

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 05.09.2025 11:08:08
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f1b6cb734486b9a8788b8327323



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория вероятностей и математическая статистика» по направлению подготовки 09.03.04 «Программная инженерия» направленности «Разработка программно-информационных систем» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки (специальность)
09.03.04 «Программная инженерия»

Направленность (профиль)
«Разработка программно-информационных систем»

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора
2025

Челябинск, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	7
3.1. Виды оценочных средств	7
3.2. Содержание оценочных средств	8
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	12
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	12
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	12
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	13



1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 09.03.04 Программная инженерия.

Направленность: Разработка программно-информационных систем.

Дисциплина: Теория вероятностей и математическая статистика.

Семестры: 3,4.

Форма промежуточной аттестации: 3 семестр – зачет, 4 семестр – экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Демонстрирует знание основных положений и концепций в области математических и естественных наук, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать стандартные задачи в профессиональной деятельности с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Имеет практический опыт применения основных теорем и законов математики и естественных наук, методов моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения задач профессиональной деятельности.	Знать: • основные определения и теоремы теории вероятностей: определение вероятностного пространства, свойства вероятности; • понятие условной вероятности, формулу полной вероятности, формулу Байеса; • понятие независимого события, схемы независимых испытаний; • схему Бернулли; • понятия дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин, основные стандартные распределения; • понятие математического ожидания, дисперсии и их свойства. Уметь: • решать типовые задачи теории вероятностей: находить вероятность события используя формулы классической и геометрической вероятности, урновые схемы; • находить условную вероятность события используя формулу полной вероятности, формулу



Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
			Байеса, схемы независимых испытаний; • применять схему Бернулли для нахождения вероятности; • вычислять плотность, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию используя стандартные распределения. Владеть: • навыками использования основных понятий, теорем, законов теории вероятностей для решения задач профессиональной деятельности.
ОПК-3	Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	ОПК-3.1. Обладает базовыми знаниями информационно-коммуникационных технологий, основ информационно-библиографической культуры, требований информационной безопасности. ОПК-3.2. Демонстрирует умения проводить информационный поиск, осуществлять выбор информационно-коммуникационных технологий для решения профессиональных задач исходя из требований к решению и требований информационной безопасности.	Знать: • способы решения стандартных задач теории вероятностей и математической статистики. Уметь: • использовать поисковые системы, базы данных и статистические таблицы. Владеть: • навыками решения задач профессиональной деятельности с учетом основных требований информационной безопасности.



Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
		ОПК-3.3. Имеет практический опыт решения профессиональных задач с применением информационно-коммуникационных технологий.	



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	ОПК-1 Знать: • основные определения и теоремы теории вероятностей: определение вероятностного пространства, свойства вероятности; • понятие условной вероятности, формулу полной вероятности, формулу Байеса; • понятие независимого события, схемы независимых испытаний; • схему Бернулли; • понятия дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин, основные стандартные распределения; • понятие математического ожидания, дисперсии и их свойства. Уметь: • решать типовые задачи теории вероятностей: находить вероятность события используя формулы классической и геометрической вероятности, урновые схемы; • находить условную вероятность события используя формулу полной вероятности, формулу	— Случайные события и их вероятности — Вероятностная зависимость и условная вероятность — Случайные величины и их числовые характеристики — Основные законы распределения вероятностей, их применение и свойства — Основные задачи математической статистики	Контрольные работы	Вопросы к зачету/экзамену



	Байеса, схемы независимых испытаний; • применять схему Бернулли для нахождения вероятности; • вычислять плотность, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию используя стандартные распределения. Владеть: • навыками использования основных понятий, теорем, законов теории вероятностей для решения задач профессиональной деятельности.			
2	ОПК-3 Знать: • способы решения стандартных задач теории вероятностей и математической статистики. Уметь: • использовать поисковые системы, базы данных и статистические таблицы. Владеть: • навыками решения задач профессиональной деятельности с учетом основных требований информационной безопасности.			

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

Темы для подготовки к тесту (зачет/экзамен)



