

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 08.04.2026 16:55:16 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323	Рабочая программа дисциплины "Преобразование Лапласа векторнозначных функций" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)\***  
**Преобразование Лапласа векторнозначных функций**

Направление подготовки (специальность)

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

Уравнения с дробными производными

Присваиваемая квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью курса "Преобразование Лапласа векторнозначных функций" является изучение основных методов, идей и подходов к анализу и применению преобразования Лапласа к векторнозначным функциям, которое является мощным инструментом в решении широкого круга задач, связанных с дифференциальными уравнениями и анализом динамических систем.

Задачами изучения дисциплины являются:

- Изучение определения и свойств преобразования Лапласа, включая область сходимости, обратное преобразование Лапласа, и связь с другими интегральными преобразованиями. Введение в понятия векторнозначных функций и их специфических свойств.
- Освоение аналитических методов вычисления преобразования Лапласа для различных классов векторнозначных функций, а также методов решения задач Коши для линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
- Формирование у студентов понимания места и роли преобразования Лапласа в математическом анализе, а также его связи с теорией функций комплексной переменной и функциональным анализом.
- Демонстрация того, как преобразование Лапласа используется для анализа и решения задач в различных областях, включая теорию управления, электротехнику, механику и другие прикладные науки. Особое внимание уделяется применению преобразования Лапласа к анализу линейных динамических систем.
- Развитие умения строить математические модели, основанные на дифференциальных уравнениях, и применять преобразование Лапласа для анализа этих моделей.
- Стимулирование способности ориентироваться в современных достижениях, связанных с применением преобразования Лапласа, включая новейшие результаты и подходы, а также расширение знаний для решения практических математических задач на современном уровне.
- Содействие развитию математической культуры, позволяющей будущим специалистам самостоятельно осваивать новые математические методы и эффективно применять их для решения сложных и актуальных задач в различных предметных областях.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ПК-1.1 Демонстрирует знание основных теоретических положений и методов в области проводимых научных исследований

ПК-1.2. Демонстрирует умения сбора и анализа информации по тематике проводимых исследований

ПК-1.3. Имеет практический опыт установления новых фактов и закономерностей в области научных исследований

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.В.01

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Комплексный анализ».

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по данной дисциплине могут быть полезны для научно-исследовательской работы студентов.

Методы решения дифференциальных уравнений

Численные методы решения дробных дифференциальных уравнений

Производственная практика (научно-педагогическая практика)

Производственная практика (преддипломная практика)

Производственная практика (научно-исследовательская работа)

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ПК-1: Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений**

**Знать:**

основные теоретические положения и методы, относящихся к преобразованию Лапласа векторнозначных функций, включая их применение в различных областях математики и ее приложениях, в контексте проводимых научных



Рабочая программа дисциплины "Преобразование Лапласа векторнозначных функций" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

исследований.

**Уметь:**

эффективно собирать, систематизировать и анализировать информацию из научных публикаций, монографий, статей и других источников по тематике преобразования Лапласа векторнозначных функций.

**Владеть:**

навыками проведения самостоятельных научных исследований в области преобразования Лапласа векторнозначных функций, включая постановку исследовательских задач, формулирование гипотез, построение доказательств, проведение вычислительных экспериментов и интерпретацию полученных результатов.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	основные теоретические положения и методы, относящихся к преобразованию Лапласа векторнозначных функций, включая их применение в различных областях математики и ее приложениях, в контексте проводимых научных исследований.
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	эффективно собирать, систематизировать и анализировать информацию из научных публикаций, монографий, статей и других источников по тематике преобразования Лапласа векторнозначных функций.
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	проведения самостоятельных научных исследований в области преобразования Лапласа векторнозначных функций, включая постановку исследовательских задач, формулирование гипотез, построение доказательств, проведение вычислительных экспериментов и интерпретацию полученных результатов.

