Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

Многокритериальная оптимизация и исследование операций

Направление подготовки (специальность)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
Математическое моделирование и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация
магистр

Форма обучения
очная

Челябинск 2025г.

Содержание

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *01.04.02 «Прикладная математика и информатика»*
Направленность (профиль) *Математическое моделирование и искусственный интеллект*
Дисциплина: *Многокритериальная оптимизация и исследование операций*
Семестр изучения: *4*
Форма промежуточной аттестации: *зачет.*
Для оценивания результатов используется бально-рейтинговая система.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Многокритериальная оптимизация и исследование операций» направлено на формирование следующих компетенций:

Таблица для ФГОС ВО 3++

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ПК-1	Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1. Разрабатывает и исследует математические модели прикладных задач, системно анализирует научные проблемы, участвует в их исследовании	**Знать** основные принципы и подходы к принятию решений и оптимизации в сложных системах с многокритериальными критериями качества; область применения многокритериальной оптимизации и исследования операций; основные типы задач, решаемые методами исследования операций. **Уметь**

			решать задачи, применяя различные способы многокритериальной оптимизации; формализовать прикладные задачи в рамках теории многокритериальных задач и исследования операций; применять методы исследования операций для исследования математических моделей реальных процессов и оценки их адекватности. **Владеть** навыками составления математических моделей и применения методов многокритериальной оптимизации и исследования операций для решения прикладных задач.

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/№ задания
1	**ПК-1** **Уметь** разрабатывать и исследовать математические модели прикладных задач, системно анализировать научные проблемы **Владеть** методами разработки и исследования математических моделей прикладных задач, и системного анализа научных проблем-	Исходы и риски в однокритериальной задаче при неопределенности. Многокритериальные задачи при неопределенности. Рекомендательные системы. Динамические многокритериальные задачи.	Домашняя контрольная работа № 1, Домашняя контрольная работа № 2	Вопросы для опроса на зачете

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2 Содержание оценочных средств

Фонд оценочных средств представляет собой комплекс тем и заданий для опроса, содержащих задания и вопросы для контроля знаний, позволяющие оценить регулярную работу студента, направленную на формирование компетенций и достижение планируемых результатов обучения.
Для проведения текущего контроля успеваемости, самоконтроля знаний студентов и промежуточной аттестации используются следующие оценочные средства:
1) расчетно-графическая работа;
2) Итоговая контрольная работа
3) Активная познавательная деятельность
Для оценки знаний используется рейтинговая система оценки знаний. В

течении семестра студент может набрать 30 баллов (по 1 баллу за каждое правильно решенное задание из 11 заданий расчетно-графической работы, 4 балла за итоговую контрольную работу, и по 2 балла аз активную познавательную деятельность на каждом из 12 занятий), устный опрос на зачете состоит из 4 вопросов, оцениваемых в 1 балл каждый.

3.2.1 Типовые задания расчетно-графической работы

Расчётно-графическая работа
(демонстрационный вариант)

1. Для скалярной функции $f(x,y)$, где $x \in \mathbf{R}^n$ и $y \in \mathbf{R}^m$, обозначим $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x} = grad_x f(x,y)$ - n-вектор-столбец, компоненты которого есть частные производные $f(x,y)$ по координатам x. Доказать, что для постоянных $n \times n$-матрицы A, $n \times m$-матрицы B, n-вектора a и m-вектора b имеют место
$$\frac{\partial}{\partial x}(x'Ax) = (A + A')x, \quad \frac{\partial}{\partial y}(x'By) = B'x,$$
$$\frac{\partial}{\partial x}(x'By) = By, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2}(x'Ax) = A + A', \quad \frac{\partial}{\partial x}(a'x) = a$$
и поэтому при любых $x \in \mathbf{R}^n$, $y \in \mathbf{R}^m$
$$\frac{\partial}{\partial x}[x'Ay + a'x] = Ay + a, \quad \frac{\partial}{\partial y}[x'Ay + b'y] = A'x + b,$$
$$\frac{\partial}{\partial x}[x'Ax + a'x] = (A + A')x + a.$$
2. Доказать, что при $A < 0$ и $C > 0$ для функции
$$f(x,y) = x'Ax + 2x'By + y'Cy + 2a'x + 2c'y + d, \qquad x \in \mathbf{R}^n, y \in \mathbf{R}^m,$$
(матрицы A, B, C и вектора a, c постоянны и соответствующих размерностей, $d = const$, причем A и C симметричны) существует седловая точка (x^o, y^o):
$$\max_{x \in \mathbf{R}^n} f(x, y^o) = f(x^o, y^o) = \min_{y \in \mathbf{R}^m} f(x^o, y),$$
и найти явный вид $x^o, y^o, f(x^o, y^o)$.

