

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 04.06.2025 13:02:01 Уникальный программный код: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b87237237	Рабочая программа дисциплины "Динамические модели экономических процессов" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)\***  
**Динамические модели экономических процессов**

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Прикладная математика и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год набора 2025

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование у студентов навыков анализа экономических объектов и процессов на основе применения математических методов и построения математических моделей. Изучение дисциплины направлено на развитие следующих индикаторов УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач  
УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач**

#### Знать:

Для достижения УК-1.2:

Знать, как используется критический анализ, систематизация и обобщение информации для решения поставленных задач

#### Уметь:

#### Владеть:

Для достижения УК-1.2:

Навыками использования критического анализа, систематизации и обобщения информации для решения поставленных задач

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	Основные принципы приобретения новых знаний и умений (в том числе с помощью информационных технологий);
3.1.2	Основные подходы к разработке аналитических обзоров состояния в области экономико-математического моделирования;
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	Использовать полученные теоретические знания в самостоятельных исследованиях;
3.2.2	Разрабатывать аналитические обзоры в области экономико-математического моделирования;
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	Получения и использования новых знаний и умений в научной, производственной и социально-общественной сферах деятельности;
3.3.2	Подготовки аналитических обзоров в области экономико-математического моделирования.



#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	1 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 36 в том числе : аудиторные занятия : 16 самостоятельная работа : 18,3 : контактная работа: 17,7 ИКР: 1,7	Виды контроля в семестрах:  зачеты 6

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Кварт	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Математические модели в экономике</b>			
1.1	Основные математические понятия в экономике и управлении /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5
1.2	Современное состояние экономико-математического моделирования и его основные этапы /Пр/	6	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5
	<b>Раздел 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ</b>			
2.1	Модель динамики промышленного предприятия с участием внешних инвестиций как формы государственной поддержки /Пр/	6	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5
2.2	Модель динамики промышленного предприятия с нелинейными производственными функциями /Пр/	6	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5
2.3	Модель промышленного предприятия, привлекающего единовременный кредитный ресурс при условии равномерного погашения долга /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5
2.4	Обобщенная динамическая модель анализа стратегий развития предприятия с использованием финансовых инструментов и комбинированных схем финансирования /Ср/	6	4,3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5
	<b>Раздел 3. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ</b>			
3.1	Эффективность рекламы /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.2	Спрос и предложение /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.3	Модель естественного роста выпуска /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.4	Рост выпуска в условиях конкуренции /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.5	Модель рынка с прогнозируемыми ценами /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.6	Динамическая модель Кейнса /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.7	Неоклассическая модель роста /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
	<b>Раздел 4. Иная контактная работа</b>			
4.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	6	1,7	Л1.1 Л1.2



## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Фонд оценочных средств представляет собой комплекс домашних заданий, контрольных работ, содержащих задания и вопросы для контроля знаний, позволяющие оценить регулярную работу студента, направленную на формирование компетенций и достижение планируемых результатов обучения. Тематика контрольных работ: «Производственные функции и их свойства», «Модели ценообразования рыночной экономики», «Задачи оптимизации производства», «Модели межотраслевого баланса», «Модели экономического роста».

Для проведения текущего контроля успеваемости, самоконтроля знаний студентов и промежуточной аттестации используются следующие оценочные средства:

- 1) задачи для самостоятельного решения (домашние задания);
- 2) контрольные работы;
- 3) вопросы для оценки качества освоения дисциплины

