

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 17.03.2026 11:29:57 Уникальный организационный идентификатор: 03.03.03 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 03.03.03 "Радиофизика" направленности (профилю) Телекоммуникационные системы и информационные технологии ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	---	--------

## **Рабочая программа дисциплины (модуля)\***

### **Дифференциальные уравнения**

Направление подготовки (специальность)

03.03.03 Радиофизика

Направленность (профиль)

Телекоммуникационные системы и информационные технологии

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год набора 2026

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель преподавания дисциплины «Дифференциальные уравнения» состоит в приобретении студентами теоретических знаний и практических умений и навыков по теории дифференциальных уравнений, использовании их для решения прикладных задач физики, механики, вариационного исчисления.

Индикаторы достижения компетенций:

ОПК-2.1. Обладает навыками создания научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований.

ОПК-2.2. Демонстрирует умения обрабатывать и представлять экспериментальные данные, составлять научные документы и отчеты.

ОПК-2.3. Имеет практический опыт проведения научных исследований в конкретной области профессиональной деятельности.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.12

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Математический анализ

Линейная алгебра

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

Научно-исследовательская работа

Теоретическая механика

Атомная физика

Методы математической физики

Электродинамика

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОПК-2: Способен проводить экспериментальные и теоретические научные исследования объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные;**

#### Знать:

Для достижения индикаторов ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3: Знать про научные исследования в конкретной области профессиональной деятельности

#### Уметь:

Для достижения индикатора ОПК-2.2: Уметь обрабатывать и представлять экспериментальные данные, составлять научные документы и отчеты

#### Владеть:

Для достижения индикатора ОПК-2.1: Владеть навыками создания научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований.

Для достижения индикатора ОПК-2.3: Владеть навыками проведения научных исследований в конкретной области профессиональной деятельности.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

#### 3.1 Знать:

3.1.1 про научные исследования в конкретной области профессиональной деятельности

#### 3.2 Уметь:

3.2.1 обрабатывать и представлять экспериментальные данные, составлять научные документы и отчеты

#### 3.3 Владеть:



3.3.1 навыками создания научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований;

3.3.2 навыками проведения научных исследований в конкретной области профессиональной деятельности

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану: 108 в том числе: аудиторные занятия: 52 самостоятельная работа: 16,7 часов на контроль: 36 контактная работа: 55,3 ИКР: 3,3	Виды контроля в семестрах:  экзамены 3

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем.</b>			
1.1	Общие понятия /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.2	Некоторые элементарные методы интегрирования. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.3	Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и сводящиеся к ним. /Пр/	3	5	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
1.4	Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати. /Пр/	3	5	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
1.5	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. /Пр/	3	3	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
1.6	Контрольная работа №1 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
1.7	Некоторые элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка. /Ср/	3	7,1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
	<b>Раздел 2. Линейные уравнения и системы.</b>			
2.1	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.2	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.3	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногчлены. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.4	Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.5	Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.6	Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 03.03.03 "Радиофизика" направленности (профилю) Телекоммуникационные системы и информационные технологии ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
2.7	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Задача Коши. /Пр/	3	5	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
2.8	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай действительных корней. /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
2.9	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай комплексных корней. /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
2.10	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Метод вариации постоянных. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
2.11	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
2.12	Контрольная работа №2 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
2.13	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.14	Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.15	Показательная функция матрицы. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.16	Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.17	Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. /Ср/	3	0,6	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 3. Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка.</b>				
3.1	Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
3.2	Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 4. Задача Коши.</b>				
4.1	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
4.2	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
4.3	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
4.4	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6



<b>Раздел 5. Непродолжаемые решения</b>				
5.1	Непродолжаемые решения /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
5.2	Непродолжаемые решения. /Ср/	3	0,5	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 6. Автономные системы, фазовые портреты</b>				
6.1	Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
6.2	Фазовая плоскость линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
6.3	Консервативные системы. /Ср/	3	0,5	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 7. Теория устойчивости.</b>				
7.1	Теория устойчивости. Основные понятия. /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
7.2	Теория устойчивости. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 8. Уравнения в частных производных</b>				
8.1	Уравнения с частными производными первого порядка /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
8.2	Уравнения с частными производными первого порядка. /Ср/	3	1	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 9. Экзамен</b>				
9.1	/Экзамен/	3	36	Л1.1 Л1.4 Л1.2 Л1.3Л2.2Л3.2
<b>Раздел 10. Иная контактная работа</b>				
10.1	Индивидуальная консультация, текущий контроль /ИКР/	3	3,3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л1.4Л2.2 Л3.2 Э5 Э6



## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Домашняя контрольная работа  
Вопросы к экзамену

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

см. приложение

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену:

1. Определения уравнения в полных дифференциалах и интегрирующего множителя. Теорема о решении уравнения в полных дифференциалах. Следств-вие. Теорема об интегрирующем множителе.
2. Определения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о решении линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Определение уравнения Бернулли. Метод решения уравнения Бернулли. Теорема существования и единственности решения однородного уравнения.
4. Определение уравнения с разделяющимися переменными. Теорема существования и единственности решения уравнения с разделяющимися переменными.
5. Определение линейно зависимых/независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о линейной зависимости функций.
6. Определение линейно зависимых/независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о линейной независимости функций.
7. Определение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -ой степени с постоянными коэффициентами. Определение фундаментальной системы решений. Характеристический многочлен. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в случае простых корней.
8. Определение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -ой степени с постоянными коэффициентами. Определение фундаментальной системы решений. Характеристический многочлен. Лемма о смещении (формулировка). Лемма о кратных корнях (формулировка). Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.
9. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений и общее решение. Характеристический многочлен. Теорема об общем решении линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в случае простых корней.
10. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Характеристический многочлен. Формула смещения. Лемма о кратных корнях. Общее решение линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Теорема о виде частного решения в случае квазимногочленов.
12. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Теорема о виде решения в случае простых корней.
13. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Теорема о виде решения в общем случае.
14. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
15. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
16. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Формула Лиувилля.
17. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
18. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Эквивалентность уравнения и системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.
19. Теорема о неколеблющемся решении. Теорема Штурма.
20. Теорема сравнения. Теорема Кнезера.
21. Теорема существования решения задачи Коши для одного уравнения.
22. Теорема о единственности решения задачи Коши для одного уравнения. Неравенство Гронуолла.
23. Ломаные Эйлера. Метод последовательных приближений.
24. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
25. Устойчивость решения по Ляпунову. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
26. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.
27. Уравнения с частными производными первого порядка. Теорема об общем решении линейного уравнения.



#### 6.4. Критерии оценивания

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях и обсуждения домашних заданий;
- промежуточный контроль осуществляется в форме проверочных контрольных работ;
- итоговый контроль осуществляется в форме письменного экзамена в конце каждого семестра.

Набранная сумма баллов (% выполненных заданий) (макс – 100):

-Неудовлетворительно Менее 40

-Удовлетворительно 40-60

-Хорошо 61-79

-Отлично 80-100

Итоговый экзамен: проводится в присутствии преподавателя и предполагает

решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются (с весами) баллы, полученные за контрольные работы (10 максимум за каждую контрольную работу), баллы, полученные на экзамене (50 максимум). Веса могут быть определены следующим образом: для контрольных работ вес составляет 0,4, для экзамена вес – 0,5.

Полученные студентами баллы суммируются и переводятся в 10-балльную шкалу, итоговая оценка выставляется по 10-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 3 баллов – «неудовлетворительно»

От 4 до 5 баллов – «удовлетворительно»

От 6 до 7 баллов – «хорошо»

От 8 до 10 баллов – «отлично».

### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 7.1. Рекомендуемая литература

##### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Трухан А. А., Огородникова Т. В.	Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления: учебное пособие для вузов ( <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2020	ЭБС
Л1.2	Демидович Б. П., Моденов В. П.	Дифференциальные уравнения ( <a href="https://e.lanbook.com/book/195426">https://e.lanbook.com/book/195426</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л1.3	Бибиков Ю. Н.	Курс обыкновенных дифференциальных уравнений ( <a href="https://e.lanbook.com/book/210617">https://e.lanbook.com/book/210617</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

##### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Степучев В. Г.	Решение линейных дифференциальных уравнений ( <a href="https://e.lanbook.com/book/162377">https://e.lanbook.com/book/162377</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2021	ЭБС