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 108	Виды контроля в семестрах: зачеты 1
в том числе :	
аудиторные занятия : 34	
самостоятельная работа : 73,8	
: контактная работа: 34,2 ИКР: 0,2	

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Интеграл Лапласа</b>			
1.1	Интеграл Бохнера /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.2	Условие Радона - Никодима /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.3	Свертки /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.4	Существование интеграла Лапласа /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.5	Аналитическое поведение /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3



1.6	Интеграл Римана - Стильтьеса /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
1.7	Выполнение домашних работ, подготовка к контрольным работам. Подготовка к зачету. /Ср/	1	36,9	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 2. Преобразование Лапласа</b>				
2.1	Теорема о действительном представлении /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
2.2	Действительное и комплексное обращение /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
2.3	Преобразования экспоненциально ограниченных функций /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
2.4	Комплексные условия /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
2.5	Преобразования Лапласа голоморфных функций /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
2.6	Полностью монотонные функции /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
2.7	Выполнение домашних работ, подготовка к контрольным работам. Подготовка к зачету. /Ср/	1	36,9	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 3. Иная контактная работа</b>				
3.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	1	0,2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Доклад
2. Вопросы к зачету

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Темы докладов:

1. Лапласиан с граничными условиями Дирихле
2. Неоднородные граничные условия
3. Асимптотическое поведение
4. Волновое уравнение
5. Возмущение самосопряженных операторов
6. Волновое уравнение в  $L_2(\Omega)$
7. Трансляционно-инвариантные операторы в  $L_p(\mathbb{R}^n)$
8. Множители Фурье
9.  $L_p$ -спектры и интегрированные полугруппы
10. Системы дифференциальных операторов в  $L_p$ -пространствах

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету:

1. Интеграл Бохнера
2. Свойство Радона - Никодима
3. Свертки
4. Операторные свойства



5. Единственность, аппроксимация и обращение
6. Преобразование Фурье и теорема Планшереля
7. Интеграл Римана-Стилтьеса
8. Интегралы Лапласа-Стилтьеса
9. Представление Рисса-Стилтьеса
10. Теорема о действительном представлении
11. Действительное и комплексное преобразования
12. Преобразования экспоненциально ограниченных функций
13. Преобразования Лапласа голоморфных функций
14. Полностью монотонные функции

#### 6.4. Критерии оценивания

Критерий выставления зачета:

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 3 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 3 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 2 баллами, допущены две ошибки – 1 балл. Если допущено более двух ошибок в задании или студент не выполнил какое-либо задание из билета, то за него он получает 0 баллов. Максимальное количество баллов за зачет – 6.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "не зачтено" выставляется за 19 и менее баллов;

Оценка "зачтено" выставляется за 20 и более баллов:

20-26 баллов (уровень 1);

27-30 баллов (уровень 2);

31-36 баллов (уровень 3).

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для доклада:

В семестре 3 доклада. На доклад отводится 15-20 минут в конце пары (каждую пару 1 доклад). Каждый студент готовит доклад по одной из предложенных тем. Максимальное количество баллов за доклады - 30.

Оценка "зачтено" выставляется за 20-30 баллов, "не зачтено" - менее 20 баллов.

Полнота доклада оценивается по следующим критериям:

1. Полнота изложения теоретического материала
2. Достаточное количество примеров к теоретическому материалу
3. Приведены примеры к определениям и теоремам
4. Приведены контрпримеры, демонстрирующие при каких условиях не применимы теоремы.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Кириллов К.А., Кириллова С.В., Кытманов А.А.	Функциональный анализ: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=432928">https://znanium.com/catalog/document?id=432928</a> )	Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2022	ЭБС
Л1.2	Филиппов В. В., Лузянин С. Е., Мицук С. В.	Методы решений уравнений Лапласа и Пуассона применительно к электродинамике полупроводников: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=714490">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=714490</a> )	Липецк : Липецкий государственный педагогический университет им. П.П. Семенова- Тян-Шанского, 2023	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
--	---------	----------	---------------	--------