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Представлены в приложении

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы для зачета

1. Понятие экономико-математической модели. Классификация моделей.
2. Понятие производственной функции. Примеры производственных функций.
3. Свойства производственных функций.
4. Эластичность выпуска по ресурсам. Эластичность производства. Экономическая интерпретация эластичности.
5. Характеристика известных производственных функций (линейной функции, функции Кобба-Дугласа, функции Леонтьева, производственной функции с постоянной эластичностью замещения)
6. Модели оптимизации производства. Максимизация прибыли фирмы. Геометрическая интерпретация.
7. Функция спроса на ресурсы, функция предложения фирмы в условиях совершенной конкуренции, их свойства.
8. Задача максимизации выпуска при ограничениях на затраты.
9. Задача минимизации издержек при фиксированном объеме производства.
10. Функция издержек, ее свойства. Функции издержек для долгосрочного и краткосрочного периодов.
11. Функция полезности, ее свойства. Примеры функций полезности. Задача потребительского выбора, ее геометрическая интерпретация.
12. Функция предложения фирмы с условиях совершенной конкуренции в краткосрочном и долгосрочном периодах.
13. Модель поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции. Краткосрочное равновесие.
14. Модель поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции. Долгосрочное равновесие.
15. Модель поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции: монополия.
16. Ущерб, приносимый монополией. Способы измерения монопольной власти.
17. Ценовая дискриминация.
18. Модель поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции: монополистическая конкуренция. Равновесие в краткосрочном и долгосрочном периодах.
19. Модель поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции: олигополия.
20. Модель поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции: олигополия с лидерством.
21. Модель поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции: картель.
22. Модели управления производственными запасами с учетом спроса и цен на продукцию.
23. Транспортно-производственные модели
24. Задачи оптимального планирования производства.
25. Задачи оптимизации запасов на предприятии.
26. Понятие межотраслевого баланса. Коэффициенты прямых затрат. Модель Леонтьева. Продуктивность модели, условия продуктивности.
27. Коэффициенты полных затрат в модели межотраслевого баланса, их свойства. Оптимизационные модели на основе межотраслевого баланса.
28. Основные предпосылки модели Солоу. Модель Солоу в абсолютных и удельных показателях. Золотое правило накопления.
29. Модель Солоу: последствия изменения нормы накопления. Дальнейшее развитие модели Солоу. Модель Ромера и модель Рамсея.

### 6.4. Критерии оценивания



Для оценки знаний используется рейтинговая система оценки знаний. Максимальная сумма баллов за один семестр - 100 баллов. Для получения зачета необходимо получить не менее 50 балла

Домашние задания представляют собой набор вопросов для обсуждения и задач. Каждое из заданий оценивается в баллах (от 1 до 5 баллов).

Контрольные работы оцениваются в зависимости от темы от 10 до 15 баллов, в сумме за контрольные работы студент может получить 55 баллов.

Студенту, не получившему достаточного для зачета количества баллов, предлагается дополнительная контрольная работа (30 баллов), включающая задачи по всем темам семестра.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Балдин К. В., Башлыков В. Н., Рукоусев А. В., Балдин К. В.	Математические методы и модели в экономике: учебник ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=103331">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=103331</a> )	Москва : ФЛИНТА, 2024	ЭБС
Л1.2	Алексейчик Т. В., Богачев Т. В., Пржедецкая Н. В.	Математические модели в экономике: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=567398">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=567398</a> )	Ростов-на-Дону : Издательско- полиграфически й комплекс РГЭУ (РИНХ), 2018	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Маркин Ю. П.	Математические методы и модели в экономике: учебное пособие для вузов	Москва : Высшая школа, 2007	
Л2.2	Кундышева Е. С., Сулаков Б. А.	Экономико-математическое моделирование: учебник	Москва : Дашков и К, 2008	
Л2.3	Ашманов С. А.	Математические модели и методы в экономике	Москва: Издательство МГУ, 1980	
Л2.4	Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н., Сидорович А. В.	Математические методы в экономике: учебник	Москва : Дело и Сервис, 2004	

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Экономический журнал Высшей школы экономики <a href="http://library.hse.ru/e-resources/HSE_economic_journal/">http://library.hse.ru/e-resources/HSE_economic_journal/</a> <a href="http://library.hse.ru/e-resources/HSE_economic_journal/">http://library.hse.ru/e-resources/HSE_economic_journal/</a>
Э2	Электронные препринты: сайт / Российская экономическая школа (РЭШ). <a href="http://www.nes.ru/ru/programs/econ/rescen/preprints">http://www.nes.ru/ru/programs/econ/rescen/preprints</a> <a href="http://www.nes.ru/ru/programs/econ/rescen/preprints">http://www.nes.ru/ru/programs/econ/rescen/preprints</a>
Э3	National Bureau of Economic Research <a href="https://www.nber.org/">https://www.nber.org/</a> <a href="https://www.nber.org/">https://www.nber.org/</a>
Э4	eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека [научной периодики на русском языке]. <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a> <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э5	Научная библиотека Челябинского государственного университета <a href="http://www.lib.csu.ru/">http://www.lib.csu.ru/</a> <a href="http://www.lib.csu.ru/">http://www.lib.csu.ru/</a>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

LibreOffice



### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .

2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru> – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью (подразумевается наличие стандартных рабочих (посадочных) мест) и техническими средствами обучения (переносное и / или стационарное мультимедийное оборудование: экран, ноутбук, проектор).

