fundamental principles of symmetry theory and their applications.
<b>3.2 Be able to:</b>	
3.2.1	analyze and apply symmetry analysis techniques.
<b>3.3 Possess:</b>	
3.3.1	the skills to conduct independent research in the area of symmetries of differential equations.

**4. SCOPE OF THE COURSE (MODULE)**

Total labor intensity	<b>1 Credits</b>
Curriculum hours : 36 including : classroom training : 16 independent work : 19.8 contact work : 16,2 OCW : 0,2	Types of control in semesters:  credits 3

**5. STRUCTURE AND CONTENT OF THE COURSE (MODULE)**

Class code	Name of sections and topics /type of lesson/	Semester / Course	Hours	Literature
	<b>Section 1. Theory of symmetries</b>			
1.1	Introduction to the theory of Lie groups /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.2	Lie algebras and infinitesimal operators /Pr/	3	1	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.3	Classical symmetries of differential equations /Pr/	3	1	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.4	Application of classical symmetries: lowering of order /Pr/	3	1	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.5	Conditional symmetries /Pr/	3	1	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.6	Non-transitive symmetries /Pr/	3	1	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.7	Non-local symmetries /Pr/	3	1	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.8	Symmetries of «Fractional Differential Equations» /Pr/	3	4	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3



1.9	Construction of invariant solutions /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.10	Decreasing the order of «Fractional Differential Equations» /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.11	Doing homework, preparing for exams. Preparation for the credit. /IndWork/	3	19,8	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
<b>Section 2. Other contact work</b>				
2.1	Individual consultations, ongoing monitoring /OCW/	3	0,2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3

## 6. FUND OF ASSESSMENT MEANS

### 6.1. List of types of assessment tools

1. Report
2. Questions for credit

### 6.2. Typical control tasks and other materials for current certification

Report topics:

1. Classical symmetries of equations with fractional derivatives: a review of methods and examples.
2. Conditional symmetries and their application to equations with fractional derivatives: nonlinear effects.
3. Non-transitive symmetries: extending the possibilities of symmetry analysis for fractional equations.
4. Nonlocal symmetries of equations with fractional derivatives: new approaches and possibilities.
5. Symmetries in fractional diffusion equations: physical interpretation and applications.
6. Fractional models in mechanics: symmetry analysis of equations of motion.
7. Symmetries and conserved quantities in fractional derivative equations: role in stability analysis.
8. Symmetry analysis of fractional equations with variable coefficients: problems and approaches.
9. Application of computer algebra in symmetry analysis of equations with fractional derivatives: advantages and limitations.
10. Symmetry methods for constructing numerical solutions of equations with fractional derivatives.
11. Group invariants and exact solutions of equations with fractional derivatives: methods and new results.
12. Symmetry analysis of systems of equations with fractional derivatives: peculiarities and difficulties.
13. Relation of symmetries and integral transformations in equations with fractional derivatives: possibilities and prospects.
14. Symmetry analysis of «Fractional Differential Equations» in various fields of physics and engineering.

### 6.3. Typical control questions and assignments for interim certification

Questions for credit:

1. Basic definitions of groups, subgroups, isomorphisms.
2. Definition of Lie algebras, commutators, connection with Lie groups.
3. Basic concepts of symmetries, definition of classical symmetries.
4. Method of lowering the order of differential equations using symmetries.
5. Definition of conditional symmetries, direct solution method.
6. Determination of non-transitive symmetries.
7. The concept of nonlocal symmetries.
8. Definition of fractional derivatives (Caputo, Riemann-Liouville).
9. Peculiarities of the action of symmetries on fractional derivatives.
10. General approach to the construction of invariant solutions.
11. The method of order reduction for fractional equations.
12. The use of numerical methods for equations with fractional derivatives.
13. Peculiarities of analyzing systems of equations.
14. Students work in groups on research projects using symmetry analysis techniques.

### 6.4. Evaluation criteria



**Scoring criterion:**

The duration of the credit is 90 minutes. The student can receive from 1 to 3 points for each completed task of the ticket. If the task is performed correctly, it is evaluated with 3 points. If the task is performed with mistakes, the points are reduced depending on the number of mistakes made. If one mistake is made, the building is evaluated with 2 points, if two mistakes are made, the building is evaluated with 1 point. If more than two mistakes are made in a task or the student has not completed any task from the ticket, he/she receives 0 points for it. The maximum number of points for credit is 6.

When summarizing the results, the results of current attestation are taken into account. The points received for the current certification are summarized with the points received for each stage during the intermediate certification:

A grade of “fail” is awarded for 19 or fewer points;

A grade of “pass” is awarded for 20 or more points:

20-26 points (level 1);

27-30 points (level 2);

31-36 points (level 3).