1. Случайный эксперимент, связанные с ним события, устойчивость частот случайных событий, статистическое определение вероятности события. Правила действия со случайными событиями.
2. Элементы комбинаторики.
3. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности.
4. Вероятностное пространство (аксиоматика Колмогорова). Свойства вероятности. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимые в совокупности события.
5. Формулы полной вероятности и Байеса.
6. Независимые испытания, схема Бернулли, вывод формулы вероятности k «успехов» в n испытаниях и асимптотические формулы для выполнения этих вероятностей.
7. Дискретные случайные величины. Примеры дискретных распределений, их числовые характеристики (математическое ожидание, моменты n -го порядка, центральные моменты n -го порядка, в том числе, дисперсия, мода). Свойства математического ожидания.
8. Ковариация двух случайных величин, ее свойства, коэффициент корреляции и его свойства. Некоррелированные случайные величины, связь с независимостью.
9. Непрерывные случайные величины. Функция распределения вероятностей случайной величины и ее свойства. Примеры. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
10. Основные задачи математической статистики: оценивание параметров распределения (точечное и интервальное), проверка статистических гипотез (параметрических и непараметрических).
11. Понятия выборки из распределения данного объема и оценки ее параметров. Свойства точечных оценок параметров распределения: несмещенность, состоятельность, асимптотическая нормальность.
12. Доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии нормального распределения.
13. Общая схема построения теста проверки статистической гипотезы: уровень значимости, критическая область критерия, правило принятия решения. Понятия об ошибках первого и второго рода. Как обычно задается критическая область теста? Асимптотическая проверка гипотез.
14. Критерий согласия Пирсона.
15. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий у двух независимых нормально распределенных совокупностей с одинаковой дисперсией.
16. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых нормально распределенных совокупностей.

Дисциплиной предусмотрены контрольные работы по темам "Случайные события и их вероятности", "Вероятностная зависимость и условная вероятность", "Случайные величины и их числовые характеристики", "Основные законы распределения вероятностей, их применение и свойства", "Основные задачи математической статистики".

Примеры контрольных работ

Контрольная работа № 1

1. Монету бросают три раза. Сколько различных вариантов результата может быть?
2. Сколько «слов» можно получить, переставляя буквы в слове ПАРАБОЛА?



3. Сколькими способами могут быть приглашены на день рождения 10 друзей, при условии, что не обязательно приглашать всех?
4. На прямой отмечено 10 точек, а на параллельной ей прямой отмечено ещё 11 точек. Сколько треугольников с вершинами в этих точках можно построить?
5. Сколькими способами можно расставить 2 ладьи на шахматной доске, чтобы они не били друг друга?
6. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске двух королей, так, чтобы они не били друг друга?
7. Сколькими способами можно разложить 20 шаров по 6 коробкам?
8. Сколько символов можно закодировать одним байтом (8 бит)?
9. Сколько всего шестизначных чисел, в которых есть хотя бы одна четная цифра?
10. В комнату для совещаний приходят менеджеры, которых уже ждет там босс. Когда менеджер заходит в комнату он пожимает всем руку. Сколько всего человек было на совещании, если сделано 78 рукопожатий?

Контрольная работа № 2

1. На экзамене по теории вероятностей 20 билетов. 15 хороших и 5 плохих. Найти вероятность того, что студент вытянет хороший билет, если известно, что студент после него вытянул хороший? Найти вероятность того, что второй студент вытянет хороший билет? Что третий вытянет хороший билет?
2. В мешке лежал шар. Потом туда положили ещё один белый шар. После этого, из урны достали один шар, и он оказался белым. Какова вероятность, что оставшийся шар тоже белый?
3. Тест на ВИЧ (вирус иммунодефицита человека, причина СПИДа) выдаёт верный результат в 97% случаев. Известно, что ВИЧ заражено $1/5000$ часть всего населения.
 - a. С какой вероятностью случайно взятый человек заражен ВИЧ? Не заражен ВИЧ?
 - b. С какой вероятностью случайно взятый здоровый человек получит положительный тест на ВИЧ?
 - c. С какой вероятностью случайно взятый зараженный ВИЧ человек получит положительный тест?
 - d. Какую долю из всех людей составляют здоровые люди, которым бы тест показал, что они заражены ВИЧ?
 - e. Какую долю из всех людей составляют зараженные ВИЧ люди, которым бы тест показал, что они заражены ВИЧ?
 - f. С какой вероятностью у случайно взятого человека тест на ВИЧ будет положительным?
 - g. Человек получил положительный результат теста на ВИЧ. С какой вероятностью он действительно заражен ВИЧ?
4. (Парадокс Монти Холла). Представьте, что вы стали участником игры, в которой вы находитесь перед тремя дверями. Ведущий, о котором известно, что он честен, поместил за одной из дверей автомобиль, а за двумя другими дверями — по козе. У вас нет никакой информации о том, что за какой дверью находится. Ведущий говорит вам: Сначала вы должны выбрать одну из дверей. После этого я открою одну из оставшихся дверей, за которой находится коза. (Если у меня будет возможность выбрать, какую из двух дверей открывать, я выберу её случайным образом, с равными вероятностями.) Затем я предложу вам изменить свой первоначальный выбор и выбрать оставшуюся закрытую дверь вместо той, которую вы выбрали вначале. Вы можете последовать моему совету и выбрать другую дверь, либо подтвердить свой первоначальный выбор. После этого



я открою дверь, которую вы выбрали, и вы выиграете то, что находится за этой дверью. Вы выбираете дверь номер 1.

а. С какой вероятностью автомобиль находится за дверью номер 1? за дверью номер 2? за дверью номер 3?