##### 7.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л3.1	Камке Э.	Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: справочник ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454586">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454586</a> )	Москва : Наука, 1971	ЭБС
Л3.2	Алеева С. Р., Изместьев И. В., Ухоботов В. И.	Избранные главы теории дифференциальных уравнений с приложением к теории дифференциальных игр ( <a href="https://library.csu.ru/rbooks2/view2? code=local/007942/007942">https://library.csu.ru/rbooks2/view2? code=local/007942/007942</a> )	Челябинск : Издательство Челябинского государственного университета, [б. г.]	ЭБС



## 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. — Москва, 1999. — URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э2	Math-Net.Ru [Электронный ресурс]: общероссийский математический портал / Математический ин-т им. В. А. Стеклова РАН. — Москва, [б. г.]. — URL: <a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>
Э3	Moodle [Электронный ресурс]: система управления обучением: [база данных] / Челяб. гос. ун-т. — Челябинск, [б.г.]. — Доступ из сети ЧелГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. — URL: <a href="http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php">http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php</a>
Э4	Znanium.com [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система (ЭБС) / Научно-издательский центр ИНФРА-М. — Москва, 2002. — URL: <a href="http://znanium.com/">http://znanium.com/</a>
Э5	Лань [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система (ЭБС) / Издательство Лань. — Санкт-Петербург, 2010 — Доступ к полным текстам с любого компьютера, после регистрации из сети ЧелГУ. — URL: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
Э6	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО ДиректмедиаПаблицинг. — Москва, 2001 — Доступ к полным текстам с любого компьютера, после регистрации из сети ЧелГУ — URL: <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>

## 7.3 Перечень информационных технологий

### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Connect Acrobat

Adobe Reader

### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс]: база данных / Челяб. гос. ун-т. — Челябинск, 1992
2. Mathematical Reviews (MR): реферативная база данных / American Mathematical Society. — URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. — Яз. рус., англ. — Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. — Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Изучение каждой темы следует начинать с проработки соответствующего теоретического материала в учебниках или использовать собственный конспект лекций данной дисциплины. Для усвоения теоретического материала также нужно разобрать предлагаемые в лекционном курсе примеры. Только затем следует закрепить разобранный материал изучаемой темы самостоятельным решением предлагаемых домашних заданий.

Самостоятельная работа над задачами курса может, кроме основного источника, проводится по задачкам. Не стоит пренебрегать и справочной литературой. Успешное написание промежуточных контрольных работ возможно только при внимательном, всестороннем и качественном изучении тем практических занятий, предшествующих данной работе и объявленных преподавателем.

Необходимо тщательно и добросовестно изучить основную и дополнительную литературу, использовать электронные ресурсы. Активная и добросовестная, систематическая работа в течение семестра, проявление инициативы на лекционных и практических занятиях, постоянное выполнение домашних, контрольных и самостоятельных работ являются необходимым условием достаточного овладения материалом учебной дисциплины и успешного прохождения итоговой аттестации по дисциплине.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, MSOffice365, форумы, электронная почта и др.).

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.



Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

#### **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

## 1.1. Типовые контрольные задания или иные материалы

Примеры задач для промежуточного контроля (Контрольные работы № 1-3)

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 1

1.  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ ,  $y(1) = 1$ .
2.  $y' = 2 \left( \frac{y+2}{x+y-1} \right)^2$ .
3.  $(x+y)y' = 1$ ,  $y(-1) = 0$ .
4.  $xy' + y = \ln x + 1$ .
5.  $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$ .
6.  $xyy' - x^2\sqrt{y^2+1} = (x+1)(y^2+1)$ .

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 2

1.  $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = 1$ .
2.  $4y' + \frac{y}{x} = \frac{e^{-x}}{xy^3}$ .
3.  $y' + y \cos x = \sin 2x$ .
4.  $2xyy' = 3\sqrt{x^6 - y^4} + 3y^2$ ,  $y(1) = 0$ .
5.  $dx + (e^y - x)dy = 0$ .
6.  $y' = \sqrt{100x + 2 + y} - 100$ .

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 3

1.  $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}$ .
2.  $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$ ,  $y(1) = 0$ .
3.  $xy' + 2y = e^{-x^2}$ .
4.  $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$ .
5.  $\frac{y}{x}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0$ .
6.  $y^2dx + (xy - 1)dy = 0$ ,  $y\left(\frac{1}{e}\right) = e$ .