Для обеспечения тематической иллюстрации занятий лекционного типа в образовательном процессе используются цифровые образовательные ресурсы (мультимедийные презентации по отдельным темам), различные формы наглядности (рисунки, таблицы, схемы и т.д).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Приступая к изучению дисциплины «Динамические модели экономических процессов» студент должен ясно представлять, что результат обучения зависит не только от работы преподавателей на лекциях, но и от того, насколько добросовестно он сам подойдет к этому процессу.

В самом начале учебного курса познакомьтесь со следующей учебно-методической документацией:

- программой дисциплины;
- перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть;
- контрольными мероприятиями;
- учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;
- перечнем вопросов по проверке знаний.

Изучение данной дисциплины невозможно без освоения изучаемых экономико-математических методов на практике. Поэтому основное внимание следует уделить выполнению домашних заданий по дисциплине.

Для успешного усвоения курса необходимо не только посещать лекционные занятия, но и активно готовиться к ним, перед каждым занятием изучать рекомендованную литературу, как основную, так и дополнительную, выполнять домашнее задание (решать задачи и готовить ответы на представленные для обсуждения вопросы). Активная и добросовестная, систематическая работа в течение семестра, проявление инициативы на практических занятиях, постоянное выполнение домашних, контрольных и самостоятельных работ являются необходимым условием достаточного овладения материалом учебной дисциплины и успешного прохождения итоговой аттестации по дисциплине.

Лекционные занятия ставят целью помочь студенту освоить экономико-математические методы и пакеты прикладных программ. Активное участие студента в обсуждении всех вопросов и решении задач на практическом занятии является залогом успеха при выполнении самостоятельного исследования.

К зачету необходимо готовиться целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине.

В освоении дисциплины (модуля) инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации по предмету является важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет»



университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

#### **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

### 4.3. Типовые контрольные задания или иные материалы

#### 4.3.2 Задачи и вопросы домашних заданий

1. Производственная функция имеет вид  $Y = \sqrt{K} + \sqrt{L}$ , где  $K, L$  – соответственно капитал и труд. Найти отдачу от масштаба. Изобразить изокванты. Найти эластичности выпуска по ресурсам и эластичность производства.
2. Дайте графическое изображение следующих изоквант:
  - 1)  $y = \min\{2x_1, x_1 + x_2\}$
  - 2)  $y = x_1 + \min\{x_1, x_2\}$
3. Производственная функция имеет вид:  $Y = K \cdot L$ . Если общий объем затрат не должен превышать 30, цена труда равна 4, цена капитала – 5, то при какой комбинации труда и капитала будет достигнут максимальный выпуск?
4. Заданы производственная функция фирмы:  $y = (\sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2})^2$ . Цена обоих факторов равна 1. Найти способ производства 16 единиц продукции с наименьшими затратами.
5. Пусть ПФ имеет вид:  $Y = 10L + 2K$ . Найти оптимальную комбинацию факторов производства 200 единиц продукции, если цена труда 5 единиц, а капитала 2 единицы.
6. Продавец лимонада имеет производственную функцию вида  $y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$ , где  $x_1$  - количество используемых лимонов (в фунтах),  $x_2$  - число человеко-часов, необходимых для получения лимонного сока. Пусть  $P$  – цена 1 ф. лимонов,  $w$  - ставка заработной платы. Найти самый дешевый способ производства лимонада в количестве  $Y$ . Чему равны издержки производства?
7. Фирма производит латунь-сплав меди и цинка, используемых в определенной пропорции. Дана производственная функция  $y = \min\{x_1, 2x_2\}$ ,  $x_1$  - количество используемой меди,  $x_2$  - количество используемого цинка. Определить эффект масштаба, выражаемый данной производственной функцией. Если цена меди и цинка соответственно  $P_1, P_2$  и требуется произвести  $Y$  единиц готовой продукции, то чему равны минимальные затраты?
8. полезности  $U(x_a, x_b) = x_a x_b$ . Цена яблок равна 1 ден. ед, цена бананов 2 ден. ед. Доход составляет 40 ден. ед. Потребитель сделал свой выбор, при котором значение целевой функции равно 150. Является ли этот выбор оптимальным? Может ли значение целевой функции быть равным 300? Дайте геометрическую интерпретацию решению
9. Функция полезности потребителя имеет вид  $U(x, y) = xy + 10y$ . Заданы цены благ  $p_x > 0, p_y > 0$  и доход потребителя.

