

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Владимирович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.06.2026 12:17:24  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bf98f3b6cb77a486b9a8788b8322323



МИНОБРАЗОВАНИЯ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет  
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационное  
исчисление и методы оптимизации»,  
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и  
прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1	стр. 1 из 9	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	-------------	------------------------	---------------

**Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации  
по дисциплине**

**Б1.В.1.04 Вариационное исчисление и методы оптимизации**

Направление подготовки  
**02.03.01 Математика и компьютерные науки**


Направленность (профиль)  
**Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных  
исследованиях**

Присваиваемая квалификация  
**бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Год набора 2026

Челябинск, 2026 г.

	МИНОБРНАУКИ России Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Математический факультет		
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации», по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ».			
Версия документа - 1	стр. 2 из 9	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
  - 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
  - 3.1. Виды оценочных средств
  - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
  - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
  - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств
  - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации»,  
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и  
прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 3 из 9

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
Направленность (профиль): «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»  
Дисциплина: Б1.В.1.04 Вариационное исчисление и методы оптимизации  
Семестр изучения: 8  
Форма промежуточной аттестации: экзамен

## 2. Перечень формируемых компетенций

### 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины Б1.В.1.04 «Вариационное исчисление и методы оптимизации» направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
УК 2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Демонстрирует знание теоретических основ принятия решений в сфере управления проектами. УК-2.2. Выявляет и анализирует различные способы решения задач в рамках цели проекта и аргументирует их выбор. УК-2.3. Демонстрирует способность проектировать решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.	Знать основы строго доказательства математических утверждений; правила организации самостоятельной научно-исследовательской работы; постановки основных задач, изучаемых в рамках дисциплины «Вариационное исчисление и методы оптимизации», условия существования решений, способы их нахождения; основы целенаправленного поиска информации в сети Интернет и других источниках. Уметь формулировать результат учебной и исследовательской работы; эффективно организовать свою работу в ходе лекционных, практических занятий, а также самостоятельную деятельность при работе над текстом лекции, подготовке к контрольным работам и к экзамену; решать задачи, относящиеся к основным типам экстремальных задач вариационного исчисления и методов оптимизации, использовать программные продукты для численного решения; формулировать поисковые запросы и анализировать полученную



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации»,  
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 4 из 9

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		информацию. Владеть техниками построения и изучения математического доказательства; навыками самостоятельной работы с учебной и научной литературой, работы на лекционных и практических занятиях, подготовки к экзамену; терминологией, основными обозначениями, приемами и методами, принятыми в вариационном исчислении и методах оптимизации; технологией поиска информации в сети Интернет и других источниках.
--	--	---

### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1 Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
УК 2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	1.1 Знать основы строго доказательства математических утверждений; правила организации самостоятельной научно-исследовательской работы; постановки основных задач, изучаемых в рамках дисциплины «Вариационное исчисление и методы оптимизации», условия существования решений, способы их нахождения; основы целенаправленного поиска информации в сети Интернет и других источниках.	1. Методы конечномерной оптимизации.	8	1-4 1-5	Контрольные работы Вопросы и задачи к экзамену
		2. Классическое вариационное исчисление.	8	1-4 1-5	Контрольные работы Вопросы и задачи к экзамену
	1.2 Уметь формулировать результат учебной и	1. Методы конечномерной оптимизации.	8	1-4 1-5	Контрольные работы Вопросы и



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации»,  
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 5 из 9

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	исследовательской работы; эффективно организовать свою работу в ходе лекционных, практических занятий, а также самостоятельную деятельность при работе над текстом лекции, подготовке к контрольным работам и к экзамену; решать задачи, относящиеся к основным типам экстремальных задач вариационного исчисления и методов оптимизации, использовать программные продукты для численного решения; формулировать поисковые запросы и анализировать полученную информацию.	2. Классическое вариационное исчисление.			задачи к экзамену
	1.3 Владеть техниками построения и изучения математического доказательства; навыками самостоятельной работы с учебной и научной литературой, работы на лекционных и практических занятиях, подготовки к экзамену; терминологией, основными	1. Методы конечномерной оптимизации. 2. Классическое вариационное исчисление.	8	1-4 1-5	Контрольные работы и вопросы к экзамену



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации», по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 6 из 9

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

	обозначениями, приемами и методами, принятыми в вариационном исчислении и методах оптимизации; технологией поиска информации в сети Интернет и других источниках.				
--	---	--	--	--	--

