

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 05.09.2025 12:08:38  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bb9813bbcb77a48bb9a8788b8322523



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Физический факультет  
Кафедра общей и теоретической физики  
Фонд оценочных средств по дисциплины «Случайные процессы в физике» по направлению подготовки (специальности)  
03.04.02 «Физика» направленности Медицинская физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 1	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------	------------------------	---------------

**Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)  
Случайные процессы в физике**

Направление подготовки (специальность)  
03.04.02 Физика

Направленность (профиль)  
Медицинская физика

Присваиваемая квалификация (степень)  
Магистр

Форма обучения  
Очная

Челябинск, 2025 г.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Физический факультет  
Кафедра общей и теоретической физики

Фонд оценочных средств по дисциплины «Случайные процессы в физике» по направлению подготовки (специальности)  
03.04.02 «Физика» направленности Медицинская физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 2

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
  - 3.1. Виды оценочных средств
  - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
  - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
  - 4.2. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Физический факультет  
Кафедра общей и теоретической физики

Фонд оценочных средств по дисциплины «Случайные процессы в физике» по направлению подготовки (специальности)  
03.04.02 «Физика» направленности Медицинская физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 3	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------	------------------------	---------------

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 03.04.02 Физика

Направленности (профили): Медицинская физика

Дисциплина: Случайные процессы в физике

Семестр: 1

Форма промежуточной аттестации: зачет

Система оценивания: оценивание результатов осуществляется в рамках 5-балльной системы с использованием балльно-рейтинговой системы.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ

### 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Случайные процессы в физике» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции (по ФГОС)	Содержание компетенций согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ПК-2	Способность ставить научные задачи в области медицинской физики и решать их с использованием современного оборудования и отечественного и зарубежного опыта	ПК-2.1. Обладает знаниями о передовом отечественном и зарубежном опыте эксплуатации и технического обслуживания электронного оборудования; ПК-2.2. Демонстрирует умение ставить научные задачи в области медицинской физики и решать их с использованием современного оборудования и отечественного и зарубежного опыта; ПК-2.3. Имеет практический опыт (навыки) проведения	<u>Знать</u> : Для достижения ПК-2.1: методы и способы постановки и решения задач с применением теории случайных процессов (СП) для физических исследований; основные понятия теории СП, общие виды СП, их свойства, область применимости, методы решения сопутствующих задач; <u>Уметь</u> : Для достижения ПК-2.2: самостоятельно ставить и решать конкретные физические задачи с применением теории случайных процессов для различных областей физики; решать уравнения, описывающие



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Физический факультет  
Кафедра общей и теоретической физики

Фонд оценочных средств по дисциплины «Случайные процессы в физике» по направлению подготовки (специальности)  
03.04.02 «Физика» направленности Медицинская физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 4	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------	------------------------	---------------

		научно-исследовательских работ, опираясь на использование современного оборудования и отечественного и зарубежного опыта	поведение СП; выполнять типичные преобразования этих уравнений; применять полученные решения к конкретным задачам; <b>Владеть:</b> Для достижения ПК-2.3: навыками постановки и решения задач научных исследований в области физики с применением теории случайных процессов; навыками решения и преобразования уравнений, описывающими наиболее общие виды СП
--	--	--	---

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### 3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/№ задания
1	<b>ПК-2</b> <b>Знать:</b> Для достижения ПК-2.1: методы и способы постановки и решения задач с применением теории случайных процессов (СП) для физических исследований; основные понятия теории СП, общие виды СП, их свойства, область применимости, методы решения сопутствующих задач; <b>Уметь:</b> Для достижения ПК-2.2: самостоятельно ставить и решать конкретные физические задачи с применением теории случайных процессов для	Определение и классификация СП	Тест-опрос	Вопросы к зачету (№ 1-5)
		Марковские процессы с непрерывным временем (МП)	Тест-опрос	Вопросы к зачету (№ 6-23)
		Марковские цепи (МЦ)	Тест-опрос	Вопросы к зачету (№ 24-29)



различных областей физики; решать уравнения, описывающие поведение СП; выполнять типичные преобразования этих уравнений; применять полученные решения к конкретным задачам; <u>Владеть:</u> Для достижения ПК-2.3: навыками постановки и решения задач научных исследований в области физики с применением теории случайных процессов; навыками решения и преобразования уравнений, описывающими наиболее общие виды СП	Случайные процессы в физике	Тест-опрос	Вопросы к зачету (№ 30-35)
--	-----------------------------	------------	----------------------------

### 3.2 Содержание оценочных средств

#### Типовые задания

1. В чем отличие СП с непрерывным и дискретным временем?