	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Деч Г., Вольперт Г. А.	Руководство к практическому применению преобразования Лапласа: практическое пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=116183">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=116183</a> )	Москва : Наука, 1965	ЭБС
Л2.2	Осадчий Ю.М.	Функции комплексного переменного. Операционное исчисление: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=344077">https://znanium.com/catalog/document?id=344077</a> )	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019	ЭБС
Л2.3	Кутузов А. С.	Введение в функциональный анализ: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=571413">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=571413</a> )	Москва, Берлин : Директ-Медиа, 2020	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт <a href="http://www.rfbr.ru/rffi/ru">http://www.rfbr.ru/rffi/ru</a>
Э3	Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий PAE <a href="https://www.monographies.ru/">https://www.monographies.ru/</a>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
2. SpringerLink Международная реферативная база данных научных изданий (<https://www.springer.com>)

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: доска, парты, мультимедийное и аудиооборудование.

Для семинарских занятий используются аудитории оснащенные обычной доской, партами, переносным мультимедийным и аудиооборудованием (в случае необходимости).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются семинарские (практические) занятия и самостоятельная работа студента. На практических занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и подходы.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал, с указанием даты проведения занятия и темы;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной



работы посредством электронной почты, социальных сетей и т.п.  
Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.  
При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.  
Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

#### **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.



## **WORKING PROGRAM OF THE COURSE (MODULE)\***

### Laplace Transform of Vector-Valued Functions

Scientific specialty

01.04.01 Mathematics

Direction

Fractional Differential Equations

Degree

Master’s

Mode of study

Full-time

Enrollment Year 2026

\* The work program of the course (module) is adapted for inclusive education of disabled people and people with disabilities

Chelyabinsk, 2026



## Table of Contents

1. Goals of mastering the course
2. Place of the course in the structure of the educational program
3. Competencies of the student, formed as a result of mastering the course (module)
4. Scope of the course (module)
5. Structure and content of the course (module)
6. Fund of assessment means
  - 6.1 List of types of assessment tools
  - 6.2 Typical control tasks and other materials for current certification
  - 6.3. Typical control questions and assignments for interim certification
  - 6.4. Evaluation Criteria
7. Educational, methodical and informational support of the course (module)
  - 7.1 Recommended literature
  - 7.2 List of resources of information and telecommunication network “Internet”
  - 7.3. List of information technologies
8. Material and technical support of the course (module)
9. Methodical instructions for students to master the course (module)
10. Special conditions for mastering the course of students with disabilities and disabilities



### 1. GOALS OF MASTERING THE COURSE

The purpose of the course "Laplace Transform of vector-valued functions" is to study the basic methods, ideas and approaches to the analysis and application of the Laplace transform to vector-valued functions, which is a powerful tool in solving a wide range of problems related to differential equations and dynamical systems analysis.

The goals of the course include:

- The study of the definition and properties of the Laplace transform, including the convergence domain, the inverse Laplace transform, and the relationship to other integral transformations. An introduction to the concepts of vector-valued functions and their specific properties.
- Mastering analytical methods for calculating the Laplace transform for various classes of vector-valued functions, as well as methods for solving Cauchy problems for linear differential equations with constant coefficients.
- Formation of students' understanding of the place and role of the Laplace transform in mathematical analysis, as well as its connection with the theory of functions of a complex variable and functional analysis.
- A demonstration of how the Laplace transform is used to analyze and solve problems in various fields, including control theory, electrical engineering, mechanics, and other applied sciences. Special attention is paid to the application of the Laplace transform to the analysis of linear dynamical systems.
- Developing the ability to build mathematical models based on differential equations and apply the Laplace transform to analyze these models.
- Stimulating the ability to navigate modern advances related to the application of the Laplace transform, including the latest results and approaches, as well as expanding knowledge to solve practical mathematical problems at a modern level.
- To promote the development of a mathematical culture that allows future specialists to independently master new mathematical methods and effectively apply them to solve complex and urgent problems in various subject areas.

