

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 04.06.2025 13:02:01 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a48169a8788b8722737	МИНИСТЕРСТВО НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Статистическое моделирование (научный семинар)" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	--	--------

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
Статистическое моделирование (научный семинар)

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Прикладная математика и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина предназначена для изучения основных результатов и методов статистического моделирования.

Цель дисциплины — изложить основные результаты и методы статистического моделирования на современном языке и в достаточно полном объеме.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенций УК1, ПК1:

УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач

УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач

ПК-1.1. Обладает знаниями о существующих математических методах и моделях, применяемые для описания систем; о классических математических методах анализа систем.

ПК-1.2. Демонстрирует умение: проводить исследование и анализ системы; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы.

ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): выполнения описания модели системы; применения математических методов при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: К.М.01.ДВ.02.01

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Математический анализ

Функциональный анализ

Теория вероятностей

Математическая статистика

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Производственная практика

Преддипломная практика

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать:

Методы поиска и синтеза информации, сущность системного подхода для решения поставленных задач в области статистического моделирования.

Уметь:

Осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач в области статистического моделирования.

Владеть:

Методами поиска, анализа и синтеза информации, техникой системного подхода для решения поставленных задач в области статистического моделирования.

ПК-1: Способен проектировать системы различного назначения и проводить их анализ

Знать:

Основы метода статистического моделирования, базовые вероятностные модели, применяемые для описания систем в области профессиональной деятельности.

Уметь:



Проводить исследование и анализ выбранной вероятностной модели объекта; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы.

Владеть:

Практическим опытом построения вероятностной модели системы; математическими методами ее обработки при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:	
3.1.1	базовые понятия теории случайных процессов. Методы моделирования многомерных распределений и реализации случайных процессов.
3.2 Уметь:	
3.2.1	модифицировать известные подходы статистического моделирования к конкретным задачам и реализовать их на ЭВМ.
3.3 Владеть:	
3.3.1	методами имитационного моделирования.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	5 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 180 в том числе : аудиторные занятия : 34 самостоятельная работа : 84,4 часов на контроль : 54 контактная работа: 41,6 ИКР: 7,6	Виды контроля в семестрах: экзамены 7

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Статистическое моделирование случайных величин			
1.1	Статистическое моделирование /Лек/	7	8	Л1.2Л2.1 Э1 Э2
1.2	Статистическое моделирование случайных величин /Ср/	7	14	Л1.2Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 2. Статистическое моделирование многомерных распределений			
2.1	Статистическое моделирование многомерных распределений /Лек/	7	2	Л1.2Л2.1 Э1
2.2	Статистическое моделирование векторных случайных величин /Ср/	7	10,4	Л1.2Л2.1 Э1
	Раздел 3. Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности			
3.1	Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности /Лек/	7	4	Л1.2Л2.1 Э1
3.2	Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности /Ср/	7	16	Л1.2Л2.1 Э1
	Раздел 4. Общие понятия теории случайных процессов			
4.1	Общие понятия теории случайных процессов /Лек/	7	4	Л1.3Л2.2 Э1
4.2	Общие понятия теории случайных процессов /Ср/	7	12	Л1.3Л2.2 Э1



	Раздел 5. Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний			
5.1	Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний /Лек/	7	2	Л1.3Л2.2 Л2.4 Э1
5.2	Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний /Ср/	7	16	Л1.3Л2.2 Л2.4 Э1
	Раздел 6. Потоки однородных событий и их свойства			
6.1	Потоки однородных событий и их свойства /Лек/	7	6	Л1.1 Э1
6.2	Потоки однородных событий и их свойства /Ср/	7	8	Л1.1 Э1
	Раздел 7. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов			
7.1	Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов /Лек/	7	8	Л1.1Л2.3 Э1
7.2	Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов /Ср/	7	8	Л1.1Л2.3 Э1
	Раздел 8. экзамен			
8.1	Экзамен /Экзамен/	7	54	Л1.1 Л1.2Л2.1
	Раздел 9. Иная контактная работа			
9.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	7	7,6	Л1.1 Л1.2Л2.1

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Семестровые (домашние) задания,
итоговый тест,
экзаменационная контрольная работа

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Пример семестрового задания. см. Приложение.
Пример тестовых заданий см. Приложение.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену,
пример экзаменационного билета см. Приложение

6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине определяется на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.

Итоговая оценка выставляется, исходя из количества баллов, набранных в течение семестра и полученных за экзамен

Начисляемые рейтинговые баллы.

(По каждой позиции указывается максимальный балл)

Домашние (семестровые) задания 3 части – 20+20+20=60 баллов

Итоговый тест - 10

Посещаемость - 10

Экзаменационная контрольная работа - 20

Итого 100 баллов

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного на практических занятиях и вынесенного на самостоятельную работу. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут

Максимальный балл за одну часть семестрового задания – 20 баллов

Максимальный балл за экзаменационную контрольную работу — 20 баллов. Этот балл складывается из баллов, полученных за каждый вопрос в билете. В билете – 2 теоретических вопроса и две задачи.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за экзамен:



0-49 баллов - неудовлетворительно (2);
50-69 баллов - удовлетворительно (3);
70-90 баллов - хорошо (4);
91-100 баллов - отлично (5).

