Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

по дисциплине (модулю)

Статистическое моделирование (научный семинар)

Направление подготовки (специальность)
01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
Прикладная математика и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Челябинск 2025 г.

Содержание

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Направленность: Прикладная математика и искусственный интеллект

Дисциплина: Статистическое моделирование (научный семинар)
Семестр (семестры) изучения: № семестра 7
Форма (формы) промежуточной аттестации: Экзамен

Примечание: для оценивания результатов используется балльно-рейтинговая система.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Статистическое моделирование» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач	Знать: Методы поиска и синтеза информации, сущность системного подхода для решения поставленных задач в области статистического моделирования. Уметь: Осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач в области статистического моделирования. Владеть: Методами поиска, анализа и синтеза информации, техникой системного подхода для решения поставленных задач в области статистического моделирования.

ПК-1	Способен проектировать системы различного назначения и проводить их анализ	ПК-1.1. Обладает знаниями о существующих математических методах и моделях, применяемые для описания систем; о классических математических методах анализа систем. ПК-1.2. Демонстрирует умение: проводить исследование и анализ системы; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы. ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): выполнения описания модели системы; применения математических методов при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями.	Знать: Основы метода статистического моделирования, базовые вероятностные модели, применяемые для описания систем в области профессиональной деятельности. Уметь: Проводить исследование и анализ выбранной вероятностной модели объекта; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы. Владеть: Практическим опытом построения вероятностной модели системы; математическими методами ее обработки при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями.

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/№ задания
1	УК-1/ освоение методов статистического моделирования	Раздел 1- раздел 7	Домашнее (семестровое) задание, итоговый тест	Экзаменационные билеты
2	ПК-1/ умение применять методы статистического моделирования для решения профессиональных задач	Разделы: 2,3,6,7	Домашнее (семестровое) задание, итоговый тест	Экзаменационные билеты

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2 Содержание оценочных средств

Типовые контрольные задания для домашних (семестровых) заданий для текущей аттестации.

Задания первой семестровой работы

1 задание

1. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}, n = 0, 1, 2, ..., 50.$
Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum\limits_{n=0}^{50} n \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.1;
- $\sum\limits_{n=0}^{50} (\frac{n^7}{n!}) \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.01.

2. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = e^{-2} \cdot \frac{2^n}{n!}, n = 0, 1, 2, ...$
Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum\limits_{n=0}^{\infty} n \cdot e^{-2} \cdot \frac{2^n}{n!}$ с точностью до 0.1;
- $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{n!}$ с точностью до 0.01.

3. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = \frac{1}{8} \cdot (\frac{7}{8})^n, n = 0, 1, 2, ...$
Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n}{8} \cdot (\frac{7}{8})^n$ с точностью до 0.1;
- $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4} \cdot (\frac{7}{8})^n$ с точностью до 0.01.

4. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = \frac{90}{\pi^4} \cdot (\frac{1}{n})^4, n = 1, 2, ...$
Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{90}{\pi^4} \cdot (\frac{1}{n})^3$ с точностью до 0.01;
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} \cdot (\frac{1}{n})^4$ с точностью до 0.01.

5. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 7 \cdot e^{-7x}, & x \geq 0 \end{cases}.$
Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int\limits_0^{\infty} 7x \cdot e^{-7x} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int\limits_0^{\infty} \sqrt{x} \cdot e^{-7x} dx$ с точностью до 0.001.

6. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2}, x \in (-\infty; \infty)$.
Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-x}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2} dx$ с точностью до 0.01.

7. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{24} \cdot x^4 \cdot e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$.
Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{1}{24} \cdot x^5 \cdot e^{-x} dx$ с точностью до 0.1;
- $\int\limits_{0}^{\infty} \ln(x) \cdot x^4 \cdot e^{-x} dx$ с точностью до 0.1.

8. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 3x^2 \cdot e^{-x^3}, & x \geq 0 \end{cases}$.
Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int\limits_{0}^{\infty} 3x^3 \cdot e^{-x^3} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int\limits_{0}^{\infty} \sin(x) \cdot x^2 \cdot e^{-x^3} dx$ с точностью до 0.01.

9. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 3 \cdot (x+1)^{-4}, & x \geq 0 \end{cases}$.
Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int\limits_{0}^{\infty} 3x \cdot (x+1)^{-4} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int\limits_{0}^{\infty} \sqrt[3]{x} \cdot (x+1)^{-4} dx$ с точностью до 0.01.

10. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 3 \cdot \sin 2x \cdot \cos^4 x, & 0 \leqslant x < \frac{\pi}{2}. \\ 0, & x \geqslant \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} 3x \cdot \sin 2x \cdot \cos^4 x \, dx$ с точностью до 0.001;
- $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot \cos^5 x \, dx$ с точностью до 0.001.

2 задание

1. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int\limits_a^b dx \int\limits_1^\infty dy \int\limits_{-\infty}^\infty ln(x) \cdot e^{-xy-(yz)^2} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10, \; 1 < b < 10$.

2. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int\limits_a^b dx \int\limits_0^{x^2} dy \int\limits_0^\infty cos(xy) \cdot e^{-z} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < b < 2$.

3. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int\limits_0^a dx \int\limits_{-x}^x dy \int\limits_0^{y^2} cos(x) \cdot f(y, z, b) dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $0 < a < 10,\ -a < b < a$, функция $f(y,z,b) = \begin{cases} z, & y < b \\ z^2, & y \geq b \end{cases}$.

4. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_{-\infty}^{\infty} dy \int\limits_{1}^{a} cos(bz) \cdot e^{-\frac{zx^2+y^2}{2}} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10,\ 1 < b < 10$.

5. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int\limits_{1}^{a} dx \int\limits_{1}^{b} dy \int\limits_{1}^{\infty} dz \int\limits_{0}^{\infty} e^{-xz-yw^2} dw,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10,\ 1 < b < 10$.

6. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int\limits_{1}^{a} dx \int\limits_{1}^{b} dy \int\limits_{1}^{x} dz \int\limits_{1}^{y} cos(xyzw) dw,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10,\ 1 < b < 10$.

7. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int\limits_{1}^{a} dx \int\limits_{1}^{x} dy \int\limits_{0}^{1} dz \int\limits_{0}^{\infty} f(z,w,b) dw,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10,\ 4 < b < 10$, функция $f(z,w,b) = \begin{cases} z, & w < 1 \\ \dfrac{z}{w^b}, & w \geq 1 \end{cases}$.

8. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\iint\limits_{x^2+y^2 \leq a} dxdy \int\limits_{0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 \cdot e^{-bnz}}{n^4} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $0 < a < 10,\ 1 < b < 10$.

9. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le a} dxdydz \int\limits_0^{\infty} cos(bxyz) \cdot e^{-w(xyz)^2-w} dw,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $0 < a < 10,\ 1 < b < 10$.

10. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int\limits_0^{\infty} \cdots \int\limits_0^{\infty} (x_1 + \cdots + x_n) \cdot e^{-a(x_1+\cdots+x_n)} dx_1 \ldots dx_n,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $n \in \mathbb{N}$ принимают значения $1 < a < 10,\ 1 \le n < 10$.

Задания второй семестровой работы

Задания первой части

1. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = \alpha e^{-t}$, где α - случайная величина, распределенная равномерно на отрезке [-1; 1].

2. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = e^{-\eta t}$, где η - случайная величина, распределенная по показательному закону с параметром λ.

3. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = t + a \cdot \eta$, где η - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2, $a = const$.

4. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = \eta \cdot t + a$, где η - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2, $a = const$.

5. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = V cos(\psi t - \Theta)$, где V и Θ - независимые случайные велечины. V распределена по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2, Θ - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0; 2\pi)$, $\psi = const$.

6. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = U cos\omega_0 t + V sin\omega_0 t$, где U и V - некоррелированные случайные величины, распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2, $\omega_0 = const$.

7. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = V \cdot e^{-Ut}$, где U и V - независимые случайные величины, U распределена равномерно на интервале $(0, a)$, V распределена равномерно на интервале $(0, b)$.

8. Найти одномерную плотность распределения вероятностей случайного процесса $X(t) = \eta \cdot t + a$, где η - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2, $a = const$.