The results of training in the course are aimed at achieving the following indicators:

PC-1.1 Demonstrates knowledge of the basic theoretical principles and methods in the field of scientific research

PC-1.2. Demonstrates the ability to collect and analyze information on the subject of ongoing research

PC-1.3. Has practical experience in establishing new facts and patterns in the field of scientific research

### 2. PLACE OF THE COURSE IN THE STRUCTURE OF THE EDUCATIONAL PROGRAM

Cycle (section) curriculum: P1.E.01

#### 2.1 Requirements for the student's pre-training:

To successfully master the discipline, knowledge of the disciplines "Mathematical Analysis", "Linear Algebra", "Differential equations", "Functional Analysis", "Complex Analysis" is required.

#### 2.2 Courses and practices for which the development of this course (module) is necessary as a precursor:

Knowledge of this discipline can be useful for students' research work.

Methods for solving differential equations

Numerical methods for solving fractional differential equations

Work Experience Internship (Research Work)

Work Experience Internship (Pre-graduation Practical Training)

Work Experience Internship (Educational Research Internship)

### 3. COMPETENCIES OF THE STUDENT, FORMED AS A RESULT OF MASTERING THE COURSE (MODULE)

**PC-1: Able to carry out research work in the field of differential equations**

#### Know:

the main theoretical principles and methods related to the Laplace transformation of vector-valued functions, including their application in various fields of mathematics and its applications, in the context of ongoing scientific research.



Work program of the course (module) "Laplace Transform of Vector-Valued Functions" in the scientific specialty 01.04.01 "Mathematics" direction "Fractional Differential Equations" FSBEI HE "CSU"

pp. 4

**Be able to:**

effectively collect, systematize and analyze information from scientific publications, monographs, articles and other sources on the subject of the Laplace transform of vector-valued functions.

**Possess:**

the skills of conducting independent scientific research in the field of the Laplace transform of vector-valued functions, including setting research tasks, formulating hypotheses, constructing evidence, conducting computational experiments and interpreting the results obtained.

**As a result of mastering the course, the student must**

<b>3.1 Know:</b>	
3.1.1	the main theoretical principles and methods related to the Laplace transformation of vector-valued functions, including their application in various fields of mathematics and its applications, in the context of ongoing scientific research.
<b>3.2 Be able to:</b>	
3.2.1	effectively collect, systematize and analyze information from scientific publications, monographs, articles and other sources on the subject of the Laplace transform of vector-valued functions.
<b>3.3 Possess:</b>	
3.3.1	the skills of conducting independent scientific research in the field of the Laplace transform of vector-valued functions, including setting research tasks, formulating hypotheses, constructing evidence, conducting computational experiments and interpreting the results obtained.

**4. SCOPE OF THE COURSE (MODULE)**

Total labor intensity	<b>3 Credit</b>
Curriculum hours: 108 including: classroom training: 34 independent work: 73,8 contact work: 34,2 OCW: 0,2	Types of control in semesters:  credit 1

**5. STRUCTURE AND CONTENT OF THE COURSE (MODULE)**

Class code	Name of sections and topics /type of lesson/	Semester / Course	Hours	Literature
	<b>Section 1. The Laplace integral</b>			
1.1	The Bochner Integral /Pr/	1	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.2	Radon - Nicodemus Condition / Pr/	1	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.3	Convolutions /Pr/	1	4	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.4	The existence of the Laplace integral/Pr/	1	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3



Work program of the course (module) "Laplace Transform of Vector-Valued Functions" in the scientific specialty 01.04.01  
 "Mathematics" direction "Fractional Differential Equations" FSBEI HE "CSU"

pp. 5

1.5	Analytical behavior /Pr/	1	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.6	Riemann-Stieltjes Integral /Pr/	1	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
1.7	Doing homework, preparing for exams. Preparation for the credit. /IndW/	1	36,9	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
<b>Section 2. The Laplace transform</b>				
2.1	The Real Representation Theorem /Pr/	1	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
2.2	Valid and comprehensive treatment /Pr/	1	4	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
2.3	Transformations of exponentially bounded functions /Pr/	1	2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
2.4	Complex conditions /Pr/	1	4	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
2.5	Laplace transformations of holomorphic functions /Pr/	1	4	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
2.6	Completely monotonous functions /Pr/	1	4	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
2.7	Doing homework, preparing for exams. Preparation for the credit. /IndW/	1	36,9	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3
<b>Section 3. Other contact work</b>				
3.1	Individual consultations, ongoing monitoring /OCW/	1	0,2	L1.1 L1.2 L1.3L2.1 L2.2 L2.3 W1 W2 W3