3. Найти седловые ($\min\limits_y$ и $\max\limits_x$) точки функций

a) $$f(x,y)=\begin{cases} -(x-\frac{1}{3})^2+y^2+\frac{1}{3}y-\frac{1}{3} & \text{при } 0\leqslant x\leqslant y\leqslant 1, \\ -(x-\frac{2}{3})^2+y^2-\frac{1}{3}y & \text{при } 0\leqslant y\leqslant x\leqslant 1; \end{cases}$$

b) $f(x,y)=-x_1^2-x_2^2-4x_1y_1-x_2y_2-8y_2+6x_1+2y_1^2+4y_2^2,\ 0\leqslant x_i,\ y_i\leqslant 1\ (i=1,2);$

c) $$f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y} & \text{при } x\neq 0,\ y\neq 0, \\ 0 & \text{при } x=0 \text{ или (и) } y=0. \end{cases}$$

4. Вычислить $\max\limits_x\min\limits_y f(x,y)$ и $\min\limits_y\max\limits_x f(x,y)$, если

a) $f(x,y)=(x-y)^2,\ 0\leqslant x,\ y\leqslant 1;$

b) $f(x,y)=(x-y)^2-0,5x^2,\ -1\leqslant y\leqslant 1,\ -0,5\leqslant x\leqslant 0,5;$

c) $f(x,y)=-[x-y(1-y^2)]^2,\ -1\leqslant x,\ y\leqslant 1.$

5. Доказать следующие соотношения, где множество $X\subset\mathbf{R}^n$ есть компакт а определенная на X скалярная функция $F(x)$ непрерывна:

a) $$\begin{cases} \max\limits_{x\in X}F(x)=-\min\limits_{x\in X}[-F(x)], \\ \min\limits_{x\in X}F(x)=-\max\limits_{x\in X}[-F(x)]; \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} |\max\limits_{x\in X}F(x)|\leqslant\max\limits_{x\in X}|F(x)|, \\ |\min\limits_{x\in X}F(x)|\leqslant\max\limits_{x\in X}|F(x)|; \end{cases}$$

c) $$\begin{cases} \max\limits_{x\in X}[F_1(x)+F_2(x)]\leqslant\max\limits_{x\in X}F_1(x)+\max\limits_{x\in X}F_2(x), \\ \max\limits_{x\in X}[F_1(x)+F_2(x)]\geqslant\max\limits_{x\in X}F_1(x)+\max\limits_{x\in X_1}F_2(x), \end{cases}$$

где $X_1=\{x\in X\,|\,F_1(x)=\max\limits_{z\in X}F_1(z)\}$.

6. Установить справедливость неравенства минимаксов
$$\max_{y\in Y}\min_{x\in X} f(x,y)\leqslant \min_{x\in X}\max_{y\in Y} f(x,y).$$
7. Найти множества по Слейтеру, по Парето ситуаций в игре
$$\left\langle \{1,2\},\{U_1=U_2=[0,1]\},\{J_1(u_1,u_2)=u_1+u_2, J_2(u_1,u_2)=-(u_1+u_2)\}\right\rangle.$$
8. Свои свободные денежные средства каждый из участников может направить часть на личные нужды, а часть на общественные. Полагая эффект от вложения средств линейным и эффективность выделения средств на личные нужды выше, чем на общественные, приходим к следующей игре N лиц
$$\Gamma_{(2.2)}=\left\langle \mathbf{N}=\{1,\ldots,N\},\{U_i=[0,1]\}_{i\in\mathbf{N}},\{J_i(u)=\lambda u_i+\sum_{j=1}^{N}(1-u_j),\ \lambda=const>1\}_{i\in\mathbf{N}}\right\rangle.$$

Доказать, что единственная ситуация равновесия по Нэшу в этой игре имеет вид
$$\Gamma_{(2.2)}=u^e=(\underbrace{1,1,\ldots,1}_{N\text{ раз}})\$.$$
9. Доказать, что в двухкритериальной задаче
$$\Gamma_{(2.4)}=\left\langle U=\mathbf{R}^m,\{J_i(u)=u'C_iu+2c_i'u+d_i\}_{i=1,2}\right\rangle$$
при постоянных симметричных $m\times m$-матрицах $C_i<0$ $(i=1,2)$, любых постоянных m-векторах c_i и числовых величинах d_i не существует как минимум по Слейтеру, так и минимум по Парето.

10. Найти множества всех минимумов по Слейтеру $S(D)$ и Парето $\mathrm{P}(D)$ для следующих множеств

$a)$ $D=\left\{J=(J_1,\ldots,J_N)\mid \sum_{i=1}^{N}a_iJ_i^2=a, \text{где постоянные } a_i>0, a>0\right\};$

$b)$ $D=\{J=(J_1,\ldots,J_N)\mid a_i\leqslant J_i\leqslant b_i\ (i=1,\ldots,N)\};$

$c)$ $D=\{J=(J_1,\ldots,J_N)\mid J_i\leqslant 0\ (i=1,\ldots,N)\wedge \sum_{i\neq j}J_i\geqslant 1-N\ (j=1,\ldots,N)\}.$

11. Найти множества всех минимальных по Слейтеру $S(U)$ и Парето $P(U)$ ситуаций в следующих двухкритериальных задачах $\langle U, \{J_1(u), J_2(u)\}\rangle$:

a) $U = \left[0, \dfrac{3+\sqrt{13}}{4}\right], J_1(u) = -u, J_2(u) = -u^3 + 3u^2 - 2u$

b) $U = [0,1], J_1(u) = -au - b(1-u), J_2(u) = -u^{\alpha}(1-u)^{\beta}$, где постоянные a, b, α, β положительны.