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 4

1.  $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}$ .
2.  $2x^2yy' = y^4 - y^2x$ ,  $y(-1) = 1$ .
3.  $(2x+1)y' + y = x$ .
4.  $x^2ydx + x^3dy = dx$ .
5.  $y'x \ln x + 2y = \sqrt{16y} \ln x$ .
6.  $y' = \operatorname{tg}^2(2x+y) - 2$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$ .

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 5

1.  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $y(1) = 1$ .
2.  $3x^2y^2y' = y^3(x + y^3)$ .
3.  $xy' + y(x \operatorname{tg} x + 1) = \sec x$ .
4.  $y' - xy = -y^3e^{-x^2}$ .
5.  $y \cos x dx + \sin x dy = \cos 2x dx$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ .
6.  $y' = (3x - y + 2)^2 - 1$ .

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 6

1.  $x^2y' = y(x+y)$ .
2.  $(1 - x^2y)dx + x^2(y-x)dy = 0$ .
3.  $y'x \ln x + y = 2 \ln x$ .
4.  $(1 - x^2)y' - xy = xy^2$ ,  $y(0) = 0,5$ .
5.  $y' = \frac{y+12}{x-11} - \frac{x-11}{y+12}$ ,  $y(12) = -11$ .
6.  $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$ .

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 7

1.  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$ ,  $y(1) = 0$ .
2.  $4xy^3y' \cos \frac{y^4}{x} = y^4 \cos \frac{y^4}{x} - x$ .
3.  $t^2 \frac{ds}{dt} = 2ts - 3$ ,  $s(-1) = 1$ .
4.  $xyy' - y^2 = 1$ .
5.  $(\sin x + e^y)dx + \cos x dy = 0$ .
6.  $y' = \sin^2(y-x)$ .

### Контрольная работа № 1

#### Вариант 8

1.  $y - xy' = 2(x + yy')$ .
2.  $y' = \left( \frac{x+y+2}{4+2x} \right)^2$ .
3.  $\sin t ds = \left( 4t \sin^2 \frac{t}{2} + s \right) dt$ .
4.  $3y^2y' + y^3 = x + 1$ ,  $y(1) = -1$ .
5.  $(1 + 3x^2 \sin y)dx - x \operatorname{ctg} y dy = 0$ .
6.  $xy' - 4y - x^2\sqrt{y} = 0$ .

**Контрольная работа № 2****Вариант 1**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = xe^x$ ,  $y_2 = xe^{-x}$ .
2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = 2.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2****Вариант 2**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = xe^x \cos 2x$ ,  $y_2 = e^x \sin 2x$ .
2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = -1.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2****Вариант 3**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = x^2 e^x$ ,  $y_2 = xe^x$ .
2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -6 & -2 \\ 18 & -12 & -3 \\ 18 & -9 & -6 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = -3.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2****Вариант 4**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = x^2 \cos 4x$ ,  $y_2 = 1$ .
2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = 1.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

### Контрольная работа №3

#### Вариант 1

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon \sqrt{\ln x} + xt, \quad x(0) = 1 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = 4x^2 - 2x$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 2

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{6}$$

2. Решить уравнение:

$$\dot{y}^2 \dot{y} + \dot{y}(x - y) - x = 0$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon^3 \sqrt{\ln x} + x\sqrt{t}, \quad x(0) = 1 - \sqrt[3]{\frac{2\varepsilon^2}{3}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = -e^x + 1$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 3

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{8}$$

2. Решить уравнение:  $\dot{y}^4 - \dot{y}^2 \ddot{y} = 1$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 + \varepsilon$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\ddot{x} = \cos x - \sin x$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 4

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^7}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{7}$$

2. Решить уравнение:

$$\dot{y} = (x+1)y + y^2$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \frac{\varepsilon}{x} + 2x^2t, \quad x(0) = 1 - \varepsilon$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\dot{x} = -e^{-x} + e^x$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 5

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{3}$$

2. Решить уравнение:

$$5\dot{y} + y^2 = x(\dot{y} + x)$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon \sqrt{\ln^2 x} + x \sqrt[3]{t^2}, \quad x(0) = 1 - \sqrt{\frac{9\varepsilon^5}{25}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\dot{x} = -\cos x$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 6

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^5}{x^2}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:

$$x\dot{y}^2 = 1 + y$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \varepsilon x + 2x^2t, \quad x(0) = 1 + \varepsilon^2$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость  $\dot{x} = -3^x + 1$

Задачи к экзамену по курсу «Дифференциальные уравнения», 3 семестр

Билет 1.