**Description of indicators and criteria for assessing competencies for the report:**

There are 3 reports in the semester. 15-20 minutes are allocated for the report at the end of the pair (each pair 1 report). Each student prepares a report on one of the proposed topics. The maximum number of points for the reports is 30.

The grade “pass” is given for 20-30 points, “fail” - less than 20 points.

The completeness of the report is evaluated by the following criteria:

1. Completeness of presentation of theoretical material
2. Sufficient number of examples to the theoretical material
3. Examples are given for definitions and theorems
4. Counterexamples are given to show under what conditions the theorems do not apply.

## 7. EDUCATIONAL, METHODOLOGICAL AND INFORMATIONAL SUPPORT OF THE COURSE (MODULE)

### 7.1. Recommended literature

#### 7.1.1. Basic literature

	Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
L1.1	Zaitsev V. F., Polyanin A. D.	Differential equations with partial derivatives of the first order: textbook for universities ( <a href="https://urait.ru/bcode/537986">https://urait.ru/bcode/537986</a> )	Moscow : Urait, 2024	ELS
L1.2	Zhiber A. V., Murtazina R. D., Habibullin I. T., Shabat A. B.	Equations of mathematical physics. Nonlinear integrable equations: textbook for universities ( <a href="https://urait.ru/bcode/538452">https://urait.ru/bcode/538452</a> )	Moscow : Urait, 2024	ELS
L1.3	Emelyanov V. M., Rybakina E. A.	Equations of mathematical physics. Practicum on problem solving: textbook for universities ( <a href="https://e.lanbook.com/book/390614">https://e.lanbook.com/book/390614</a> )	St. Petersburg : Lan, 2024	ELS

#### 7.1.2. Further reading

	Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
L2.1	Nomizu K., Laptev G. Ф.	Lie groups and differential geometry: a monograph ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=257391">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=257391</a> )	Moscow : Izdatelstvo Foreign Literature, 1960	ELS
L2.2	Serr J. P., Onischik A. L., Averbukh V. I.	Lie algebras and Lie groups: a monograph ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=450347">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=450347</a> )	Moscow : Mir, 1969	ELS
L2.3	Ovsyannikov L. V.	Group analysis of differential equations	Moscow : Nauka, 1978	

### 7.2. List of resources of the information and telecommunication network “Internet”

W1	eLIBRARY.RU [Electronic resource] : electronic library / Scientific Electronic Library - URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
W2	Russian Foundation for Basic Research (RFBR) - official website <a href="http://www.rfbr.ru/rffi/ru">http://www.rfbr.ru/rffi/ru</a>



W3 Scientific electronic library. Monographs published in the publishing house of the Russian Academy of Natural Sciences full-text resource of scientific and educational publications RAE <https://www.monographies.ru/>

### 7.3 List of information technologies

#### 7.3.1 Software

LMS Moodle

Adobe Reader

#### 7.3.2 Professional databases and reference systems

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : multidisciplinary abstract database / Thomson Reuters Company. - Access mode: for registered users of CSU. - Text : electronic.

2. SpringerLink International Abstract Database of Scientific Publications (<https://www.springer.com>)

## 8. MATERIAL AND TECHNICAL SUPPORT OF THE COURSE (MODULE)

For the realization of the course are used classrooms for seminars, group and individual consultations, current control and interim certification, as well as rooms for independent work.

The classrooms are equipped with specialized furniture and technical means of education: blackboard, desks, multimedia and audio equipment.

For seminars, classrooms equipped with a blackboard, desks, portable multimedia and audio equipment (if necessary) are used.

The rooms for independent work of students are equipped with computer equipment with Internet connection and access to the electronic information and educational environment of the University.

## 9. METHODOICAL INSTRUCTIONS FOR STUDENTS TO MASTER THE COURSE (MODULE)

Seminar (practical) classes and independent work of the student are used in the study of this course. At practical classes the main content of the program topics is presented, the main methods and approaches are considered.

For the most effective study of the course the student is recommended:

- attend classes, briefly and thoughtfully outline the material, indicating the date of the class and the topic;
- independently study the material both after each lesson and at the end of the topic, which allows you to link the information received and make a complete picture.

In the case of application of e-learning, distance learning technologies in teaching the course, communication between students and teacher is carried out in real time (online lectures (webinars), chats, video conferences, etc.) or delayed time (distance learning system Moodle, forums, e-mail, etc.).

Most of the time students work independently with teaching and learning materials. Students have the opportunity to consult with the instructor on all issues arising in the course of independent work through e-mail, social networks, etc.