9. Найти одномерную плотность распределения вероятностей случайного процесса $X(t) = t + a \cdot \eta$, где η - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2, $a = const$.

10. Найти одномерную плотность распределения вероятностей случайного процесса $X(t) = U cos\omega_0 t + V sin\omega_0 t$, где U и V - независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2, $\omega_0 = const$.

Задания второй части

1. Дан случайный процесс $X(t) = U cos\omega_0 t + V sin\omega_0 t$, где U, V - некоррелированные случайные велечины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D(V) = D = const, \omega_0 = const$. Будет ли $X(t)$ стационарным в широком смысле?

2. Дан случайный процесс $X(t) = U cos\omega_0 t + V sin\omega_0 t$, где U, V - некоррелированные случайные велечины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D_1, D(V) = D_2, D_1 \neq D_2, \omega_0 = const$. Будет ли $X(t)$ стационарным в широком смысле?

3. Дан стационарный случайный процесс $X(t) = U cos\Omega t + V sin\Omega t$, где U, V, Ω - независимые случайные велечины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D(V) = D = const, \Omega$ принимает только положительные значения. Найдите плотность распередения вероятностей случейной величины Ω, если известно, что автоковариационная функция случайного процесса $X(t)$ имеет вид: $K_x(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|}$, где $\alpha > 0, D > 0$.

4. Дан стационарный случайный процесс $X(t) = U cos\Omega t + V sin\Omega t$, где U, V, Ω - независимые случайные велечины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D(V) = D = const, \Omega$ принимает только положительные значения. Найдите плотность распередения вероятностей случейной величины Ω, если известно, что автоковариационная функция случайного процесса $X(t)$ имеет вид: $K_x(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|} cos\omega_0\tau$, где $\alpha > 0, D > 0, \omega_0 > 0$.

5. Процесс случайного блуждания с дискретным временем $X(t)$ задается рекурентно $X(t) = X(t-1) + \delta(t), X(0) = 0, t = 1, 2, ..., \delta(t)$ - белый шум с дисперсией σ^2. Будет ли он стационарным в широком смысле?

6. Дан случайный процесс $X(t) = Ucos\omega_0 t + Vsin\omega_0 t$, где U, V - некоррелированные случайные велечины, $M(U) = M(V) = 0, D(U) = D(V) = D = const, \omega_0 = const$. Будет ли он эргодическим по отношению к математическому ожиданию?

7. Дан случайный процесс $X(t) = U$, где U - случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2. Будет ли он эргодическим по отношению к математическому ожиданию?

8. Дан случайный процесс $X(t) = Vcos(\psi t - \Theta)$, где V и Θ - независимые случайные велечины. V распределена по нормальному закону с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2, Θ - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0; 2\pi)$, $\psi = const$. Будет ли $X(t)$ стационарным в широком смысле?

9. Найти спектральную плотность $S_x(\omega)$ стационарного случайного процесса, автоковариационная функция которого $K_x(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|}$, где $\alpha > 0, D > 0$.

10. Найти спектральную плотность $S_x(\omega)$ стационарного случайного процесса, автоковариационная функция которого $K_x(\tau) = D \cdot e^{-\alpha|\tau|} cos\omega_0 \tau$, где $\alpha > 0, D > 0, \omega_0 > 0$.

Задания третьей семестровой работы

Вариант 1

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность отказа (потери заявки) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 2

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность простоя системы (все обслуживающие каналы свободны) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 3

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность того, что заявка будет стоять в очереди с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 4

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднее время ожидания в очереди (в часах) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 5

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднее число занятых каналов с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 6

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднюю длину очереди с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 7

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО не ограничено (СМО с неограниченной очередью). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность простоя системы (все обслуживающие каналы свободны) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 8

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО не ограничено (СМО с неограниченной очередью). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность того, что заявка будет стоять в очереди с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 9

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО не ограничено (СМО с неограниченной очередью). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднее время ожидания в очереди (в часах) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Вариант 10

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО не ограничено (СМО с неограниченной очередью). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить среднее число занятых каналов с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m целые положительные числа.