В множестве моментов времени, при которых изменяется состояние СП. В СП с дискретным временем это множество конечно или счетно, с непрерывным временем – континуально.

2. Корреляционная функция СП  $\xi_t$  это:

$$K(s, t) = Cov(\xi_s, \xi_t) = \mathbf{M}(\xi_s - \mathbf{M}\xi_s)(\xi_t - \mathbf{M}\xi_t) = \mathbf{M}\xi_s\xi_t - \mathbf{M}\xi_s\mathbf{M}\xi_t$$

3. Смысл одномерной плотности распределения СП  $\xi_t$ .

$f_1(x, t) = f_{\xi_t}(x)$  - плотность распределения вероятностей значения СП в точке  $x$  фазового пространства в момент времени  $t$ ,  $f_1(x, t)dx = \mathbf{P}\{\xi_t \in dx\}$

4.  $n$  - мерная плотность распределения СП  $\xi_t$  это:

$f_n(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) = f_{\xi(t_1), \dots, \xi(t_n)}(x_1, \dots, x_n)$  - совместная плотность распределения вероятностей значений СП в моменты времени  $t_1, \dots, t_n$ , в точках  $x_1, \dots, x_n$  фазового пространства,  $f_n(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n)dx_1 \dots dx_n = \mathbf{P}\{\xi(t_1) \in dx_1, \dots, \xi(t_n) \in dx_n\}$ .

5. Стационарный СП это

СП, у которого все конечномерные распределения инвариантны относительно сдвига по времени:  $f_n(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) = f_n(x_1, t_1 + h; \dots; x_n, t_n + h)$ .

6. Характерная особенность корреляционной функции  $K(s, t)$  стационарного СП.

Зависит от разности моментов  $s, t$ :  $K(s, t) = K(t - s)$ .

7. Гауссовский СП это:

СП, все конечномерные распределения которого нормальны:



$$f_n(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) = (\sqrt{2\pi} |\mathbf{K}|)^{-n} \exp\{-\mathbf{m}, \mathbf{K}^{-1} \mathbf{m}\} / 2\},$$

$$\mathbf{m} = (\mathbf{M}\xi(t_1), \dots, \mathbf{M}\xi(t_n)), \mathbf{K} = \|\mathbf{K}(t_i, t_j)\|$$

8. Эргодический стационарный СП это:

СП, у которого средние по времени совпадают со средними по ансамблю реализаций:

$$\mathbf{M}\varphi(\xi_t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \varphi(\xi_t) dt (P), \varphi - \text{непрерывная ограниченная функция.}$$

9. Достаточное условие эргодичности СП.

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K(\tau) = 0; \lim_{\tau \rightarrow \infty} \tau^{-1} \int_0^\tau |K(t)| dt = 0; \lim_{\tau \rightarrow \infty} \tau^{-1} \int_0^\tau K(t) dt = 0$$

10. Марковское свойство СП:

$$\mathbf{P}\{\xi(t) \in A | \xi(t_1) = x_1, \dots, \xi(t_n) = x_n\} = \mathbf{P}\{\xi(t) \in A | \xi(t_n) = x_n\}, \text{ где}$$

$t_1 < t_2 < \dots < t_n < t, x_i \in X, A \subset X$ . Будущее не зависит от прошлого при известном настоящем.

11. Смысл переходной плотности вероятности.

плотность распределения вероятностей значения СП в точке  $y$  фазового пространства в момент времени  $t$  при условии, что в момент  $s$  СП находился в точке  $x$ :

$$p_{s,t}(x \rightarrow y) = f_{\xi_t}(y | \xi_s = x); p_{s,t}(x \rightarrow y) dy = \mathbf{P}\{\xi_t \in dy | \xi_s = x\}$$

12. Уравнение Колмогорова-Чепмена.

$$p_{s,t}(x \rightarrow y) = \int p_{s,h}(x \rightarrow x') p_{h,t}(x' \rightarrow y) dx', s < h < t$$

13. Инфинитезимальный оператор марковского СП.

$$\mathbf{A}_t g(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left[ \int dx' g(x') P_{t,t+\varepsilon}(x' \rightarrow x) - g(x) \right]$$

14. Сопряженный инфинитезимальный оператор марковского СП.

$$\mathbf{A}_t^+ g^+(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left[ \int dx' g^+(x') P_{t,t+\varepsilon}(x \rightarrow x') - g^+(x) \right] = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left[ \mathbf{M}_{x,t} g^+(\xi_{t+\varepsilon}) - g^+(x) \right]$$

15. Вероятностный смысл сопряженного инфинитезимального оператора.

