

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: Минобрнауки России ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич учреждение высшего образования Должность: Ректор «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Дата подписания: 05.09.2025 12:05:42 Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения» по Уникальный программный ключ: 04:19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323 направлению подготовки 03.03.02 «Физика» направленность (профиль) Физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»			
Версия документа - 1	стр. 1	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

**Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)**

Дифференциальные уравнения

Направление подготовки (специальность)

03.03.02 ФИЗИКА

Направленность (профиль)

Физика

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора 2025

Челябинск 2025 г.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»
по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» направленность (профиль) Физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 2

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
 - 2.1. Компетенции, закрепленные за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
 - 3.1. Виды оценочных средств
 - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
 - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
 - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств
 - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»
по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» направленность (профиль) Физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 3

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 03.03.02 «ФИЗИКА»

Направленность (профиль) Физика

Дисциплина: *Дифференциальные уравнения*

Семестр изучения: *3 семестр*

Форма промежуточной аттестации: *экзамен.*

Использование балльно-рейтинговой системы для оценивания результатов.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области физико-математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках физико-математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, законов физико-математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.	Знать: Для достижения индикатора ОПК-1.2: предмет изучения теории дифференциальных уравнений, ее теоретическую и практическую составляющие Уметь: Для достижения индикатора ОПК-1.2: решать задачи, относящиеся к основным типам дифференциальных уравнений. Владеть: Для достижения индикатора ОПК-1.3: терминологией, основными обозначениями, приемами и методами, принятыми в теории дифференциальных уравнений



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»
по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» направленность (профиль) Физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 4

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п / п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/№ задания
1	ОПК-1 Знать: предмет изучения теории дифференциальных уравнений, ее теоретическую и практическую составляющие. Уметь: решать задачи, относящиеся к основным типам дифференциальных уравнений. Владеть: терминологией, основными обозначениями, приемами и методами, принятыми в теории дифференциальных уравнений.	Раздел 1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем. Раздел 2. Линейные уравнения и системы. Раздел 3. Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка. Раздел 4. Задача Коши. Раздел 5. Теория устойчивости. Раздел 6. Уравнения в частных производных.	1) Домашняя контрольная работа	Экзамен

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены

в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2 Содержание оценочных средств

Контрольная работа

Вариант 1

- Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x}, \quad x(0) = 1$$

- Решить уравнение:

- Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon \sqrt{\ln x} + xt, \quad x(0) = 1 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

- Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = 4x^3 - 2x$$

Вариант 2

- Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{6}$$

- Решить уравнение:

$$\ddot{y}^2 \dot{y} + \dot{y}(x - \dot{y}) - x = 0$$

- Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon^3 \sqrt{\ln x} + x\sqrt{t}, \quad x(0) = 1 - \sqrt[3]{\frac{2\varepsilon^2}{3}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

- Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -e^x + 1$$

Вариант 3

- Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с

данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^8}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{8}$$

2. Решить уравнение: $\dot{y}^4 - \dot{y}^3 \ddot{y} = 1$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 + \varepsilon$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = \cos x - \sin x$$

Вариант 4

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^7}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{7}$$

2. Решить уравнение:

$$\dot{y} = (x + 1)\ddot{y} + \dot{y}^2$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \frac{\varepsilon}{x} + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 - \varepsilon$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -e^{-x} + e^x$$

Вариант 5

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t}{x^3}, \quad x(0) = \frac{1}{3}$$

2. Решить уравнение:

$$5\dot{y} + \dot{y}^2 = x(\ddot{y} + x)$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon \sqrt{\ln^2 x} + x \sqrt[3]{t^2}, x(0) = 1 - \sqrt[5]{\frac{9\varepsilon^5}{25}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -\cos x$$

Вариант 6

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^5}{x^2}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:

$$xy^3 = 1 + y$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon x + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 + \varepsilon^2$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость $\ddot{x} = -3^x + 1$

Задачи к экзамену по курсу «Дифференциальные уравнения», 3 семестр

Билет 1.

1. $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$
2. $y' = \frac{2(y+2)^2}{(x+y-1)^2}$
3. $xy' + y = \ln x + 1$
4. $y'' - 2y' + y = \frac{e^{-x}}{\sqrt{4-x^2}}$
5. $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = -4x + y + \frac{1}{te^t} \end{cases}$

Билет 3.

1. $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}$
2. $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy$
3. $xy' + 2y = e^{-x^2}$
4. $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$
5. $\begin{cases} \dot{x} = y + \tan^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + \tan t \end{cases}$

Билет 4.

1. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, y(1) = 0$
- 2.
3. $\frac{t^2 ds}{dt} = 2ts - 3$
4. $y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x$
5. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{3t}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$

Билет 6.

1. $y - xy' = 2(x + yy')$

2. $y' = \left(\frac{x+y+2}{4+2x}\right)^2$

3. $\sin t ds = \left(4t \sin^2 \frac{t}{2} + s\right) dt$

4. $y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}$

5. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases}$

Билет 7.

1. $x^2 y' = y(x+y)$

2. $(1 - x^2 y) dx + x^2 (y - x) dy = 0$

3. $y' x \ln x + y = 2 \ln x$

4. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$

5. $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -4x + 4y \\ \dot{z} = -2x + y + 2z \end{cases}$

Билет 8.

