

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 08.04.2026 16:25:41 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a4816b9a8788b87323737	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Статистическое моделирование (научный семинар)" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	--	--------

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
Статистическое моделирование (научный семинар)

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Прикладная математика и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина предназначена для изучения основных результатов и методов статистического моделирования.

Цель дисциплины — изложить основные результаты и методы статистического моделирования на современном языке и в достаточно полном объеме.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенций УК1, ПК1:

УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач

УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач

ПК-1.1. Обладает знаниями о существующих математических методах и моделях, применяемые для описания систем; о классических математических методах анализа систем.

ПК-1.2. Демонстрирует умение: проводить исследование и анализ системы; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы.

ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): выполнения описания модели системы; применения математических методов при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: К.М.01.ДВ.02.01

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Математический анализ

Функциональный анализ

Теория вероятностей

Математическая статистика

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Производственная практика

Преддипломная практика

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать:

Методы поиска и синтеза информации, сущность системного подхода для решения поставленных задач в области статистического моделирования.

Уметь:

Осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач в области статистического моделирования..

Владеть:

Методами поиска, анализа и синтеза информации, техникой системного подхода для решения поставленных задач в области статистического моделирования.

ПК-1: Способен проектировать системы различного назначения и проводить их анализ

Знать:

Основы метода статистического моделирования, базовые вероятностные модели, применяемые для описания систем в области профессиональной деятельности.

Уметь:



Проводить исследование и анализ выбранной вероятностной модели объекта; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы.

Владеть:

Практическим опытом построения вероятностной модели системы; математическими методами ее обработки при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	базовые понятия теории случайных процессов. Методы моделирования многомерных распределений и реализации случайных процессов.
3.2	Уметь:
3.2.1	модифицировать известные подходы статистического моделирования к конкретным задачам и реализовать их на ЭВМ.
3.3	Владеть:
3.3.1	методами имитационного моделирования.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	5 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 180 в том числе : аудиторные занятия : 34 самостоятельная работа : 88,7 часов на контроль : 54 контактная работа: 37,3 ИКР: 3,3	Виды контроля в семестрах: экзамены 7

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Статистическое моделирование случайных величин			
1.1	Статистическое моделирование /Лек/	7	8	Л1.1 Л1.2 Э1 Э2
1.2	Статистическое моделирование случайных величин /Ср/	7	14	Л1.1 Л1.2 Э1 Э2
	Раздел 2. Статистическое моделирование многомерных распределений			
2.1	Статистическое моделирование многомерных распределений /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Э1
2.2	Статистическое моделирование векторных случайных величин /Ср/	7	14,7	Л1.1 Л1.2 Э1
	Раздел 3. Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности			
3.1	Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности /Лек/	7	4	Л1.1 Л1.2 Э1
3.2	Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности /Ср/	7	16	Л1.1 Л1.2 Э1
	Раздел 4. Общие понятия теории случайных процессов			
4.1	Общие понятия теории случайных процессов /Лек/	7	4	Л1.1 Л1.2 Э1
4.2	Общие понятия теории случайных процессов /Ср/	7	12	Л1.1 Л1.2 Э1



Раздел 5. Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний				
5.1	Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Э1
5.2	Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний /Ср/	7	16	Л1.1 Л1.2 Э1
Раздел 6. Потоки однородных событий и их свойства				
6.1	Потоки однородных событий и их свойства /Лек/	7	6	Л1.1 Л1.2 Э1
6.2	Потоки однородных событий и их свойства /Ср/	7	8	Л1.1 Л1.2 Э1
Раздел 7. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов				
7.1	Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов /Лек/	7	8	Л1.1 Л1.2 Э1
7.2	Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов /Ср/	7	8	Л1.1 Л1.2 Э1
Раздел 8. экзамен				
8.1	Экзамен /Экзамен/	7	54	Л1.1 Л1.2
Раздел 9. Иная контактная работа				
9.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	7	3,3	Л1.1 Л1.2

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Семестровые (домашние) задания,
итоговый тест,
экзаменационная контрольная работа

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Пример семестрового задания. см. Приложение.
Пример тестовых заданий см. Приложение.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену,
пример экзаменационного билета см. Приложение

6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине определяется на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.

Итоговая оценка выставляется, исходя из количества баллов, набранных в течение семестра и полученных за экзамен

Начисляемые рейтинговые баллы.

(По каждой позиции указывается максимальный балл)

Домашние (семестровые) задания 3 части – 20+20+20=60 баллов

Итоговый тест - 10

Посещаемость - 10

Экзаменационная контрольная работа - 20

Итого 100 баллов

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного на практических занятиях и вынесенного на самостоятельную работу. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут

Максимальный балл за одну часть семестрового задания – 20 баллов

Максимальный балл за экзаменационную контрольную работу — 20 баллов. Этот балл складывается из баллов, полученных за каждый вопрос в билете. В билете – 2 теоретических вопроса и две задачи.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за экзамен:



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Статистическое моделирование (научный семинар)" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

0-49 баллов - неудовлетворительно (2);
50-69 баллов - удовлетворительно (3);
70-90 баллов - хорошо (4);
91-100 баллов - отлично (5).