1.  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$
2.  $y' = \frac{2(y+2)^2}{(x+y-1)^2}$
3.  $xy' + y = \ln x + 1$
4.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^{-x}}{\sqrt{4-x^2}}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = -4x + y + \frac{1}{te^t} \end{cases}$$

Билет 2.

1.  $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}$
- 2.
3.  $y' + y \cos x = \sin 2x$
4.  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = 2y - x - 5e^t \sin t \end{cases}$$

Билет 3.

1.  $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}$
2.  $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy$
3.  $xy' + 2y = e^{-x^2}$
4.  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y + \tan^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + \tan t \end{cases}$$

Билет 4.

1.  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, y(1) = 0$
- 2.
3.  $\frac{t^2 ds}{dt} = 2ts - 3$
4.  $y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{at}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$$

Билет 5.

1.  $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}$
- 2.

3.  $(2x + 1)y' + y = x$
4.  $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = x - y \\ \dot{z} = 3x - y - 2z \end{cases}$$

Билет 6.

1.  $y - xy' = 2(x + yy')$
2.  $y' = \left(\frac{x + y + 2}{4 + 2x}\right)^2$
3.  $\sin t \, ds = \left(4t \sin^2 \frac{t}{2} + s\right) dt$
4.  $y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases}$$

Билет 7.

1.  $x^2 y' = y(x + y)$
2.  $(1 - x^2 y) dx + x^2 (y - x) dy = 0$
3.  $y' x \ln x + y = 2 \ln x$
4.  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -4x + 4y \\ \dot{z} = -2x + y + 2z \end{cases}$$

Билет 8.

1.  $xy' + y = \ln x + 1$
2.  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}, y(1) = 1$

3.  $3x^2 y^2 y' = y^3 (x + y^3)$
4.  $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z \\ \dot{y} = x + 4y - 2z \\ \dot{z} = x + 5y - 3z \end{cases}$$

Билет 9.

1.  $xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$
2.  $y' = \frac{2x + y}{x - 2y}, y(1) = 0$
3.  $(y^2 - 2x) dx + (2xy - \sin y) dy = 0$

$$4. \quad y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$$

$$5. \quad \begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

Билет 10.

$$1. \quad xy \, dx = (x^2 - y^2)dy$$

$$2. \quad y' = \frac{y - 2x}{x + 2y}, y(1) = 0$$

$$3. \quad (y - 3x^2 + 1)dx + (x + \ln y)dy = 0$$

$$4. \quad y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

$$5. \quad \begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$$

Билет 12.

$$1. \quad xy' \cos y + \sin y = \sin^2 y$$

2.

$$3. \quad xy' + x^2 + xy = y$$

$$4. \quad y'' - 2y' = \frac{1}{x} - 2 \ln(e \cdot x)$$

$$5. \quad \begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$$

Билет 13.

1.

$$2. \quad y' + y \tan x = e^x \cos x$$

$$3. \quad (xy' + y)^2 = x^2 y'$$

$$4. \quad y'' + 6y' + 9y = 36xe^{3x}$$

$$5. \quad \begin{cases} \dot{x} = -x - y + \frac{e^t}{e^t + 1} \\ \dot{y} = 2x + 2y + \frac{e^t}{e^t + 1} \end{cases}$$

Билет 14.

1.

2.

$$3. \quad \frac{y}{x} dx + (1 + \ln(xy))dy = 0, x > 0, y > 0$$

$$4. \quad y'' - y' = -\frac{x+1}{x^2}$$

$$5. \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z \\ \dot{y} = -x + z \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$$

Билет 15.

1.  $y' \cos x + y(1 + y) \sin x = 0$

2.

3.  $(y')^2 - y'e^{2x} = 0$

4.  $y'' - 4y' + 4y = 32xe^{-2x}$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 8y + \tan 4t \\ \dot{y} = 4x - 4y \end{cases}$$

Билет 16.

1.  $(4 - x - 2y)dx - 2(1 + x + 2y)dy = 0$

2.  $y' = \left(\frac{x + y + 2}{4 + 2x}\right)^2$

3.

$$y'' + 2y' + y = (x + 2)\left(\ln x + \frac{1}{x}\right)$$