1. $xy' + y = \ln x + 1$

2. $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}, y(1) = 1$

3. $3x^2 y^2 y' = y^3 (x + y^3)$

4. $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$

5. $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z \\ \dot{y} = x + 4y - 2z \\ \dot{z} = x + 5y - 3z \end{cases}$

Билет 9.

1. $xy' = y\left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$

2. $y' = \frac{2x+y}{x-2y}, y(1) = 0$

3. $(y^2 - 2x) dx + (2xy - \sin y) dy = 0$

4. $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$

$$5. \begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

Билет 10.

1. $xy \, dx = (x^2 - y^2)dy$

2. $y' = \frac{y - 2x}{x + 2y}, y(1) = 0$

3. $(y - 3x^2 + 1)dx + (x + \ln y)dy = 0$

4. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$

5. $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$

Вопросы к экзамену по курсу «Дифференциальные уравнения»

1. Определения уравнения в полных дифференциалах и интегрирующего множителя. Теорема о решении уравнения в полных дифференциалах. Следствие. Теорема об интегрирующем множителе.
2. Определения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о решении линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Определение уравнения Бернулли. Метод решения уравнения Бернулли. Теорема существования и единственности решения однородного уравнения.
4. Определение уравнения с разделяющимися переменными. Теорема существования и единственности решения уравнения с разделяющимися переменными.
5. Определение линейно зависимых/независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о линейной зависимости функций.
6. Определение линейно зависимых/независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о линейной независимости функций.
7. Определение линейного однородного дифференциального уравнения n -ой степени с постоянными коэффициентами. Определение фундаментальной системы решений. Характеристический многочлен. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в случае простых корней.
8. Определение линейного однородного дифференциального уравнения n -ой степени с постоянными коэффициентами. Определение фундаментальной системы решений. Характеристический многочлен. Лемма о смещении (формулировка). Лемма о кратных корнях (формулировка). Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.
9. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений и общее решение. Характеристический многочлен. Теорема об общем решении линейного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами в случае простых корней.
10. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Характеристический многочлен. Формула смещения. Лемма о кратных корнях. Общее решение линейного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными

коэффициентами в случае кратных корней.

11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Теорема о виде частного решения в случае квазимногочленов.

12. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Теорема о виде решения в случае простых корней.

13. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Теорема о виде решения в общем случае.

14. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

15. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.

16. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Формула Лиувилля.

17. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянных.

18. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Эквивалентность уравнения и системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

19. Теорема о неколеблющемся решении. Теорема Штурма.

20. Теорема сравнения. Теорема Кнезера.

21. Теорема существования решения задачи Коши для одного уравнения.

22. Теорема о единственности решения задачи Коши для одного уравнения. Неравенство Гронуолла.

23. Ломаные Эйлера. Метод последовательных приближений.

24. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.

25. Устойчивость решения по Ляпунову. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.

26. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.

27. Уравнения с частными производными первого порядка. Теорема об общем решении линейного уравнения.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Итоговый экзамен: проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

Критерии оценивания экзамена:

№ п/п	Набранные баллы	Оценка	Уровень
1	Менее 40	неудовлетворительно	
2	40-60	удовлетворительно	пороговый
3	61-79	хорошо	базовый
4	80-100	отлично	продвинутый

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях и обсуждения домашних заданий;
- промежуточный контроль осуществляется в форме проверочных контрольных работ;
- итоговый контроль осуществляется в форме письменного экзамена в конце каждого семестра.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются (с весами) баллы, полученные за контрольные работы (10 максимум за каждую контрольную работу), баллы, полученные на экзамене (50 максимум). Веса могут быть определены следующим образом: для контрольных работ вес составляет 0,4, для экзамена вес – 0,5.

Полученные студентами баллы суммируются и переводятся в 10-бальную шкалу, итоговая оценка выставляется по 10-бальной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 3 баллов – «неудовлетворительно»

От 4 до 5 баллов – «удовлетворительно»

От 6 до 7 баллов – «хорошо»

От 8 до 10 баллов – «отлично».

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Продвинутый уровень сформированности компетенций :

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: Получены навыки применения инструментария теории дифференциальных уравнений, владение знаниями теоретических обоснований и методами построения типовых моделей теории;
- студент способен решить любую задачу из пройденного материала и объяснить своё решение.

2. Базовый уровень :

- предполагает формирование компетенций на среднем уровне: Сформированы умения применять основные понятия и методы теории дифференциальных уравнений;
- студент способен решить задачи из пройденного материала и объяснить своё решение.

3. Пороговый уровень:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: Формируются знания основных понятий и методов решения типовых задач теории дифференциальных уравнений;
- студент способен отвечать на вопросы. Количество правильных ответов – не менее 50%.

4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»
по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» направленность (профиль) Физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 15

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Фонд оценочных средств дисциплины (модуля) одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе утверждено 24.02.25 А.А. Саламатов

Ученым советом физического факультета

Протокол заседания № 06 от 20.02.2025

Председатель Ученого совета
физического факультета

согласовано

М.А. Загребин

Заседанием кафедры теории управления и оптимизации

Протокол заседания № 08 от 20.02.2025

Заведующий кафедрой

согласовано

И.В. Измestьев

Автор (составитель)

Е.Г. Белов

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ»
от «13» апреля 2021 г. № 247-1**