Перечень вопросов к экзамену

1. Опишите мультипликативный датчик, генерирующий равномерное распределение на $[0,1]$.
2. Опишите общий алгоритм моделирования данного дискретного распределения с помощью мультипликативного датчика. Нарисуйте блок-схему алгоритма.
3. Опишите стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины с помощью мультипликативного датчика.
4. Как на базе мультипликативного датчика моделируется Γ-распределение с плотностью

$$f(x,\alpha,k)=\begin{cases}\dfrac{\alpha^k}{(k-1)!}x^{k-1}e^{-\alpha x}, x>0\\ 0, \qquad x\le 0\end{cases}$$

где $k\in N$ (распределение Эрланга k-го порядка)? Ответ обосновать.
5. Опишите алгоритм метода суперпозиции моделирования случайных величин. Как смоделировать распределение с плотностью

$$f(x)=\begin{cases}\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n x^n, 0\le x\le 1, a_n\ge 0\\ 0, \qquad x\notin[0,1]\end{cases}$$

с использованием порядковых статистик? Составьте блок-схему алгоритма.
6. Опишите алгоритм метода исключения моделирования случайных величин. На каких теоремах он базируется?
7. Как моделируется стандартное нормальное распределение на базе центральной предельной теоремы? Практические рекомендации.
8. Моделирование χ^2 распределения с $2n$ степенями свободы ($n\in N$) с помощью мультипликативного датчика.
9. Свойства изотропных случайных векторов и их использование при статистическом моделировании n независимых, нормально распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.
10. Доказать, что если α_1 и α_2 – независимые случайные величины, равномерно распределенные на $[0,1]$, то $\eta_1=\sqrt{-2\ln\alpha_1}\cos 2\pi\alpha_2$, $\eta_2=\sqrt{-2\ln\alpha_1}\sin 2\pi\alpha_2$ – независимые случайные величины со стандартным нормальным законом распределения.
11. Стандартный метод моделирования случайных векторов и метод исключения.
12. Моделирование невырожденного многомерного нормального закона.
13. Определение случайного процесса, его конечномерных распределений. Числовые характеристики случайного процесса: математическое ожидание, дисперсия, ковариационная и автокорреляционная функции, их свойства. Гауссовские случайные процессы. Временные ряды.
14. Метод Монте-Карло для вычисления интегралов и среднего времени безотказной работы схем, состоящих из большого числа элементов.
15. Статистическое моделирование потоков Пальма, простейшего потока и потоков Эрланга.
16. Общие понятия теории случайных процессов.
17. Случайные процессы с марковским свойством, непрерывным временем и конечным числом состояний, переходные вероятности. Что означает однородность по времени таких процессов, сепарабельность и стохастическая непрерывность? Уравнения Колмогорова-Чепмена.

18. Теорема о существовании плотностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния для однородного марковского процесса с конечным числом состояний, сепарабельного и стохастически непрерывного.
19. Прямая и обратная системы Колмогорова.
20. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний и система уравнений для стационарного распределения вероятностей состояний. Формулировка эргодической теоремы.
21. Что такое поток однородных событий? Какой случайный процесс обычно связывают с потоком однородных событий? Определение основных свойств потоков событий: а) стационарность; б) ординарность; в) отсутствие последействия; г) ограниченное последействие. Как определяется интенсивность потока?
22. Определение пуассоновского потока. Простейший поток событий и вывод для него формул для вероятностей появления *k* событий за время *t*. Какой закон распределения вероятностей времени между двумя последовательными событиями простейшего потока?
23. Потоки Пальма и Эрланга. Объясните, почему “поток Эрланга можно получить просеиванием” простейшего потока событий и как? В каком случае поток Пальма будет потоком с последействием?
24. Для системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов, у которой входящий поток заявок простейший, а время обслуживания каналом заявки имеет показательное распределение, найти: а) плотность вероятностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния; б) стационарное распределение вероятностей состояний системы; в) операционные характеристики для стационарного режима (средняя длина очереди, среднее время ожидания в очереди, вероятность отказа, вероятность, что заявка будет стоять в очереди, доля времени простоя обслуживающей системы, среднее число занятых каналов).