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Плотников А. Н.	Элементарная теория анализа и статистическое моделирование временных рядов (https://e.lanbook.com/book/179030)	Санкт- Петербург : Лань, 2021	ЭБС
Л1.2	Бородин А. Н.	Случайные процессы (https://e.lanbook.com/book/211268)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (https://elibrary.ru/defaultx.asp?) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: https://elibrary.ru . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
Э2	Справочник «Информо» (http://www.informio.ru/) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: http://www.informio.ru/ . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

LibreOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .
2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 09.01.2019). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
3. Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/> (дата обращения: 09.01.2019). – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно- наглядных пособий.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные занятия и самостоятельная работа. На лекционных занятиях обсуждение теоретического материала сочетается с решением задач. Студенту желательно активно участвовать в проведении аудиторных занятий, задавать вопросы, высказывать свою точку зрения по поводу обсуждаемой проблемы, задачи. Умение обосновывать свою точку зрения, нахождения компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

Важным моментом при изучении любой дисциплины является организация самостоятельной работы. Проработку теоретического материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершении темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину. При этом следует обращаться к различным источникам информации (помимо рекомендованной литературы поиск нужного материала в интернете).



Желательно регулярно выполнять домашние занятия. Они могут содержать не только задачи, но и проработку нового теоретического материала.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (чат), или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, чаты, электронная почта).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с руководителем практики по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Статистическое моделирование (научный семинар)" по направлению
подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю)
Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 8

ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания,
процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Задания первой семестровой работы

1 задание

1. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$, $n = 0, 1, 2, \dots, 50$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=0}^{50} n \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.1;
- $\sum_{n=0}^{50} \left(\frac{n^7}{n!}\right) \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.01.

2. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = e^{-2} \cdot \frac{2^n}{n!}$, $n = 0, 1, 2, \dots$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot e^{-2} \cdot \frac{2^n}{n!}$ с точностью до 0.1;
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{n!}$ с точностью до 0.01.

3. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{8} \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^n$ с точностью до 0.1;
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4} \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^n$ с точностью до 0.01.

4. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = \frac{90}{\pi^4} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^4$, $n = 1, 2, \dots$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{\pi^4} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^3$ с точностью до 0.01;
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^4$ с точностью до 0.01.

5. Реализовать алгоритм моделирования непрерывной случайной величины распределенной с плотностью: $p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 7 \cdot e^{-7x}, & x \geq 0 \end{cases}$.

Используя полученную реализацию, вычислить значения интегралов методом Монте-Карло:

- $\int_0^{\infty} 7x \cdot e^{-7x} dx$ с точностью до 0.01;
- $\int_0^{\infty} \sqrt{x} \cdot e^{-7x} dx$ с точностью до 0.001.

Вариант № 2

1. Как определяются значения мультипликативного датчика и для чего он предназначен?
2. Как с помощью мультипликативного датчика моделируется распределение Эрланга порядка 2 с параметром 2? Чему равны среднее значение и дисперсия этого распределения?
3. Изобразить блок-схему алгоритма реализации на ЭВМ значений геометрического распределения с вероятностью успеха 0.8. Чему равно среднее значение этого распределения?
4. Как реализовать на ЭВМ равномерное распределение на прямоугольнике $[a,b] \times [c,d]$?
5. Какой временной ряд называется стационарным? Привести примеры стационарного и нестационарного временных рядов.
6. Что означает эргодичность стационарного случайного процесса по отношению к автоковариационной функции? Достаточное условие такой эргодичности.
7. Как зная автоковариационную функцию стационарного случайного процесса найти его спектральную плотность? Физический смысл спектральной плотности.
8. Как формулируется марковское свойство для случайного процесса с непрерывным временем и конечным числом состояний? Что означает однородность такого процесса?
9. Описать два способа моделирования на ЭВМ простейшего пуассоновского потока с интенсивностью 2.
10. Как через стационарное распределение вероятностей состояний СМО с ограниченной очередью вычисляются следующие операционные характеристики СМО:
 - a) доля времени простоя;
 - b) средняя очередь;
 - c) вероятность потери заявки.

Перечень вопросов к экзамену

1. Опишите мультипликативный датчик, генерирующий равномерное распределение на $[0,1]$.
2. Опишите общий алгоритм моделирования данного дискретного распределения с помощью мультипликативного датчика. Нарисуйте блок-схему алгоритма.
3. Опишите стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины с помощью мультипликативного датчика.
4. Как на базе мультипликативного датчика моделируется Γ -распределение с плотностью

$$f(x, \alpha, k) = \begin{cases} \frac{\alpha^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\alpha x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

где $k \in N$ (распределение Эрланга k -го порядка)? Ответ обосновать.

5. Опишите алгоритм метода суперпозиции моделирования случайных величин. Как смоделировать распределение с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, & 0 \leq x \leq 1, a_n \geq 0 \\ 0, & x \notin [0,1] \end{cases}$$

с использованием порядковых статистик? Составьте блок-схему алгоритма.

