

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.06.2026 11:17:24  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed88b9a6cb77a486b9a8788b8322323



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальная геометрия» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)  
**«Дифференциальная геометрия»**

Направление подготовки (специальность)  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

Направленность (профиль)  
**«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2026**

Челябинск, 2026 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	3
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	5
3.1. Виды оценочных средств.....	5
3.2. Содержание оценочных средств.....	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации.....	7
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации.....	7
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	7
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	7



## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Дифференциальная геометрия.

Семестры: 3.

Форма промежуточной аттестации: зачёт.

Для оценивания результатов обучения используется балльно-рейтинговая система.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Дифференциальная геометрия» направлено на формирование компетенций, приведённых в 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>• способы использования фундаментальных знаний в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>• использовать фундаментальные знания в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>• навыками использования фундаментальных знаний в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности.</li></ul>



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ОПК-1 Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>способы использования фундаментальных знаний в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности.</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>использовать фундаментальные знания в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности.</li></ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>навыками использования фундаментальных знаний в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности.</li></ul>	<p>Теория кривых Теория поверхностей Многомерные геометрические объекты</p>	<p>Контрольная работа</p>	<p>Вопросы для зачёта</p>

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

#### 3.2. Содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация проводится в виде зачёта в 3 семестре.

Вопросы для зачёта:

1. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Понятия гладкой и регулярной кривых. Замена параметра. Доказать, что всякая регулярная кривая эквивалентна кривой с натуральным параметром.

2. Базис Френе, кривизна и кручение при натуральной параметризации бирегулярной кривой (построение). Доказать лемму о производной единичного вектора.

3. Доказать формулы Френе.



4. Доказать две леммы о выражении первых и вторых производных натуральной параметризации кривой через первые и вторые производные произвольной параметризации этой же кривой.

5. Доказать критерий бигулярности кривой при произвольной параметризации. Доказать эквивалентность определений соприкасающейся плоскости при натуральной и произвольной параметризациях кривой.

6. Базис Френе при произвольной параметризации бигулярной кривой (построение).

7. Доказать формулу для вычисления кривизны бигулярной кривой при произвольной параметризации.

8. Доказать формулу для вычисления кручения бигулярной кривой при произвольной параметризации.

9. Способы задания поверхностей. Касательные векторы к поверхности. Касательная плоскость: доказать, что все касательные векторы к поверхности (в одной точке) лежат в одной плоскости.

10. Первая квадратичная форма поверхности. Ее применение для вычисления длины кривой на поверхности, угла между кривыми на поверхности и площади поверхности.

11. Кривизна линий на поверхности. Нормальная и геодезическая кривизны. Доказать теорему Менье (о связи между кривизной и нормальной кривизной).

12. Вторая квадратичная форма поверхности. Доказать формулу, выражающую нормальную кривизну через первую и вторую квадратичную формы.

13. Главные кривизны: определить и доказать существование. Полная и средняя кривизны.

14. Доказать теорему о вычислении главных кривизн.

15. Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена, символы Кристоффеля поверхности.

16. Определение и свойства геодезических кривых.

Примерные варианты контрольных работ:

Контрольная работа «Теория кривых»

1. Найти базис Френе кривой  $r(t) = (2t, \ln t, t^2)$  в произвольной точке и при  $t = 1$ .

2. Найти кривизну и кручение кривой  $r(t) = (2t, \ln t, t^2)$ .

3. Найдите точки на кривой  $r(t) = (\cos 3t, \sin 3t, \cos 2t)$ , в которых кривизна имеет локально минимальное значение.

Контрольная работа «Теория поверхностей»

Дана поверхность  $r(u, v) = (u^2 - uv, v^3, -u - v^2 + 1)$ .

Написать уравнение касательной плоскости этой поверхности в точке  $(1, -1)$ , т.е. при  $u = 1, v = -1$ .

Найти первую квадратичную форму этой поверхности в произвольной точке  $(u, v)$  и в точке  $(1, -1)$ .

Найти вторую квадратичную форму этой поверхности в произвольной точке  $(u, v)$  и в точке  $(1, -1)$ .

Найти нормальную кривизну кривой на этой поверхности, проходящей через точку  $(1, -1)$  в направлении  $(du, dv) = (2, 1)$ .

Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке  $(1, -1)$ .

Найти главные кривизны и главные направления поверхности в точке  $(1, -1)$ .



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Зачёт проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретический вопрос. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 90 минут.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на зачёте.

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
39 - 50 баллов	25 - 38 баллов	11 - 24 баллов	0 - 10 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

##### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Каждая контрольная работа оценивается в 25 баллов. Оценивание выполнения контрольной работы:

25 баллов – выполнено 95-100% заданий, дано полное, развернутое решение;

20-24 баллов – выполнено 70-94% заданий, дано правильное решение; однако были допущены неточности в ходе решения;

13-19 баллов – выполнено 50-69% заданий, дано неполное решение, в ответе содержится ошибка;

6-12 баллов – выполнено 20-49% заданий, ответ отсутствует или неполный, при решении допущены существенные ошибки;

0-5 баллов – выполнено 0-19% заданий, ответ отсутствует или неполный, при решении допущены существенные ошибки.



Максимальный балл за ответы на зачёте составляет 50 баллов.

Оценивание ответа на зачете:

39 - 50 баллов – студент последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.

25 - 38 баллов – студент грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.

11 - 24 баллов – студент имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.

0 - 10 баллов - студент не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

Итоговая отметка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 59 баллов – «не зачтено»,

От 60 до 100 баллов – «зачтено».

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Продвинутый уровень сформированности компетенций соответствует оценке «зачтено» (85-100 баллов):

Обучающийся владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы, подчеркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное; устанавливать причинно-следственные связи; четко формирует ответы.

2. Базовый уровень соответствует оценке «зачтено» (75-84 баллов):

Обучающийся владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценные ответы на вопросы; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьезных ошибок в ответах.

3. Пороговый уровень соответствует оценке «зачтено» (60-74 баллов):

Обучающийся владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускает ошибки по существу вопросов.

4. Низкий уровень соответствует оценке «не зачтено»:

Обучающийся не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора.