Типовые задачи к экзамену

1. Вычислить интеграл методом Монте-Карло:

а) $$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} |\sin x| dx$$

б) $\iint_B \sin(x)\cos(y)dxdy$, где область B - единичный круг с центром в начале координат.

в) $$\int_0^1 e^{-2+x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)2^n x^n}{n!} dx$$

2. Платная стоянка для автомобилей имеет 40 мест. Считается, что поток автомашин, прибывающих на стоянку – простейший с интенсивностью 15 авт./час. Известно, что время пребывания автомобиля на стоянке распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{-x}, \quad x > 0$, средним 3 часа. Оплата почасовая: 15 руб/час. Определить среднюю выручку владельца за одну неделю.

3. Автозаправочная станция имеет 4 бензоколонки. Входящий поток автомашин простейший с интенсивностью 1.5 авт/мин. Если все колонки заняты, автомобиль уезжает. Время заправки распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{25}(e^{-x} + x^4 e^{-x}),\ \ x > 0$ и средним 4.84 мин. Определить среднее число занятых колонок в установившемся режиме работы.

4. Покупатели магазина образуют поток Эрланга 5 порядка с интенсивностью 50 чел/час . Обслуживание производят 5 продавца, и время обслуживания распределено по экспоненциальному закону со средним 6 мин. Определить среднее число занятых продавцов в установившемся режиме работы

Примеры билета для экзаменационной контрольной работы

Пример экзаменационного билета.

1.Прямая и обратная системы Колмогорова.

2. Опишите алгоритм метода исключения моделирования случайных величин. На каких теоремах он базируется?

3. Вычислить интеграл методом Монте-Карло

$\iint\limits_B \sin(x)\cos(y)dxdy$, где область B - единичный круг с центром в начале координат.

4. Автозаправочная станция имеет 4 бензоколонки. Входящий поток автомашин простейший с интенсивностью 1.5 авт/мин. Если все колонки заняты, автомобиль уезжает. Время заправки распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{25}(e^{-x} + x^4 e^{-x}),\ \ x > 0$ и средним 4.84 мин. Определить среднее число занятых колонок в установившемся режиме работы.

Тест по дисциплине «Статистическое моделирование»

Вариант № 2

1.Как определяются значения мультипликативного датчика и для чего он предназначен?

2. Как с помощью мультипликативного датчика моделируется распределение Эрланга порядка 2 с параметром 2? Чему равны среднее значение и дисперсия этого распределения?

3. Изобразить блок-схему алгоритма реализации на ЭВМ значений геометрического распределения с вероятностью успеха 0.8. Чему равно среднее значение этого распределения?

4. Как реализовать на ЭВМ равномерное распределение на прямоугольнике [a,b]x[c,d]?

5. Какой временной ряд называется стационарным? Привести примеры стационарного и нестационарного временных рядов.

6. Что означает эргодичность стационарного случайного процесса по отношению к автоковариационной функции? Достаточное условие такой эргодичности.

7. Как зная автоковариационную функцию стационарного случайного процесса найти его спектральную плотность? Физический смысл спектральной плотности.

8. Как формулируется марковское свойство для случайного процесса с непрерывным временем и конечным числом состояний? Что означает однородность такого процесса?

9. Описать два способа моделирования на ЭВМ простейшего пуассоновского потока с интенсивностью 2.

10. Как через стационарное распределение вероятностей состояний СМО с ограниченной очередью вычисляются следующие операционные характеристики СМО:

a) доля времени простоя;
b) средняя очередь;
c) вероятность потери заявки.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Описать порядок и способы проведения промежуточной аттестации.
Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине определяется на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.
Итоговая оценка выставляется, исходя из количества баллов, набранных в течение семестра и полученных за экзамен

Начисляемые рейтинговые баллы.
(По каждой позиции указывается максимальный балл)
Домашние (семестровые) задания 3 части – 20+20+20=60 баллов
Решение задач из лекций - 10
Посещаемость - 10
Экзаменационная контрольная работа - 20
Итого 100 баллов

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного на практических занятиях и вынесенного на самостоятельную работу. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

