

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич

Должность: Ректор

Дата подписания: 15.09.2025 11:13:06

Уникальный программный ключ:

04c19ed8bf98f4b6cb7a48eb9a8788b8327423

	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Вариационное исчисление» по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) «Прикладная математика и искусственный интеллект» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Вариационное исчисление и оптимальное управление

**Направление подготовки (специальность)
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**

**Направленность (профиль)
Прикладная математика и искусственный интеллект**

**Присваиваемая квалификация
Бакалавр**

**Форма обучения
Очная**

Челябинск, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
 - 2.1. Компетенции, закрепленные за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
 - 3.1. Виды оценочных средств
 - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
 - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
 - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств
 - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *01.03.02 «Прикладная математика и информатика»*

Направленность (профиль) Прикладная математика и искусственный интеллект

Дисциплина: *Вариационное исчисление и оптимальное управление*

Семестр (семестры) изучения: 7

Форма (формы) промежуточной аттестации: *зачет*

Примечание: для оценивания результатов обучения используется балльно-рейтинговая система.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать: определения, теоремы, подходы к решению задач вариационного исчисления и оптимального управления; Уметь: применять методы вариационного исчисления и оптимального управления при решении конкретных задач, рассматриваемых в рамках дисциплины; Владеть: навыками практического использования основных понятий и методов вариационного исчисления и оптимального управления



3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/№ задания
1	Знать: определения, теоремы, подходы к решению задач вариационного исчисления и оптимального управления; Уметь: применять методы вариационного исчисления и оптимального управления при решении конкретных задач, рассматриваемых в рамках дисциплины; Владеть: навыками практического использования основных понятий и методов вариационного исчисления и оптимального управления	Основные понятия вариационного исчисления Простейшая задача вариационного исчисления. Задача вариационного исчисления с подвижной границей Правило множителей Лагранжа в гладких конечномерных задачах на условный экстремум. Изопериметрическая задача. Задача Лагранжа Задача оптимального управления Численные методы для решения задач вариационного исчисления	Контрольные работы Лабораторные работы	Задания теста №1-15 Вопросы для подготовки к зачету

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2 Содержание оценочных средств

База тестовых вопросов

1. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x'e^{2t} + \sin^2 t) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 1, x(2) = e^4.$$



1) $x = e^t$

2) $x = 2e^t$

3) $x = e^{2t}$

4) $x = e^t + c_1t + c_2$

2. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x' \sin 2t - t^2) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = -1, x(2) = -\cos 4.$$

1) $x = \cos 2t$

2) $x = -\cos 2t$

3) $x = \sin 2t$

4) $x = -\cos 2t + at + b$

3. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x' \cos 2t + 5 \sin 3t) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, x(2) = \sin 4.$$

1) $x = \cos 2t$

2) $x = -\sin 2t$

3) $x = \sin 2t + at + b$

4) $x = \sin 2t$

4. Если функция в простейшей задаче вариационного исчисления, удовлетворяет дифференциальному уравнению Эйлера, то можно утверждать, что



7. Установите вид следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x'^2 + x x' + 4 x^2) dt + x^2(0) + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$$

- 1) Простейшая задача вариационного исчисления
- 2) Задача со старшими производными
- 3) Изопериметрическая задача
- 4) Задача Больца

8. Установите вид следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_{-1}^1 (x'^2 - 2x'e' + \cos t) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(-1) = \frac{1}{e}, x(1) = e.$$

- 1) Простейшая задача вариационного исчисления
- 2) Задача со старшими производными
- 3) Задача Больца
- 4) Изопериметрическая задача

9. Установите вид следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x'^2 + t^2) dt \rightarrow \min; \quad x(0) = 1, x(1) = 2, \quad \int_0^1 x dt = 1.$$

- 1) Задача Больца
- 2) Задача со старшими производными
- 3) Простейшая задача вариационного исчисления
- 4) Изопериметрическая задача



10. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (2x_1' + x_1'^2 - x_2'^2 + (x_1 + x_2)^2) dt \rightarrow extr;$$

$$x_1(0) = 0, x_1(1) = 2, x_2(0) = 0, x_2(1) = 4.$$

1) $x_1 = t^2 + t$
 $x_2 = 5 - t^3$

2) $x_1 = t^3 + 1$
 $x_2 = t$

3) $x_1 = t^3 + t$
 $x_2 = 5t - t^3$

4) $x_1 = t^3$
 $x_2 = t^3$

11. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x_1'x_2' + 6t(x_1 + x_2)) dt \rightarrow extr;$$

$$x_1(0) = 0, x_1(1) = 0, x_2(0) = 0, x_2(1) = 0.$$

1) $x_1 = t^3 - t$
 $x_2 = t^3 - t$

2) $x_1 = t^3 + 1$
 $x_2 = t$

3) $x_1 = t^2 + t$
 $x_2 = 5 - t^3$

4) $x_1 = t^3$
 $x_2 = t^3$

12. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x'^2 + x x' + 4x^2) dt + x^2(0) + x^2(1) \rightarrow extr$$



1) $x = t^2$

2) $x = t^3$

3) $x = 0$

4) $x = e^{2t}$

13. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x'^2 + 4x x' + 4x^2) dt + 2x^2(0) + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$$

1) $x = t^2$

2) $x = t^3$

3) $x = e^{2t}$

4) $x = 0$

14. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x' \sin 2t - t^2) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = -1$$

1) $x = \cos 2t$

2) $x = -\cos 2t$

3) $x = \sin 2t$

4) $x = -\cos 2t + at + b$

15. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x' \cos 2t + 5 \sin 3t) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0$$



1) $x = \cos 2t$

2) $x = -\sin 2t$

3) $x = \sin 2t$

4) $x = \sin 2t + at + b$

Ключ к тесту

№ вопроса	Ответ
1	3
2	2
3	4
4	1
5	3
6	3
7	4
8	1
9	4
10	3
11	1
12	3
13	4
14	2
15	3

Вопросы для подготовки к зачету

1. Примеры задач вариационного исчисления.
2. Определение функционала. Сильный и слабый экстремумы функционала.
3. Определение вариации функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
4. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие слабого экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
5. Интегрирование уравнения Эйлера.
6. Задачи вариационного исчисления со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.
7. Необходимое условие слабого экстремума для случая векторной искомой



функции. Система уравнений Эйлера.

8. Задачи вариационного исчисления с подвижной границей. Условия трансверсальности.

9. Задача Больца. Условия трансверсальности.

10. Правило множителей Лагранжа в гладкой конечномерной задаче на условный экстремум.

11. Правило множителей Лагранжа в гладких бесконечномерных задачах на условный экстремум.

12. Изопериметрическая задача. Постановка задачи. Необходимые условия слабого локального минимума.

13. Постановка задачи Лагранжа. Управляемый, допустимый и оптимальный процессы. Необходимые условия слабого локального минимума в задаче Лагранжа.

14. Постановка задачи оптимального управления. Примеры задач оптимального управления. Определение локально оптимального процесса в сильном смысле. Формулировка принципа максимума Л.С. Понтрягина.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 60 минут. Студент выполняет 15 тестовых заданий.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

Максимальный балл за тест — 15 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 1 баллом.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными при прохождении промежуточной аттестации. При этом допускается получение студентом автоматической оценки только по результатам работы в семестре.

№ п/п	Набранные баллы	Оценка
1	Менее 61	незачтено
2	61 – 100	зачтено

Особенности проведения процедуры оценивания результатов



обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке зачтено.

Получены навыки практического использования базовых знаний и методов математики, применения математического инструментария, математического языка и математической символики при проведении исследования.

2. Средний уровень соответствует оценке зачтено.

Сформированы умения применять математические методы при решении конкретных задач, рассматриваемых в рамках дисциплины, умения применять стандартные методы математического моделирования для решения типовых задач.

3. Базовый уровень соответствует оценке зачтено:

Сформированы знания основных определений, теорем, подходов к решению задач вариационного исчисления и оптимального управления, знания теоретических положений, методов вариационного исчисления и оптимального управления.

4. Низкий уровень соответствует оценке незачтено.