6. Опишите алгоритм метода исключения моделирования случайных величин. На каких теоремах он базируется?
7. Как моделируется стандартное нормальное распределение на базе центральной предельной теоремы? Практические рекомендации.
8. Моделирование χ^2 распределения с $2n$ степенями свободы ($n \in N$) с помощью мультипликативного датчика.
9. Свойства изотропных случайных векторов и их использование при статистическом моделировании n независимых, нормально распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.
10. Доказать, что если α_1 и α_2 – независимые случайные величины, равномерно распределенные на $[0,1]$, то $\eta_1 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \cos 2\pi \alpha_2$, $\eta_2 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \sin 2\pi \alpha_2$ – независимые случайные величины со стандартным нормальным законом распределения.
11. Стандартный метод моделирования случайных векторов и метод исключения.
12. Моделирование невырожденного многомерного нормального закона.
13. Определение случайного процесса, его конечномерных распределений. Числовые характеристики случайного процесса: математическое ожидание, дисперсия, ковариационная и автокорреляционная функции, их свойства. Гауссовские случайные процессы. Временные ряды.
14. Метод Монте-Карло для вычисления интегралов и среднего времени безотказной работы схем, состоящих из большого числа элементов.

15. Статистическое моделирование потоков Пальма, простейшего потока и потоков Эрланга.
16. Общие понятия теории случайных процессов.
17. Случайные процессы с марковским свойством, непрерывным временем и конечным числом состояний, переходные вероятности. Что означает однородность по времени таких процессов, сепарабельность и стохастическая непрерывность? Уравнения Колмогорова-Чепмена.
18. Теорема о существовании плотностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния для однородного марковского процесса с конечным числом состояний, сепарабельного и стохастически непрерывного.
19. Прямая и обратная системы Колмогорова.
20. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний и система уравнений для стационарного распределения вероятностей состояний. Формулировка эргодической теоремы.
21. Что такое поток однородных событий? Какой случайный процесс обычно связывают с потоком однородных событий? Определение основных свойств потоков событий: а) стационарность; б) ординарность; в) отсутствие последствия; г) ограниченное последствие. Как определяется интенсивность потока?
22. Определение пуассоновского потока. Простейший поток событий и вывод для него формул для вероятностей появления k событий за время t . Какой закон распределения вероятностей времени между двумя последовательными событиями простейшего потока?
23. Потоки Пальма и Эрланга. Объясните, почему “поток Эрланга можно получить просеиванием” простейшего потока событий и как? В каком случае поток Пальма будет потоком с последствием?
24. Для системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов, у которой входящий поток заявок простейший, а время обслуживания каналом заявки имеет показательное распределение, найти: а) плотность вероятностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния; б) стационарное распределение вероятностей состояний системы; в) операционные характеристики для стационарного режима (средняя длина очереди, среднее время ожидания в очереди, вероятность отказа, вероятность, что заявка будет стоять в очереди, доля времени простоя обслуживающей системы, среднее число занятых каналов).

Типовые задачи к экзамену

1. Вычислить интеграл методом Монте-Карло:

а)
$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} |\sin x| dx$$

б)
$$\iint_B \sin(x) \cos(y) dx dy$$
, где область B - единичный круг с центром в начале координат.

в)
$$\int_0^1 e^{-2+x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)2^n x^n}{n!} dx$$

2. Платная стоянка для автомобилей имеет 40 мест. Считается, что поток автомашин, прибывающих на стоянку – простейший с интенсивностью 15 авт./час. Известно, что время пребывания автомобиля на стоянке распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{-x}$, $x > 0$, средним 3 часа. Оплата почасовая: 15 руб/час. Определить среднюю выручку владельца за одну неделю.

3. Автозаправочная станция имеет 4 бензоколонки. Входящий поток автомашин простейший с интенсивностью 1.5 авт/мин. Если все колонки заняты, автомобиль уезжает. Время заправки распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{25} (e^{-x} + x^4 e^{-x})$, $x > 0$ и средним 4.84 мин.

Определить среднее число занятых колонок в установившемся режиме работы.

4. Покупатели магазина образуют поток Эрланга 5 порядка с интенсивностью 50 чел/час . Обслуживание производят 5 продавца, и время обслуживания распределено по экспоненциальному закону со средним 6 мин. Определить среднее число занятых продавцов в установившемся режиме работы

Примеры билета для экзаменационной контрольной работы

Пример экзаменационного билета.

1. Прямая и обратная системы Колмогорова.
2. Опишите алгоритм метода исключения моделирования случайных величин. На каких теоремах он базируется?
3. Вычислить интеграл методом Монте-Карло

$$\iint_B \sin(x) \cos(y) dx dy, \text{ где область } B \text{ - единичный круг с центром в начале координат.}$$

4. Автозаправочная станция имеет 4 бензоколонки. Входящий поток автомашин простейший с интенсивностью 1.5 авт/мин. Если все колонки заняты, автомобиль уезжает. Время заправки распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{25}(e^{-x} + x^4 e^{-x})$, $x > 0$ и средним 4.84 мин.

Определить среднее число занятых колонок в установившемся режиме работы.