### 3.2 Содержание оценочных средств

#### Вопросы к экзамену

1. Выпуклые множества. Теорема о строгой отделимости точки от выпуклого множества. Теорема об отделимости точки от выпуклого множества.
2. Выпуклые множества. Теорема об отделимости выпуклых множеств. Теорема о строгой отделимости выпуклых множеств.
3. Выпуклые функции. Критерии выпуклости дифференцируемой функции, зависящей от одной и нескольких переменных.
4. Выпуклые функции. Критерии выпуклости дважды дифференцируемой функции, зависящей от одной и нескольких переменных
5. Задача безусловной оптимизации. Понятие локального и глобального экстремума. Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции, зависящей от одной переменной.
6. Критерий локального экстремума дважды дифференцируемой функции, зависящей от одной переменной.
7. Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции, зависящей от нескольких переменных.
8. Критерий локального экстремума дважды дифференцируемой функции, зависящей от нескольких переменных.
9. Экстремальная задача с ограничениями типа равенств. Понятие локального и глобального экстремума экстремальной задачи. Правило множителей Лагранжа решения гладкой конечномерной задачи с ограничениями типа равенств.
10. Правило множителей Лагранжа решения гладкой конечномерной задачи с ограничениями типа равенств и неравенств.
11. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
12. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Вывод уравнения Эйлера с помощью основной леммы вариационного исчисления.
13. Задача Больца. Необходимое условие локального экстремума.
14. Задача с подвижными концами. Необходимое условие экстремума.
15. Изопериметрическая задача. Необходимое условие локального экстремума.
16. Задача Дидоны. Задача о брахистохроне.



17. Задача со старшими производными. Необходимое условие экстремума.
18. Задача Лагранжа. Необходимое условие локального экстремума.
19. Условия Лежандра, Якоби, Вейерштрасса.
20. Игольчатые вариации. Условие Вейерштрасса.

Задачи к экзамену

Билет № 1.

- 1) Решить гладкую конечномерную задачу условной оптимизации.
- 2) Найти субдифференциал функции в заданной точке.
- 3) Найти допустимые экстремали в простейшей задаче классического вариационного исчисления.
- 4) Найти допустимую экстремаль и определить характер экстремума в изопериметрической задаче.

Контрольная работа №1.

ВАРИАНТ I

№1.  $x_1x_2(1-x_1-x_2) \rightarrow \text{extr}$

№2.  $5x_1^2+4x_1x_2+x_2^2 \rightarrow \text{extr}, x_1+x_2=1$

№3.  $x_1x_2+3x_1+x_2 \rightarrow \text{extr}, 7x_1-5x_2 \leq 26, 3x_1+x_2 \leq 6$

№4.  $f(x) = \max\{e^{-x}, x+1, 2x^2\}, \partial f(\hat{x}) = ?$

ВАРИАНТ II

№1.  $x_2\sqrt{x_1} - x_2^2 - x_1 + 6x_2 \rightarrow \text{extr}$

№2.  $3x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow \text{extr}, x_1 + x_2 = 1$

№3.  $2x_1^2 + 10x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}, 2x_1 \leq 31, 2x_1+x_2 \geq 3$

№4.  $f(x) = \max\{1-x, x+1, 2x^2\}, \partial f(\hat{x}) = ?$

Контрольная работа №2.

ВАРИАНТ I

№1.  $\int_1^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(1) = 0; x(2) = 1$

№2.  $\int_0^1 (\dot{x}^2 + 3x) dt + x^2(0) \rightarrow \text{extr}$

№3.  $\int_{-1}^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \int_{-1}^1 x dt = 1, x(-1) = 0, x(1) = 1$

№4.  $\int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = 1, x(1) = 1, \dot{x}(0) = 1, \dot{x}(1) = 1$

ВАРИАНТ II

№1.  $\int_1^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(1) = 1; x(2) = 0$

№2.  $\int_0^1 (\dot{x}^2 + 2x) dt + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$

№3.  $\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \int_0^1 x dt = 2, x(0) = 1, x(1) = 0$

№4.  $\int_{-1}^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(-1) = 0, x(1) = 1, \dot{x}(-1) = 0, \dot{x}(1) = 1$



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации», по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 8 из 9

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Для оценки знаний используется балльно-рейтинговая система оценки знаний. Максимальная сумма баллов за один семестр - 100 баллов

Посещение каждого занятия и каждое домашнее задание оценивается в 1 балл.

Контрольные работы оцениваются в зависимости от темы от 10 до 15 баллов.

Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за работу в семестре и за ответ на экзамене. При этом допускается получение студентом автоматической оценки только по результатам работы в семестре.

Студенту, не получившему достаточного для получения автоматической оценки количества баллов, предлагается экзаменационный билет, включающая 4 задачи по всем темам семестра и 1 вопрос.

**4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств** Максимальный балл за ответ на экзамене — 10 баллов.

Баллы	8-10 баллов	6-7 баллов	4-5 баллов	0-3 балла
Уровень освоения проверяемых компетенций	высокий	средний	базовый	недостаточный

### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты работы в семестре. Полученные за работу в семестре баллы суммируются. Автоматическая оценка выставляется в зависимости от количества набранных баллов:

51-70 баллов - удовлетворительно (3);

71-90 баллов - хорошо (4);

91-100 баллов - отлично (5).

Если студент в семестре набрал менее 51 балла, оценка выставляется в зависимости от ответа на экзаменационный билет:

От 0 до 3 баллов – «неудовлетворительно»

От 4 до 5 баллов – «удовлетворительно»

От 6 до 7 баллов – «хорошо»

От 8 до 10 баллов – «отлично».

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации»,  
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»  
направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и  
прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 9 из 9

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

- студент анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.
  - студент находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.
  - Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
- студент рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.;
  - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
- студент анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.
  - студент способен отвечать на вопросы в форме закрытого теста. Количество правильных ответов – не менее 50%.
- Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