б. С какой вероятностью ведущий откроет третью дверь, при условии, что машина за второй дверью? За третьей дверью? За первой дверью?

с. С какой вероятностью машина за первой дверью, при условии, что ведущий открыл третью дверь? С какой вероятностью машина за второй дверью, при условии, что ведущий открыл третью дверь? Следует игроку ли менять свой выбор?(почему этому решению так сопротивляется интуиция)

д. Ведущий, о котором известно, что он честен, поместил за одной из дверей автомобиль, а за двумя другими дверями — по козе. У вас нет никакой информации о том, что за какой дверью находится. Чему равна вероятность, что машина за второй дверью, при условии, что за третьей дверью — коза?

е. Чем отличается ситуация пункта d от ситуации в задаче Монти Холла?

Контрольная работа № 3

1. Из ящика, содержащего 2 белых и 4 черных шара, вынимают три случайных шара и перекладывают в другой ящик, где имелось 5 белых шаров. Затем из второго ящика 4 случайных шара перекладываются в первый.

а. Пусть сначала переложили S белых шаров. Сколько теперь шаров в первом и втором ящиках? Найти математическое ожидание и дисперсию S .

б. Пусть второй раз переложили T белых шаров. Сколько теперь шаров в первом и втором ящиках? Найти математическое ожидание и дисперсию T .

с. Найти математическое ожидание числа белых шаров x_1 и x_2 в обоих ящиках.

2. На факультете 730 студентов, а в группе 25 студентов. Вероятность рождения каждого студента в данный день равна $1/365$. Найти:

а. наиболее вероятное число студентов факультета, родившихся 1 января;

б. вероятность того, что в группе найдутся 2 студента, у которых день рождения в один день;

с. вероятность того, что найдутся три студента с одним и тем же днем рождения на факультете.

3. Двое бросают правильную монету n раз каждый. Найти вероятность того, что выпадет одинаковое число орлов.

4. Дискретная случайная величина X распределена согласно определенному закону:

-3	-1	3	5
0.4	0.3	0.1	0.2

Найти MX и DX .

5. Пусть α число появлений события A в серии из n независимых испытаний, в каждом из которых $P(A) = p$. Найти $M\alpha^3$ и $M\alpha^4$.



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Суммарный балл заданий промежуточной аттестации (микросессии, которая проводится в марте по темам лекций третьего семестра), имеющей форму экзамена, оценивается 20 баллами. Форма проведения экзамена – письменная, с последующим устным собеседованием.

Экзаменационный билет состоит из заданий 2 уровней.

Первый уровень оценивает знание и умение применять основные методы решения типовых задач курса (семестра). Максимальное количество баллов – 10.

Второй уровень оценивает знание теоретического материала, умение решать задачи, требующие комплексного использования основных методов решения, и владение математическими методами при решении профессиональных задач. Максимальное количество баллов – 10.

Суммарный балл заданий итогового экзамена оценивается 40 баллами. Форма проведения экзамена – письменная с последующим устным собеседованием.

Экзаменационный билет состоит из заданий 2 уровней.

Первый уровень оценивает знание и умение применять основные методы решения типовых задач курса. Максимальное количество баллов – 20.

Второй уровень оценивает знание теоретического материала, умение решать задачи, требующие комплексного использования основных методов решения, и владение математическими методами при решении профессиональных задач. Максимальное количество баллов – 20.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на экзамене/зачете.

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.



4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации.

Критерии оценивания зачета:
Менее 60 баллов - не зачтено,
60-100 баллов - зачтено.

Критерии оценивания экзамена:
Оценка "Неудовлетворительно" выставляется за 64 и менее баллов.
Положительная оценка выставляется если студент набрал 65 баллов и более.
65 – 77 баллов Удовлетворительно (базовый уровень);
78– 89 баллов Хорошо (средний уровень);
90-100 баллов Отлично (высокий уровень).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке «отлично»:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
 - студент способен дать полное представление об основных понятиях теории вероятностей и математической статистики, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке «хорошо»:
 - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
 - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
 - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины.
3. Базовый уровень соответствует оценке «удовлетворительно»:
 - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем теории вероятностей и математической статистики, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
 - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке «неудовлетворительно».

09.03.04 Программная инженерия Направленность (профиль) Разработка программно-информационных систем, ФОС Теория вероятностей и математическая статистика, 2025 г.н., очная форма обучения.

Проректор по учебной работе

утверждено 24.02.25

А.А. Саламатов

Ученым советом института информационных технологий

Протокол заседания № 6 от 20.02.2025

Председатель Ученого совета
института информационных
технологий

СОГЛАСОВАНО

Ю. В. Петриченко

Заседанием кафедры математического анализа

Протокол заседания № 7 от 24.01.2025

Заведующий кафедрой

СОГЛАСОВАНО

В.Е. Федоров

Автор (составитель)

А. В. Нагуманова

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1