$\mathbf{M}_{x,t} g^+(\xi_{t+\varepsilon}) = g^+(x) + \varepsilon \mathbf{A}_t^+ g^+(x) + o(\varepsilon), \varepsilon \rightarrow 0$  - (грубо говоря) скорость изменения математического ожидания функции от СП).

16. Прямое уравнение (Колмогорова) для переходной плотности вероятностей МСП

$$\frac{\partial}{\partial t} P_{st}(x \rightarrow y) - \mathbf{A}_t P_{st}(x \rightarrow y) = 0, P_{ss}(x \rightarrow y) = \delta(y - x)$$

17. Обратное уравнение (Колмогорова) для переходной плотности вероятностей МСП

$$\frac{\partial}{\partial s} P_{st}(x \rightarrow y) + \mathbf{A}_s^+ P_{st}(x \rightarrow y) = 0, P_{tt}(x \rightarrow y) = \delta(y - x)$$

18. Уравнение для одномерной плотности распределения МСП (прямое уравнение для одночастичных функций). Смысл его членов.



$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) - \mathbf{A}_t f(x, t) = q(x, t)$ .  $f(x, t)$  - одномерная плотность распределения,  $q(x, t)$  - начальная плотность распределения,  $\mathbf{A}_t$  - инфинитезимальный оператор.

19. Уравнение для интегралов по траекториям (сопряженное уравнение для одночастичных функций). Смысл его членов.

$\frac{\partial f^+(x, t)}{\partial t} + \mathbf{A}_t^+ f^+(x, t) = -q^+(x, t)$ .  $f^+(x, t) = \mathbf{M}_{x,t} \int_t^\infty q^+(\xi_s, s) ds$ ,  $\mathbf{A}_t^+$  - сопряженный инфинитезимальный оператор.

20. Как зависит дисперсия приращения винеровского процесса от времени приращения?

Прямо пропорционально:  $\mathbf{D}(\xi_t - \xi_s) = \alpha(t - s)$ .

21. Уравнение для одномерной плотности распределения винеровского процесса

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) - \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, t) = q(x, t)$$

22. Сопряженное одночастичное уравнение винеровского процесса

$$\frac{\partial}{\partial t} f^+(x, t) + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} f^+(x, t) = -q^+(x, t)$$

23. Прямое одночастичное уравнение детерминированного движения гамильтоновой системы. Как оно называется в физике.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = [H, f], t > 0; f|_{t=0} = f_0. \text{ Уравнение Лиувилля.}$$

### Вопросы к зачету

1. Определение и характеристики случайных процессов.
2. Задание случайного процесса. Теорема Колмогорова.
3. Стационарные случайные процессы.
4. Гауссовы случайные процессы.
5. Эргодические случайные процессы.
6. Марковские процессы. Определение, примеры.
7. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
8. Прямое уравнение Колмогорова.
9. Обратное уравнение Колмогорова.
10. Прямой инфинитезимальный оператор. Определение, вероятностный смысл.
11. Сопряженный инфинитезимальный оператор. Определение, вероятностный смысл.
12. Сопряженность инфинитезимальных операторов.
13. Прямое уравнение для одночастичных функций.
14. Сопряженное уравнение для одночастичных функций.
15. Вероятностный смысл решений прямого уравнения для одночастичных функций.
16. Вероятностный смысл решений сопряженного уравнения для одночастичных функций.
17. Многочастичные марковские процессы.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Физический факультет  
Кафедра общей и теоретической физики

Фонд оценочных средств по дисциплины «Случайные процессы в физике» по направлению подготовки (специальности)  
03.04.02 «Физика» направленности Медицинская физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 8	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------	------------------------	---------------