- 1) Найдите функцию спроса на благо  $x$ , если предположить, что оптимум потребителя является внутренним ( $x > 0, y > 0$ )
- 2) Найдите оптимальное значение цены  $p_x$ , при котором потребитель откажется от покупки товара  $x$
- 3) Пусть  $I = 100, p_x = 20, p_y = 20$ . Докажите, что при этих значениях цен и дохода потребитель выберет угловое решение. Найдите параметры углового равновесия и предельную норму замещения.
10. Краткосрочная функция издержек фирмы на рынке совершенной конкуренции имеет вид  $C(q) = 100 + 20q + q^2$ . Определить функцию предложения фирмы. Если цена равна 30, то каков объем выпуска фирмы и ее прибыль? При какой цене прибыль фирмы положительна?
11. На рынке совершенной конкуренции 100 фирм на рынке имеют краткосрочные предельные издержки  $SMC_1 = 20 + 2q_1$ , 100 других фирм  $SMC_2 = 22 + 2q_2$  и 100 фирм имеют краткосрочные предельные издержки  $SMC_3 = 24 + 2q_3$ . Как выглядит кривая совокупного рыночного предложения в краткосрочном периоде?
12. Конкурентный рынок состоит из 300 типичных фирм, рыночный спрос  $D(p) = 60 - p$ . Каждая фирма имеет краткосрочную функцию издержек  $C(q) = 150q^2$ . Найти краткосрочное рыночное равновесие. Будут ли фирмы иметь положительную экономическую прибыль в состоянии рыночного равновесия?
13. Задана кривая общих издержек любой фирмы на рынке совершенной конкуренции:  $C(q) = q^3 - 6q^2 + 18q$ . Рыночный спрос  $Q = 180 - 3p$ . Найти кривую предложения фирмы в краткосрочном периоде. Предположим, что на рынке действуют 30 фирм. Определите, какие изменения произойдут в отрасли в долгосрочном периоде, если новые фирмы имеют ту же кривую издержек.
14. Типичная фирма на рынке совершенной конкуренции имеет функцию издержек  $C(q) = 40q - q^2 + 0.01q^3$ , рыночный спрос  $D(p) = 25000 - 1000p$ . Найти параметры долгосрочного равновесия.
15. На рынке совершенной конкуренции типичная фирма имеет краткосрочные издержки  $C(q) = 400 + 5q + q^2$ . Рыночный спрос задан функцией  $D(p) = 262.5 - 0.5p$ . В данный момент каждая фирма получает нулевую экономическую прибыль. Определить, какова будет рыночная цена и сколько фирм будет находиться на рынке.
16. Функция общих затрат фирмы-монополиста  $C = 30 + 20q$ . Обратная функция спроса на продукцию монополиста  $p = 40 - 2q$ . Определить равновесные объем продаж и цену, максимизирующие прибыль. Как

- изменяться эти значения, если обратная функция спроса на продукцию монополиста будет иметь вид  $p = 80 - 10q$  ?
17. Фирма-монополист имеет функцию издержек  $C(q) = 35 + 15q$ . Ценовая эластичность продукции (по модулю) равна 4. Какую цену может установить монополист для своей продукции? Что изменится, если эластичность спроса по цене увеличится до 10 единиц?
  18. Эластичность спроса на некоторую продукцию при реализации ее в супермаркете равна -10, в продовольственном магазине на окраине равна -5. На сколько процентов имеет смысл повысить цену по сравнению с предельными издержками а) для супермаркета; б) для продовольственного магазина?
  19. Функция полных затрат фирмы - монополистического конкурента на своем узком рынке  $C = 3q^2 - 8$ . Рыночный спрос на продукцию компании  $p = 64 - q$ . После проведения рекламной кампании, затраты на которую составили  $A = 6q - 10$ , остаточный спрос увеличился и составил  $p = 76 - 2q$ . Определить оптимальный выпуск и цену, которые установит монополист на свою продукцию до и после рекламной кампании.
  20. Фирма, работающая на рынке монополистической конкуренции, имеет общие издержки  $C = q^2 + 100 + A$ , функцию спроса  $p = 40 - 3q + 0.1A$ , где  $A$  – расходы на рекламу,  $q$  - объем выпуска. Определить оптимальные значения  $A$ ,  $p$ ,  $q$ .
  21. Компания по производству детской обуви работает на рынке монополистической конкуренции. Совокупная выручка от продаж и общие затраты на производство зависят от объема выпуска:  $R = 270 - 20q^2$ ,  $C = 30q + 10q^2$ . Определить параметры равновесия (цену и объем продаж). Является ли оно долгосрочным?
  22. Известны функции издержек двух фирм, действующих на рынке:  $C_1 = 10 + 2q_1$ ,  $C_2 = q_2^2$ . Рыночный спрос  $q = 100 - 3p$ . Найти равновесие на рынке дуополии (равновесие по Курно).
  23. В условиях предыдущей задачи найти: 1) решение картеля; 2) равновесие по Штэкельбергу при условии, что вторая фирма является доминирующей
  24. Имеются данные об исполнении баланса в стоимостном выражении