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Кузнецов В. В.	Системы массового обслуживания: учебное пособие для вузов (https://urait.ru/bcode/556204)	Москва : Юрайт, 2024	ЭБС
Л1.2	Михайлов Г. А., Войтишек А. В.	Статистическое моделирование. Методы Монте-Карло: учебное пособие для вузов (https://urait.ru/bcode/559245)	Москва : Юрайт, 2025	ЭБС
Л1.3	Каштанов В. А., Энатская Н. Ю.	Случайные процессы: учебник и практикум для вузов (https://urait.ru/bcode/562435)	Москва : Юрайт, 2025	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Плотников А. Н.	Элементарная теория анализа и статистическое моделирование временных рядов (https://e.lanbook.com/book/179030)	Санкт-Петербург : Лань, 2021	ЭБС
Л2.2	Бородин А. Н.	Случайные процессы (https://e.lanbook.com/book/211268)	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л2.3	Головкин Н. И., Жук Т. А., Бондрова О. В.	Системы массового обслуживания с детерминированными интенсивностями входного потока и обслуживания: монография (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=710333)	Владивосток : Дальрыбвтуз, 2023	ЭБС
Л2.4	Круглов В. М.	Случайные процессы в 2 ч. Часть 1. Основы общей теории: учебник для вузов (https://urait.ru/bcode/536889)	Москва : Юрайт, 2024	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (https://elibrary.ru/defaultx.asp?) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: https://elibrary.ru . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
Э2	Справочник «Информо» (http://www.informio.ru/) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: http://www.informio.ru/ . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

LibreOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .
2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 09.01.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
3. Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/> (дата обращения: 09.01.2019). – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.



8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные занятия и самостоятельная работа. На лекционных занятиях обсуждение теоретического материала сочетается с решением задач. Студенту желательно активно участвовать в проведении аудиторных занятий, задавать вопросы, высказывать свою точку зрения по поводу обсуждаемой проблемы, задачи. Умение обосновывать свою точку зрения, нахождения компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

Важным моментом при изучении любой дисциплины является организация самостоятельной работы. Проработку теоретического материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершении темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину. При этом следует обращаться к различным источникам информации (помимо рекомендованной литературы поиск нужного материала в интернете). Желательно регулярно выполнять домашние занятия. Они могут содержать не только задачи, но и проработку нового теоретического материала.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (чат), или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, чаты, электронная почта).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с руководителем практики по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с



ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

1 часть семестрового задания**1 задание**

1. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$, $n = 0, 1, 2, \dots, 50$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=0}^{50} n \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.1;
- $\sum_{n=0}^{50} \left(\frac{n^7}{n!}\right) \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.01.

2 задание

1. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_a^b dx \int_1^\infty dy \int_{-\infty}^\infty \ln(x) \cdot e^{-xy-(yz)^2} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10$, $1 < b < 10$.

2 часть семестрового задания**Задания первой части**

1. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = \alpha e^{-t}$, где α - случайная величина, распределенная равномерно на отрезке $[-1; 1]$.

Задания второй части

1. Дан случайный процесс $X(t) = U \cos \omega_0 t + V \sin \omega_0 t$, где U, V - некоррелированные случайные величины, $M(U) = M(V) = 0$, $D(U) = D(V) = D = const$, $\omega_0 = const$. Будет ли $X(t)$ стационарным в широком смысле?

3 часть семестрового задания**Вариант 1**

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность отказа (потери заявки) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m - целые положительные числа.

Перечень вопросов к экзамену

1. Опишите мультипликативный датчик, генерирующий равномерное распределение на $[0,1]$.
2. Опишите общий алгоритм моделирования данного дискретного распределения с помощью мультипликативного датчика. Нарисуйте блок-схему алгоритма.
3. Опишите стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины с помощью мультипликативного датчика.
4. Как на базе мультипликативного датчика моделируется Γ -распределение с плотностью

$$f(x, \alpha, k) = \begin{cases} \frac{\alpha^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\alpha x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

где $k \in N$ (распределение Эрланга k -го порядка)? Ответ обосновать.

5. Опишите алгоритм метода суперпозиции моделирования случайных величин. Как смоделировать распределение с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, & 0 \leq x \leq 1, a_n \geq 0 \\ 0, & x \notin [0,1] \end{cases}$$

с использованием порядковых статистик? Составьте блок-схему алгоритма.