18. Аддитивные функционалы от марковского процесса.
19. Двойственность в теории марковских процессов.
20. Детерминированное движение как случайный процесс.
21. Винеровский процесс.
22. Диффузионные процессы.
23. Скачкообразный марковский процесс.
24. Марковские цепи. Определение, примеры.
25. Уравнение Колмогорова-Чепмена для марковских цепей.
26. Прямые однородные интегральные уравнения, связанные с марковскими цепями.
27. Прямые неоднородные интегральные уравнения, связанные с марковскими цепями.
28. Сопряженные однородные интегральные уравнения, связанные с марковскими цепями.
29. Сопряженные неоднородные интегральные уравнения, связанные с марковскими цепями.
30. Броуновское движение. Уравнение Ланжевена.
31. Уравнение Фоккера-Планка.
32. Уравнение Эйнштейна-Смолуховского.
33. Уравнение переноса излучения.
34. Сопряженное уравнение переноса излучения.
35. Тепловые колебания в электрических цепях.

## 4. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

В течение семестра студент выполняет одну контрольную работу в виде тест-опроса. В п.4.2 приведена балльно-рейтинговая оценка всех мероприятий, проводимых в течение семестра. Для получения зачета необходимо набрать более 60 баллов.

### 4.2. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

#### Начисляемые баллы за выполнение плановых заданий

№ п/п	Перечень контрольных мероприятий	Максимальный рейтинговый балл
1	2	3
1.	Посещение лекционных занятий	17
2.	Контрольная работа	30
3.	Билет (зачет)	53
	ИТОГО	100

Контрольная работа состоит из 10 вопросов. Максимальное количество баллов за 1 вопрос – 3 балла.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Физический факультет  
Кафедра общей и теоретической физики

Фонд оценочных средств по дисциплины «Случайные процессы в физике» по направлению подготовки (специальности)  
03.04.02 «Физика» направленности Медицинская физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 9	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	--------	------------------------	---------------

Критерии оценивания вопросов контрольной работы:

Характеристики ответа	Баллы	Уровень освоения проверяемых компетенций
Правильно и с пояснениями приведен ответ на вопрос	3	высокий
Правильно и без пояснений приведен ответ на вопрос	2	средний
Частично правильно (присутствуют негрубые неточности) и без пояснений приведен ответ на вопрос	1	базовый
Неправильный ответ на вопрос	0	недостаточный

Зачет проходит в письменно-устной форме и представляет собой ответ на 2 вопроса билета. Максимальный балл за ответы по билету – 53 балла.

Критерии оценивания теоретических вопросов:

Характеристики ответа	Баллы	Уровень освоения проверяемых компетенций
Ответил на оба вопроса билета, воспроизведя соответствующие математические выкладки и логические рассуждения. Возможны незначительные ошибки.	45-53	высокий
Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, но при этом допускаются негрубые ошибки при выводе формул.	40-45	средний
Знает «теоретический минимум», т.е. отвечает на вопрос базового уровня и знает основные понятия, соотношения (без вывода), название и физический смысл величин.	30-40	базовый
Не может ответить на вопрос базового уровня	0	недостаточный

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Критерии оценивания:

0-60 баллов - незачтено;

61-100 баллов - зачтено.

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Физический факультет  
Кафедра общей и теоретической физики

Фонд оценочных средств по дисциплины «Случайные процессы в физике» по направлению подготовки (специальности)  
03.04.02 «Физика» направленности Медицинская физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 10

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. **Высокий уровень сформированности компетенций** соответствует оценке **отлично**: предполагает формирование компетенций на высоком уровне: студент свободно владеет основной терминологией и понятийным аппаратом дисциплины, что позволяет формулировать выводы и участвовать в дискуссии по учебным вопросам данной дисциплины; полностью сформировано умение применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач и уверенно владеть навыком их решения;
2. **Средний уровень** соответствует оценке **хорошо**: предполагает формирование компетенций на среднем уровне: студент хорошо владеет основной терминологией и понятийным аппаратом дисциплины; сформировано умение применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач и владеть навыками решения базовых задач по биофизике;
3. **Базовый уровень** соответствует оценке **удовлетворительно**: предполагает формирование компетенций на начальном уровне: студент знает «теоретический минимум» и недостаточно владеет методами решения базовых задач;
4. **Низкий уровень** соответствует оценке **неудовлетворительно**: студент не владеет основной терминологией и понятийным аппаратом дисциплины; не владеет навыками решения базовых задач по данной дисциплине.