Отрасли	Потребление		Конечный продукт
	Энергетика	Машиностроение	
Энергетика	7	21	72
Машиностроение	12	15	173

Определить:

- 1) валовой выпуск отраслей;
- 2) валовую добавленную стоимость;
- 3) матрицу коэффициентов прямых затрат;
- 4) матрицу коэффициентов полных затрат;
- 5) необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечный продукт энергетики должен возрасти в 2 раза, а машиностроения остаться без изменения

25. Являются ли следующие матрицы продуктивными?

$$1) A = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2) A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.9 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & 1.1 & 0.3 \end{pmatrix}$$

26. Дан вектор непродовственного потребления  $y$  и матрица коэффициентов прямых затрат  $A$  межотраслевого баланса. Найти вектор валового выпуска, обеспечивающего данный вектор потребления, если

$$y = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/2 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}.$$

27. Дана матрица прямых затрат

1) Для вектора конечного потребления  $y = \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix}$  найти соответствующий

вектор валового выпуска.

2) Каким должно быть изменение валового выпуска, если вектор конечного потребления по первой компоненте увеличится на 100 единиц, а по второй на 50?

28. Дан межотраслевой баланс производства и распределения продукции и занятости региона, млрд. руб.

Выпуск Затраты	Промежуточный спрос в отраслях			Конечный спрос	Выпуск
	Добыча	Готовая продукция	Услуги		
Добыча	1.0	12.5	3.0	3.5	20.0
Готовая продукция	4.0	7.5	6.0	32.5	50.0
Услуги	5.0	10.0	1.5	13.5	30.0

Валовая добавленная стоимость	10.0	20.0	19.5		
Выпуск	20.0	50.0	30.0		
Занятость, ед.	8.0	12.5	18.0		

Определить:

- 1) матрицу коэффициентов прямых затрат; выяснить, является ли она продуктивной;
- 2) матрицу коэффициентов полных затрат;
- 3) коэффициенты прямых трудовых затрат;
- 4) коэффициенты полных и косвенных трудовых затрат;
- 5) структуру конечного продукта и необходимый выпуск по отраслям для получения единицы общего объема конечного продукта;
- 6) можно ли увеличить общий объем конечного продукта в 2 раза при сохранении его структуры, если трудовые ресурсы региона составляют 44 ед;
- 7) максимальный общий объем конечного продукта при ограничении на трудовые ресурсы в 44 ед.: а) при условии сохранения структуры конечного продукта, б) без сохранения его структуры.

29. Пусть матрица коэффициентов прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$ , матрица

норм затрат ресурсов в производстве  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ , вектор запасов

ресурсов  $r = (10, 12, 16)$ , вектор цен  $p = (1, 2)$ . Определить оптимальный валовой выпуск, конечный продукт, цены на ресурсы.

30. Пусть производственная функция в модели Солоу - производственная функция Кобба-Дугласа с постоянной отдачей. Получить решение модели Солоу. Найти равновесное решение. Исследовать его на устойчивость.

31. Определите, с каким темпом в соответствии с моделью Солоу в устойчивом состоянии равновесия изменяются:

$\frac{K}{L}$

1) отношение  $\frac{K}{L}$ ; 2) доли капитала и труда в доходе; 3) общий доход на капитал и общий доход на труд; 4) реальная арендная плата капитала и реальная заработная плата.