6. Опишите алгоритм метода исключения моделирования случайных величин. На каких теоремах он базируется?
7. Как моделируется стандартное нормальное распределение на базе центральной предельной теоремы? Практические рекомендации.
8. Моделирование χ^2 распределения с $2n$ степенями свободы ($n \in N$) с помощью мультипликативного датчика.
9. Свойства изотропных случайных векторов и их использование при статистическом моделировании n независимых, нормально распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.
10. Доказать, что если α_1 и α_2 – независимые случайные величины, равномерно распределенные на $[0,1]$, то $\eta_1 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \cos 2\pi \alpha_2$, $\eta_2 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \sin 2\pi \alpha_2$ – независимые случайные величины со стандартным нормальным законом распределения.
11. Стандартный метод моделирования случайных векторов и метод исключения.
12. Моделирование невырожденного многомерного нормального закона.
13. Определение случайного процесса, его конечномерных распределений. Числовые характеристики случайного процесса: математическое ожидание, дисперсия, ковариационная и автокорреляционная функции, их свойства. Гауссовские случайные процессы. Временные ряды.
14. Метод Монте-Карло для вычисления интегралов и среднего времени безотказной работы схем, состоящих из большого числа элементов.
15. Статистическое моделирование потоков Пальма, простейшего потока и потоков Эрланга.
16. Общие понятия теории случайных процессов.
17. Случайные процессы с марковским свойством, непрерывным временем и конечным числом состояний, переходные вероятности. Что означает однородность по времени таких процессов, сепарабельность и стохастическая непрерывность? Уравнения Колмогорова-Чепмена.
18. Теорема о существовании плотностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния для однородного марковского процесса с конечным числом состояний, сепарабельного и стохастически непрерывного.
19. Прямая и обратная системы Колмогорова.
20. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний и система уравнений для стационарного распределения вероятностей состояний. Формулировка эргодической теоремы.
21. Что такое поток однородных событий? Какой случайный процесс обычно связывают с потоком однородных событий? Определение основных свойств потоков событий: а) стационарность; б) ординарность; в) отсутствие последействия; г) ограниченное последействие. Как определяется интенсивность потока?
22. Определение пуассоновского потока. Простейший поток событий и вывод для него формул для вероятностей появления k событий за время t . Какой закон распределения вероятностей времени между

двумя последовательными событиями простейшего потока?

23. Поток Пальма и Эрланга. Объясните, почему “поток Эрланга можно получить просеиванием” простейшего потока событий и как? В каком случае поток Пальма будет потоком с последствием?

24. Для системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов, у которой входящий поток заявок простейший, а время обслуживания каналом заявки имеет показательное распределение, найти: а) плотность вероятностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния; б) стационарное распределение вероятностей состояний системы; в) операционные характеристики для стационарного режима (средняя длина очереди, среднее время ожидания в очереди, вероятность отказа, вероятность, что заявка будет стоять в очереди, доля времени простоя обслуживающей системы, среднее число занятых каналов).

Примеры билета для экзаменационной контрольной работы

Пример экзаменационного билета.

1. Прямая и обратная системы Колмогорова.

2. Вычислить интеграл методом Монте-Карло:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} |\sin x| dx$$

3. Платная стоянка для автомобилей имеет 40 мест. Считается, что поток автомашин, прибывающих на стоянку – простейший с интенсивностью 15 авт./час. Известно, что время пребывания автомобиля на стоянке распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{-x}$, $x > 0$, средним 3 часа. Оплата почасовая: 15 руб/час.

Определить среднюю выручку владельца за одну неделю.

4. Вычислить интеграл методом Монте-Карло

$$\iint_B \sin(x) \cos(y) dx dy, \text{ где область } B \text{ - единичный круг с центром в начале координат.}$$

Тест по дисциплине «Статистическое моделирование»

Вариант № 2

1. Как определяются значения мультипликативного датчика и для чего он предназначен?
2. Как с помощью мультипликативного датчика моделируется распределение Эрланга порядка 2 с параметром 2? Чему равны среднее значение и дисперсия этого распределения?
3. Изобразить блок-схему алгоритма реализации на ЭВМ значений геометрического распределения с вероятностью успеха 0.8. Чему равно среднее значение этого распределения?
4. Как реализовать на ЭВМ равномерное распределение на прямоугольнике $[a,b] \times [c,d]$?
5. Какой временной ряд называется стационарным? Привести примеры стационарного и нестационарного временных рядов.
6. Что означает эргодичность стационарного случайного процесса по отношению к автоковариационной функции? Достаточное условие такой эргодичности.
7. Как зная автоковариационную функцию стационарного случайного процесса найти его спектральную плотность? Физический смысл спектральной плотности.
8. Как формулируется марковское свойство для случайного процесса с непрерывным временем и конечным числом состояний? Что означает однородность такого процесса?
9. Описать два способа моделирования на ЭВМ простейшего пуассоновского потока с интенсивностью 2.
10. Как через стационарное распределение вероятностей состояний СМО с ограниченной очередью вычисляются следующие операционные характеристики СМО:
 - a) доля времени простоя;
 - b) средняя очередь;
 - c) вероятность потери заявки.