3.2.2 Типовые задания итоговой контрольной работы

<u>Демонстрационный вариант итоговой контрольной</u>

1. Найти седловые ($\min\limits_y$ и $\max\limits_x$) точки функций

$$f(x,y) = \begin{cases} -(x-\frac{1}{3})^2 + y^2 + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3} & \text{при } 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant 1, \\ -(x-\frac{2}{3})^2 + y^2 - \frac{1}{3}y & \text{при } 0 \leqslant y \leqslant x \leqslant 1; \end{cases}$$

2. Найти множества всех минимальных по Слейтеру $S(U)$ и Парето $P(U)$ ситуаций в следующей двухкритериальной задаче $\langle U, \{J_1(u), J_2(u)\}\rangle$:

$$U = \left[0, \frac{3+\sqrt{13}}{4}\right], J_1(u) = -u,\ J_2(u) = -u^3 + 3u^2 - 2u$$

3.2.3. Оценка активной познавательной деятельности

На каждом из 12 занятий студент может получить 2 балла:
Студент задает вопросы по изучаемому материалу - 1 балл;
Студент правильно отвечает на вопросы по изучаемому материалу - 1 балл.
В противном случае баллы не начисляются.

3.2.4. Вопросы для промежуточной аттестации.

1. Формализация риска. Максимин. Минимаксное сожаление.
2. Задача о диверсификации вклада по двум депозитам.
3. Сравнение принципов максимина и минимаксного сожаления.
4. Смешанные альтернативы и неопределенности.
5. Линейно-квадратичная задача при неопределенности.
6. Рисковое решение – двухкритериальная задача.
7. Формализация гарантированного решения. Достаточные условия. Существование.
8. Математическая модель многокритериальной задачи при неопределенности.
Векторная гарантия.
9. Векторные оптимумы: по Слейтеру, Парето, Борвейну, Джофриону, A-оптимум.
10. Формализация гарантированного по исходам и рискам решения. Свойства
гарантированных решений. Задача с «разделенными» критериями.
11. N-критериальная линейно-квадратичная задача при неопределенности.
12. Достаточные условия существования.
13. Сведение к вспомогательной бескоалиционной игре.
14. Существование смешанных векторных седловых точек.
15. Особенности неопределенностей в динамических задачах.
16. Математические модели многокритериального управления в экономике.
17. Модель освоения вводимых производственных мощностей.
18. Однопродуктовая динамическая макроэкономическая модель.
19. Модель управления динамикой сосуществования хищников и жертв.
20. Модель установления равновесной цены.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация – зачет. На зачете происходит оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля.

Зачет выставляется, если студент набрал не менее 60% от максимальной суммы рейтинговых баллов.

Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, которое не является обязательным. Контрольное мероприятие промежуточной аттестации проводится во время зачета в виде устного опроса.

На устном опросе студенту задаются 4 вопроса из разных тем курса. Студенту дается 30 минут на подготовку ответов. Затем студент озвучивает свои ответы. Правильный ответ на вопрос - 1 балл; Неправильный ответ на вопрос - 0 баллов

4.2. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При оценивании результатов освоения дисциплины применяется бально-рейтинговая система.

Фонды оценочных средств представляет собой комплекс тем и заданий для опроса, содержащих задания и вопросы для контроля знаний, позволяющие оценить регулярную работу студента, направленную на формирование компетенций и достижение планируемых результатов обучения.

Таблица 4.3 - Распределение баллов рейтинговой системы
по видам оценочных средств

№	Вид оценочного средства	Максимальное количество баллов
1.	Расчетно-графическая работа	11
2.	Итоговая контрольная работа	4
3.	Активная познавательная деятельность	24
4.	Устный опрос	4
Итого		43

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке

отлично:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки постановки и решения задач многокритериальной оптимизация и исследование операций с использованием математического аппарата теории.

- студент способен аргументировать собственную точку зрения по дискуссионным вопросам дисциплины, владеть навыками использования методов теории оптимального управления.

2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
   - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание особенностей применения и понимания современных математических методов многокритериальной оптимизации и исследование операций;
   - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
   - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных положений многокритериальной оптимизация и исследование операций;

Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

01.04.02, профиль Математическое моделирование и искусственный интеллект, направление подготовки Прикладная математика и информатика, ФОС Многокритериальная оптимизация и исследование операций, 2025 год набора, очная форма обучения

Фонд оценочных средств дисциплины (модуля) одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе	утверждено 24.02.25	А.А. Саламатов

Ученым советом математического факультета

Протокол заседания № 6 от 20.02.2025

Председатель Ученого совета математического факультета	согласовано	Е.А. Сбродова

Заседанием кафедры теории управления и оптимизации

Протокол заседания № 8 от 20.02.2025

Заведующий кафедрой	согласовано	И. В. Изместьев
Автор (составитель)		К.Н. Кудрявцев

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1