

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.09.2025 11:11:17  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8b798f3b6b77348c9a8788d377424



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар)» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств  
для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)  
**Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар)**

Направление подготовки (специальность)  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

Направленность (профиль)  
**«Математические и компьютерные методы  
в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Челябинск, 2025 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств .....	3
2. Перечень формируемых компетенций .....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине .....	6
3.1. Виды оценочных средств .....	6
3.2. Содержание оценочных средств .....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации .....	9
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации .....	9
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств .....	9
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	9



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар)» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар).

Семестры: 5.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балльной оценки различных форм деятельности студентов.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар)» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач. УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач.	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>критерии системного анализа поставленных задач.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>выполнять поиск информации, определять критерии системного анализа поставленных задач.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>навыками использования критического анализа, систематизации и обобщения информации для решения поставленных задач.</li></ul>
ПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок	ПК-1.2. Демонстрирует умения: проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам. ПК-1.3. Имеет практический опыт	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>способы планирования и организации исследований.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>навыками проведения научных исследований в</li></ul>



Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
		(навыки): проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.	соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	УК-1 Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>критерии системного анализа поставленных задач.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>выполнять поиск информации, определять критерии системного анализа поставленных задач.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>навыками использования критического анализа, систематизации и обобщения информации для решения поставленных задач.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Системы множеств. Мера на них</li><li>Мера Жордана</li><li>Мера Лебега</li><li>Измеримые функции</li><li>Интеграл Лебега</li><li>Основные результаты теории</li></ul>	Опросы Зачет	Вопросы для устного опроса Вопросы к зачету
2	ПК-1 Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>способы планирования и организации исследований.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>навыками проведения научных исследований в</li></ul>			



	соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.			
--	--	--	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

### 3.2. Содержание оценочных средств

Вопросы к опросам:

1 опрос:

1. Кольца, полукольца, сигма- и дельта-кольца.
2. Кольцо, порожденное полукольцом.
3. Определение меры. Мера на полукольце.
4. Продолжение меры с полукольца на кольцо, им порожденное.
5. Верхняя, нижняя меры Жордана.
6. Множества, измеримые по Жордану.

2 опрос:

1. Множества, измеримые по Лебегу.
2. Сигма-кольцо измеримых по Лебегу множеств и дельта-кольцо измеримых по Лебегу множеств конечной меры.
3. Счетная аддитивность меры Лебега на кольце измеримых по Лебегу множеств.
4. Соотношение между мерой Жордана и мерой Лебега.
5. Измеримость сложной функции.
6. Свойства измеримых функций.

3 опрос:

1. Непрерывность счетно-аддитивной меры.
2. Сходимость почти всюду.
3. Измеримость функций, совпадающих почти всюду.
4. Следствие о сходящейся почти всюду последовательности измеримых функций.
5. Сходимость по мере.
6. Связь между равномерной сходимостью и сходимостью по мере.

4 опрос:

1. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
2. Теорема Фату.
3. Теорема Леви.
4. Следствие о суммируемости функциональных рядов.
5. Связь интеграла Римана и интеграла Лебега.

Вопросы к зачету:

Системы множеств. Мера.

1. Общее определение меры. Полукольцо. Мера на полукольце. Мера на полукольце прямоугольников.



2. Кольцо, порожденное полукольцом. Продолжение меры с полукольца на это кольцо, его свойства. Мера Жордана.
3. Верхняя и нижняя меры Жордана, их свойства.
4. Множества, измеримые по Жордану. Кольцо множеств, измеримых по Жордану, мера на нём. Мера Лебега.
5. Сигма- и дельта-кольца.
6. Верхняя мера Лебега, ее свойства.
7. Свойства симметрической разности.
8. Множества, измеримые по Лебегу. Сигма-кольцо измеримых по Лебегу множеств и дельта-кольцо измеримых по Лебегу множеств конечной меры.
9. Счетная аддитивность меры Лебега на кольце измеримых по Лебегу множеств.
10. Соотношение между мерой Жордана и мерой Лебега. Измеримые функции. Различные виды сходимости и их связь.
11. Эквивалентные определения измеримой функции. Следствия.
12. Измеримость сложной функции.
13. Свойства измеримых функций.
14. Непрерывность счетно-аддитивной меры.
15. Сходимость почти всюду. Измеримость функций, совпадающих почти всюду. Следствие о сходящейся почти всюду последовательности измеримых функций.
16. Сходимость по мере. Связь между равномерной сходимостью и сходимостью по мере.
17. Связь между сходимостью почти всюду и сходимостью по мере.
18. Сходящиеся по мере последовательности и их подпоследовательности.
19. Теорема Егорова. Интеграл Лебега.
20. Суммируемость простых функций. Корректность определения.
21. Свойства интеграла Лебега от простых функций: линейность, аддитивность, интеграл и неравенство, интегрируемость модуля.
22. Интеграл Лебега от неотрицательной функции. Лемма\*. Корректность определения.
23. Существование равномерного приближения произвольной измеримой функции простыми.
24. Свойства интеграла Лебега от неотрицательных функций: «линейность», аддитивность, интеграл и неравенство.
25. Интеграл Лебега от произвольной измеримой функции.
26. Свойства интеграла Лебега от произвольных измеримых функций: линейность, аддитивность, интеграл и неравенство, интегрируемость модуля.
27. Теорема о нулевой функции и нулевом интеграле. Следствие для функций, совпадающих почти всюду.
28. Лемма о единственности продолжения меры.
29. Замена переменной в интеграле Лебега.
30. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
31. Теорема Фату.
32. Теорема Леви.
33. Следствие о суммируемости функциональных рядов.
34. Связь интеграла Римана и интеграла Лебега.
35. Связь несобственного интеграла и интеграла Лебега.
36. Теоремы сравнения для интеграла Лебега.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 10 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 10 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за зачет – 20.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на зачёте.

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
100 – 90 баллов	76 – 89 баллов	60 – 75 баллов	0 – 59 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

##### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Не зачтено" выставляется за 59 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 60 баллов и более.

60-75 баллов Зачтено (базовый уровень);

76-89 баллов Зачтено (средний уровень);

90-100 баллов Зачтено (высокий уровень).



Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке зачтено:
  - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
  - студент способен дать полное представление об основных понятиях теории меры и интеграла Лебега использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке зачтено:
  - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
  - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
  - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины.
3. Базовый уровень соответствует оценке зачтено:
  - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем теории меры и интеграла Лебега, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
  - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке не зачтено.