## 6. FUND OF ASSESSMENT MEANS

### 6.1. List of types of assessment tools

1. Report
2. Questions for credit

### 6.2. Typical control tasks and other materials for current certification

- Topics of the reports:
1. Laplacian with Dirichlet boundary conditions
  2. Heterogeneous boundary conditions
  3. Asymptotic behavior



4. The wave equation
5. Perturbation of self-adjoint operators
6. The wave equation in  $L_2(\Omega)$
7. Translationally invariant operators in  $L_p(\mathbb{R}^n)$
8. Fourier multipliers
9.  $L_p$  spectra and integrated semigroups
10. Systems of differential operators in  $L_p$  spaces

### 6.3. Typical control questions and assignments for interim certification

Questions for the credit:

1. The Bochner integral
2. Radon- Nicodemus property
3. Convolutions
4. Operator properties
5. Uniqueness, approximation and reversal
6. Fourier transform and Plancherel's theorem
7. The Riemann-Stieltjes integral
8. Laplace-Stieltjes integrals
9. The Riesz-Stieltjes representation
10. The real representation Theorem
11. Real and complex transformations
12. Transformations of exponentially bounded functions
13. Laplace transformations of holomorphic functions
14. Completely monotonous functions

### 6.4. Evaluation criteria

Scoring criterion:

The duration of the credit is 90 minutes. The student can receive from 1 to 3 points for each completed task of the ticket. If the task is performed correctly, it is evaluated with 3 points. If the task is performed with mistakes, the points are reduced depending on the number of mistakes made. If one mistake is made, the building is evaluated with 2 points, if two mistakes are made, the building is evaluated with 1 point. If more than two mistakes are made in a task or the student has not completed any task from the ticket, he/she receives 0 points for it. The maximum number of points for credit is 6.

When summarizing the results, the results of current attestation are taken into account. The points received for the current certification are summarized with the points received for each stage during the intermediate certification:

A grade of “fail” is awarded for 19 or fewer points;

A grade of “pass” is awarded for 20 or more points:

20-26 points (level 1);

27-30 points (level 2);

31-36 points (level 3).

Description of indicators and criteria for assessing competencies for the report:

There are 3 reports in the semester. 15-20 minutes are allocated for the report at the end of the pair (each pair 1 report). Each student prepares a report on one of the proposed topics. The maximum number of points for the reports is 30.

The grade “pass” is given for 20-30 points, “fail” - less than 20 points.

The completeness of the report is evaluated by the following criteria:

1. Completeness of presentation of theoretical material
2. Sufficient number of examples to the theoretical material
3. Examples are given for definitions and theorems
4. Counterexamples are given to show under what conditions the theorems do not apply.

## 7. EDUCATIONAL, METHODOLOGICAL AND INFORMATIONAL SUPPORT OF THE COURSE

### 7.1. Recommended literature

#### 7.1.1. Basic literature

Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
--------------------	-------	-----------------	----------



	Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
L1.1	Filippov V. V., Luzyanin S. E., Mitsuk S. V.	Methods for solving the Laplace and Poisson equations in relation to semiconductor electrodynamics: a textbook ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=714490">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=714490</a> )	Lipetsk : Lipetsk State Pedagogical University named after P.P. Semenov-Tyan-Shansky, 2023	ELS
L1.2	Kirillov K.A., Kirillova S.V., Kytmanov A.A.	Functional Analysis: a textbook ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=432928">https://znanium.com/catalog/document?id=432928</a> )	Krasnoyarsk : Siberian Federal University, 2022	ELS
L1.3	Starovoitov V. N.	Functional analysis. The Lebesgue measure and integral: a textbook for universities ( <a href="https://urait.ru/bcode/557431">https://urait.ru/bcode/557431</a> )	Moscow : Yurait, 2024	ELS