Access of the student to learning resources in the mode of deferred time, independent work is carried out through the Internet at a convenient place, time and pace.

When training persons with disabilities, e-learning, distance education technologies provide for the possibility of receiving and transmitting information in accessible forms.

Implementation of the course with the use of e-learning, distance education technologies (hereinafter - EE, DOT) is carried out on the basis of the "Regulations on the implementation of basic and additional educational programs with the use of e-learning and distance education technologies in the federal state budgetary educational institution of higher education 'Chelyabinsk State University', "Regulations on the procedure for crediting students on basic professional educational programs of higher education In exceptional cases (force majeure, etc.) in the implementation of educational activities with the use of E-Learning, DOT may apply components that are not included in the list of electronic information and educational environment.



## **10. SPECIAL CONDITIONS FOR MASTERING THE COURSE OF STUDENTS WITH DISABILITIES AND DISABILITIES**

The mastering of the course by disabled persons and persons with disabilities is carried out with the use of special technical means and holo-information technologies provided by the Resource Educational and Methodological Center for Education of Disabled Persons and Persons with Disabilities of CSU at the request of the student.

1. Mobile special technical means for persons with visual impairments: portable computer with Braille input/output with speech synthesizer "ElBraile-W14J G2"; laptops with NVDA screen access software; electronic magnifiers for remote viewing; portable video magnifiers; tiflo player; digital dictaphones.

2. Mobile special technical means for persons with hearing impairments: free sound field system with built-in compatibility with FM devices; radio class "Sonet-RSM" with transmitter, behind-the-ear inductor and induction loop; information system for the hearing impaired portable "Istok" A2 with built-in player - sound informer; document camera; programmable hearing aids for individual use.

3. assistive information technologies: screen access software with speech synthesis NVDA; screen magnification programs; speech synthesis programs for computers and laptops; speech synthesis programs for mobile devices; on-screen keyboard; screen magnifier.

If necessary, special software (NVDA speech navigation program, speech synthesizers, screen magnifiers) is installed at workplaces for practical or laboratory classes for students with visual impairments.

Unimpeded access to classrooms is provided for students with disabilities and students with disabilities. In each classroom, where students with disabilities and persons with disabilities, provides an appropriate number of seats for students, taking into account their health problems.

To master the course, disabled people and persons with disabilities are provided with access to printed sources available in the CSU scientific library, with the help of special technical means; access to electronic sources, presented in the form of electronic documents in the collection of the CSU scientific library or electronic library systems, with the help of special hardware and software (workstation for blind users with screen access software with speech synthesis NVDA, workstation with computerized

Educational and methodical materials for students with disabilities and persons with disabilities are provided in forms adapted to the limitations of their health and perception of information:

For persons with visual impairments:

- in printed form in enlarged font,
- in the form of an electronic document,
- in the form of an audio file,
- in printed form in Braille.

For persons with hearing impairments:

- in printed form,
- in the form of an electronic document.

For persons with mobility impairments:

- In printed form,
- in the form of an electronic document,
- in the form of an audio file.

This list can be specified depending on the contingent of students.

For persons with disabilities and persons with disabilities mastering the course can be partially or fully implemented using distance education technologies (Moodle, Adobe Connect Pro, etc.).

In the mastering of the course by disabled people and persons with disabilities is used individual work. Individual work means two forms of interaction with the teacher: individual training work (consultations), i.e. additional explanation of the educational material and in-depth study of the material with those students who are interested in it, and individual educational work. Individual consultations are aimed at individualizing learning and establishing educational contact between the teacher and a disabled student or a student with disabilities.

When conducting the procedure for assessing the learning outcomes of disabled people and persons with disabilities in the course provides the following additional requirements depending on the individual characteristics of students:

- a) instruction on the order of the assessment procedure is provided in an accessible form (orally, in written form, in written form in Braille, orally with the use of sign language interpreter);
- b) accessible form of providing assessment tasks (in printed form, in printed form in enlarged font, in printed form in Braille, in the form of an electronic document, tasks are read out by an assistant, tasks are provided with the use of sign language interpreter);
- c) an accessible form of providing answers to tasks (in writing on paper, typing answers on a computer, in writing in Braille, using the services of an assistant, orally).

When conducting the procedure for evaluating the learning outcomes of persons with disabilities and persons with disabilities, the use of technical means necessary for them due to their individual characteristics is envisaged. These means may be provided by CSU or the university's own technical means may be used. If necessary, persons with disabilities and persons with disabilities are given additional time to prepare an answer to the tasks, the procedure of assessment of learning outcomes in the course can be conducted in several stages.

The procedure of assessment of learning outcomes for persons with disabilities and persons with disabilities is allowed using distance learning technologies.