32. Используя модель Солоу с производственной функцией Кобба-Дугласа с постоянной отдачей (эластичность выпуска по капиталу равна  $\frac{1}{3}$ ; в начальный момент выпуск составил 1000000 ден. единиц, капитал – 1000

- ден. единиц, трудовые ресурсы – 1000 единиц), найти значение фондовооруженности, производительности труда и удельного потребления на стационарной траектории, если норма накопления составляет 20%, выбытие фондов – 20%, темп прироста трудовых ресурсов – 5% (без учета НТП)? Что изменится, если учесть, что темпы прироста эффективности труда, обусловленные НТП, составили 3%?
33. Пусть ПФ  $Y = K^{1/3}L^{2/3}$ . Развитая страна имеет норму сбережений 28%, прирост населения 1% в год. Менее развитая страна имеет сбережения на уровне 10% и прирост населения 4% в год. В обеих странах норма выбытия капитала 0.04, темп научно-технологического прогресса - 0.02. Найти устойчивое значение производительности труда с постоянной эффективностью как функцию  $s$ ,  $n$ ,  $g$  и  $b$  для каждой страны. Какую политику должна осуществлять менее развитая страна?
34. Многие демографы предсказывают, что следует ожидать нулевой прирост населения в США в XXI веке в отличие от среднего прироста в XX веке в 1%. Каковым будет согласно модели Солоу воздействие замедления роста населения на рост общего объема производства и рост производства на одного работника при прочих неизменных условиях? Рассмотрите эти последствия для нового устойчивого состояния экономики.
35. В хозяйстве используется 256 ед. Капитала и 16 единиц труда, технология отображается производственной функцией  $Y = K^{1/2}L^{1/2}$ . Норма сбережений равна 0.2, выбытие капитала 4%. Каков должен быть темп прироста предложения труда, чтобы в модели Солоу без учета НТП сохранилась существующая производительность труда в равновесном состоянии?
36. Производство национального дохода (НД) отображается ПФ  $Y = K^{0.5}L^{0.5}$ . В начальный период в хозяйстве было 10 ед. труда и 640 ед. капитала. Темп прироста трудовых ресурсов равен 1% за период, выбытие капитала 2%. Пусть норма сбережений составила 42%. Найти уровень фондовооруженности и производительности труда в устойчивом состоянии равновесия в соответствии с моделью Солоу без учета НТП.

### 4.3.1 Примеры контрольных работ

#### Контрольная работа по теме: «Модель поведения фирмы на рынке»

- (5) Индустрия состоит из производителей 2-х типов. Первые 100 фирм обладают технологией с функцией затрат  $C_1(q_1) = 2 + q_1^2$ , другие 100 фирм  $C_2(q_2) = 5q_2 + q_2^2$ , где  $q_1, q_2$  - объемы производства фирм первого и второго типа соответственно. Спрос на продукцию равен  $D(p) = 2500 - 200p$ . Найти выпуск фирм в равновесном состоянии и прибыли фирм в условиях совершенной конкуренции.

2. (5) Фирма производит зубную пасту с общими долгосрочными издержками  $C = 14q - 12q^2 + 4q^3$ . Определите объем выпуска, соответствующий избыточной мощности, если известно, что спрос на продукт  $q = \frac{13}{8} - \frac{p}{8}$ . Дайте графическую интерпретацию результата.
3. (15) Известны функции издержек двух фирм, действующих на рынке:  $C_1 = 10 + 2q_1$ ,  $C_2 = q_2^2$ . Рыночный спрос  $q = 100 - 3p$ . Найти:
- 1) параметры равновесия на рынке в условиях конкуренции по Курно;
  - 2) параметры равновесия по Штакельбергу, если вторая фирма является доминирующей;
  - 3) решение картеля

**Контрольная работа по теме  
«Производственные функции и их свойства. Теория потребления»**

1. (1) В чем суть закона убывающей эффективности (убывающей предельной производительности)? Какие свойства производственных функций отражают этот закон?
  2. (1) Что такое изокванта? В чем ее экономический смысл? Изобразите изокванты для функции Кобба-Дугласа и линейной функции
  3. (2) Производственная функция “затраты-выпуск” имеет вид  $Y = 2X_1 + 5X_2$ . Сформулируйте определение эластичности выпуска по отдельному фактору и эластичность производства? Чему равна эластичность производства? Что показывает эластичность производства?
  4. (3) Производственная функция фирмы имеет вид  $Y = 50KL$ . Цена труда составляет 30, а капитала 120 единиц. Чему равны средние издержки производства 50 единиц продукции, если фирма выбирает самый дешевый способ производства?
- (3) Пусть функция полезности имеет вид  $u = 3x_1 + x_2$ . Найти оптимальный выбор потребителя при доходе в 24 единицы и ценах на продукты в 4 и 1 денежную единицу соответственно?