#### 7.1.2. Further reading

	Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
L2.1	Dech G., Volpert G. A.	A guide to the practical application of the Laplace transform: a practical guide ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=116183">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=116183</a> )	Moscow : Nauka Publ., 1965	ELS
L2.2	Kutuzov A. S.	Introduction to Functional Analysis: a textbook ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=571413">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=571413</a> )	Moscow, Berlin : Direct-Media, 2020	ELS
L2.3	Osadchy Yu.M.	Functions of a complex variable. Operational Calculus: a study guide ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=344077">https://znanium.com/catalog/document?id=344077</a> )	Moscow : Scientific Publishing Center INFRA- M, LLC, 2019	ELS

#### 7.2. List of resources of the information and telecommunication network “Internet”

W1	eLIBRARY.RU [Electronic resource] : electronic library / Scientific Electronic Library - URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
W2	Russian Foundation for Basic Research (RFBR) - official website <a href="http://www.rfbr.ru/rffi/ru">http://www.rfbr.ru/rffi/ru</a>
W3	Scientific electronic library. Monographs published in the publishing house of the Russian Academy of Natural Sciences full-text resource of scientific and educational publications RAE <a href="https://www.monographies.ru/">https://www.monographies.ru/</a>

#### 7.3 List of information technologies

##### 7.3.1 Software

LMS Moodle

Adobe Reader

##### 7.3.2 Professional databases and reference systems

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : multidisciplinary abstract database / Thomson Reuters Company. - Access mode: for registered users of CSU. - Text : electronic.

2. SpringerLink International Abstract Database of Scientific Publications (<https://www.springer.com>)

## 8. MATERIAL AND TECHNICAL SUPPORT OF THE COURSE (MODULE)

For the realization of the course are used classrooms for seminars, group and individual consultations, current control and interim certification, as well as rooms for independent work.

The classrooms are equipped with specialized furniture and technical means of education: blackboard, desks, multimedia and audio equipment.



For seminars, classrooms equipped with a blackboard, desks, portable multimedia and audio equipment (if necessary) are used.

The rooms for independent work of students are equipped with computer equipment with Internet connection and access to the electronic information and educational environment of the University.

## **9. METHODOICAL INSTRUCTIONS FOR STUDENTS TO MASTER THE COURSE (MODULE)**

Seminar (practical) classes and independent work of the student are used in the study of this course. At practical classes the main content of the program topics is presented, the main methods and approaches are considered.

For the most effective study of the course the student is recommended:

- attend classes, briefly and thoughtfully outline the material, indicating the date of the class and the topic;
- independently study the material both after each lesson and at the end of the topic, which allows you to link the information received and make a complete picture.

In the case of application of e-learning, distance learning technologies in teaching the course, communication between students and teacher is carried out in real time (online lectures (webinars), chats, video conferences, etc.) or delayed time (distance learning system Moodle, forums, e-mail, etc.).

Most of the time students work independently with teaching and learning materials. Students have the opportunity to consult with the instructor on all issues arising in the course of independent work through e-mail, social networks, etc.

Access of the student to learning resources in the mode of deferred time, independent work is carried out through the Internet at a convenient place, time and pace.

When training persons with disabilities, e-learning, distance education technologies provide for the possibility of receiving and transmitting information in accessible forms.

Implementation of the course with the use of e-learning, distance education technologies (hereinafter - EE, DOT) is carried out on the basis of the "Regulations on the implementation of basic and additional educational programs with the use of e-learning and distance education technologies in the federal state budgetary educational institution of higher education 'Chelyabinsk State University', "Regulations on the procedure for crediting students on basic professional educational programs of higher education In exceptional cases (force majeure, etc.) in the implementation of educational activities with the use of E-Learning, DOT may apply components that are not included in the list of electronic information and educational environment.