4.2.1 Критерии оценивания домашнего (семестрового) задания

Максимальный балл за одну часть семестрового задания – 20 баллов

Балл	18-20 баллов	15-17 баллов	10-14 баллов	0-9 баллов
Уровень освоения проверяемых компетенций	высокий	средний	базовый	недостаточный
Критерии оценивания	Полностью выполнено задание, получен правильный ответ	Задание выполнено, но имеются не значительные недочеты или арифметически е ошибки	Задание выполнено на 70%	Задание не выполнено, имеются грубые ошибки

4.2.2. Критерии оценивания итогового теста

Максимальный балл за ответ — 10 баллов.

9-10 баллов	**7-8 баллов**	**5-6 баллов**	**0-4 балла**
Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень уровень освоения проверяемых компетенций	Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
Обучающийся отлично знает материал, умеет анализировать проблему и аргументировано изложить свою точку зрения. Обучающийся практически не допускает ошибок.	Обучающийся хорошо знает материал, умеет анализировать проблему и аргументировано изложить свою точку зрения. Обучающийся допускает незначительные ошибки.	Обучающийся знаком с материалом, но ответы на вопросы содержат ошибки.	Обучающийся не знает основных положений вопроса, не ориентируется в основных понятиях, излагает материал с трудом, с грубыми ошибками, либо отказывается от ответов на вопросы.

4.2.3 Критерии оценивания экзаменационной контрольной работы

Максимальный балл за экзаменационную контрольную работу — 20 баллов. Этот балл складывается из баллов, полученных за каждый вопрос в билете. В билете – 2 теоретических вопроса и две задачи.

Критерии оценивания теоретического вопроса с доказательством

Максимальный балл — 5.

5 баллов	**4 балла**	**3 балла**	**0-2 баллов**
Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень уровень освоения проверяемых компетенций	Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
Даны аккуратные определения и подробные доказательства теорем, свойств. Объяснены все обозначения, участвующие в ответе.	Даны определения и доказательства теорем, свойств. Не объяснены некоторые обозначения. Возможны незначительные неясности в изложении.	Определения и доказательства в целом приведены, но содержат незначительные неточности, недостаточная ясность изложения. Возможно, не приведены доказательства.	Ответ на вопрос отсутствует или содержит определения и формулировки, содержащие значительные ошибки

Критерии оценивания задачи

Максимальный балл — 5.

5 баллов	**4 балла**	**3 баллов**	**0-2 балла**
Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень уровень освоения проверяемых компетенций	Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
Дано полное обоснованное решение задачи.	В представленном решении имеются мелкие недочеты или арифметические ошибки	Дано решение задачи с неполным обоснованием.	Задача не решена или ее решение не обосновано.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за экзамен:

0-49 баллов - неудовлетворительно (2);
50-69 баллов - удовлетворительно (3);
70-90 баллов - хорошо (4);
91-100 баллов - отлично (5).

Особенности проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

<u>Уровни сформированности компетенций</u> определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
   - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности.
   - студент способен аргументировать собственную точку зрения по дискуссионным вопросам дисциплины, решать ситуационные задачи, критически оценивать информацию, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
   - предполагает формирование компетенций на среднем уровне: формируется комплексное знание особенностей решения прикладных задач, умение сбора, анализа и обработки данных, необходимых для решения прикладных задач.

- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».

3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
   - предполагает формирование компетенций на начальном уровне, студент освоил основные понятия и положения изучаемой дисциплины.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

01.03.02 Прикладная математика и искусственный интеллект, Прикладная математика и информатика ФОС "Статистическое моделирование (научный семинар)", год набора 2025, форма обучения очная

Фонд оценочных средств дисциплины (модуля) одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе	утверждено 24.02.25	А.А. Саламатов

Ученым советом математического факультета

Протокол заседания № 6 от 20.02.2025

Председатель Ученого совета математического факультета	согласовано	Е.А. Сбродова

Заседанием кафедры вычислительной математики

Протокол заседания № 9 от 20.02.2025

Заведующий кафедрой	согласовано	В. Н. Павленко
Автор (составитель)		В. Н. Павленко

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1