## **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

The mastering of the course by disabled persons and persons with disabilities is carried out with the use of special technical means and holo-information technologies provided by the Resource Educational and Methodological Center for Education of Disabled Persons and Persons with Disabilities of CSU at the request of the student.

1. Mobile special technical means for persons with visual impairments: portable computer with Braille input/output with speech synthesizer "EIBraile-W14J G2"; laptops with NVDA screen access software; electronic magnifiers for remote viewing; portable video magnifiers; tiflo player; digital dictaphones.

2. Mobile special technical means for persons with hearing impairments: free sound field system with built-in compatibility with FM devices; radio class "Sonet-RSM" with transmitter, behind-the-ear inductor and induction loop; information system for the hearing impaired portable "Istok" A2 with built-in player - sound informer; document camera; programmable hearing aids for individual use.

3. assistive information technologies: screen access software with speech synthesis NVDA; screen magnification programs; speech synthesis programs for computers and laptops; speech synthesis programs for mobile devices; on-screen keyboard; screen magnifier.

If necessary, special software (NVDA speech navigation program, speech synthesizers, screen magnifiers) is installed at workplaces for practical or laboratory classes for students with visual impairments.

Unimpeded access to classrooms is provided for students with disabilities and students with disabilities. In each classroom, where students with disabilities and persons with disabilities, provides an appropriate number of seats for students, taking into account their health problems.

To master the course, disabled people and persons with disabilities are provided with access to printed sources available in the CSU scientific library, with the help of special technical means; access to electronic sources, presented in the form of electronic documents in the collection of the CSU scientific library or electronic library systems, with the help of special hardware and software (workstation for blind users with screen access software with speech synthesis NVDA, workstation with computerized

Educational and methodical materials for students with disabilities and persons with disabilities are provided in forms adapted to the limitations of their health and perception of information:



For persons with visual impairments:

- in printed form in enlarged font,
- in the form of an electronic document,
- in the form of an audio file,
- in printed form in Braille.

For persons with hearing impairments:

- in printed form,
- in the form of an electronic document.

For persons with mobility impairments:

- In printed form,
- in the form of an electronic document,
- in the form of an audio file.

This list can be specified depending on the contingent of students.

For persons with disabilities and persons with disabilities mastering the course can be partially or fully implemented using distance education technologies (Moodle, Adobe Connect Pro, etc.).

In the mastering of the course by disabled people and persons with disabilities is used individual work. Individual work means two forms of interaction with the teacher: individual training work (consultations), i.e. additional explanation of the educational material and in-depth study of the material with those students who are interested in it, and individual educational work. Individual consultations are aimed at individualizing learning and establishing educational contact between the teacher and a disabled student or a student with disabilities.

When conducting the procedure for assessing the learning outcomes of disabled people and persons with disabilities in the course provides the following additional requirements depending on the individual characteristics of students:

- a) instruction on the order of the assessment procedure is provided in an accessible form (orally, in written form, in written form in Braille, orally with the use of sign language interpreter);
- b) accessible form of providing assessment tasks (in printed form, in printed form in enlarged font, in printed form in Braille, in the form of an electronic document, tasks are read out by an assistant, tasks are provided with the use of sign language interpreter);
- c) an accessible form of providing answers to tasks (in writing on paper, typing answers on a computer, in writing in Braille, using the services of an assistant, orally).

When conducting the procedure for evaluating the learning outcomes of persons with disabilities and persons with disabilities, the use of technical means necessary for them due to their individual characteristics is envisaged. These means may be provided by CSU or the university's own technical means may be used. If necessary, persons with disabilities and persons with disabilities are given additional time to prepare an answer to the tasks, the procedure of assessment of learning outcomes in the course can be conducted in several stages.

The procedure of assessment of learning outcomes for persons with disabilities and persons with disabilities is allowed using distance learning technologies.

