

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.09.2025 11:13:06  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bf898f3b6cb77a486b9a8788b8322303



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

**Фонд оценочных средств  
для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)**

**Дифференциальные уравнения**

Направление подготовки (специальность)  
**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль)

**Прикладная математика и искусственный интеллект**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Челябинск, 2025 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
  - 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
  - 3.1. Виды оценочных средств
  - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
  - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
  - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.
  - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: Прикладная математика и искусственный интеллект

Дисциплина: *Дифференциальные уравнения*

Семестры изучения: *3,4 семестры*

Форма промежуточной аттестации: *3 семестр – экзамен, 4 семестр – экзамен.*

Использование балльно-рейтинговой системы для оценивания результатов.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

### 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Имеет представление об известных математических моделях, применяемых для решения задач в области профессиональной деятельности ОПК-3.2. Демонстрирует умения применять и модифицировать математические модели для решения прикладных задач	Знает: известные математические модели, применяемые для решения задач в области теории дифференциальных уравнений. Уметь: применять математические модели для решения прикладных задач с использованием теории обыкновенных дифференциальных уравнений.



### 3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### 3.1 Виды оценочных средств

№ п / п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/№ задания
1	ОПК-3 Знать простейшие типы дифференциальных уравнений Уметь решать простейшие дифференциальные уравнения, Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.	Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной	1. Контрольная работа №1 2. Проверка домашних заданий по разделу 1 3. Тест за 3 семестр	1. Вопросы к экзамену 2. Билеты для проведения экзамена в 3 семестре
2	ОПК-3 Знать основные формулы общего и частного решения линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами, определения и свойства матричной экспоненты; Уметь решать линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами, применять матричную экспоненту к решению систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.	Раздел 2. Линейные уравнения и системы. Раздел 3. Теоремы существования и единственности решения задач Коши.	1. Контрольная работа №2 2. Проверка домашних заданий по разделу 2, занятия 8-12 3. Проверка домашних заданий по разделу 2, занятия 14-16 4. Тест за 3 семестр	1. Вопросы к экзамену 2. Билеты для проведения экзамена в 3 семестре
3	ОПК-3 Знать методы понижения порядка дифференциальных уравнений; условия существования и единственности	Раздел 3. Теоремы существования и единственности решения задач Коши.	1. Контрольная работа №3 2. Проверка	1. Вопросы к экзамену 2. Билеты для прове-



	<p>решения задачи Коши для нормальных систем дифференциальных уравнений и для уравнения <math>n</math>-го порядка в нормальном виде; понятия особого решения.</p> <p>Уметь применять методы понижения порядка; исследовать задачу Коши. Находить особые решения уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной.</p> <p>Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.</p>	<p>Раздел 4. Уравнения, неразрешенные относительно производной.</p> <p>Раздел 5. Уравнения, допускающие понижение порядка.</p>	<p>ка домашних заданий по разделам 3-5 3. Тест за 4 семестр</p>	<p>дения экзамена в 4 семестре</p>
4	<p>ОПК-3</p> <p>Знать характер зависимости решений от начальных условий, классификацию положений равновесия линейных автономных систем второго порядка; основные определения и положения теории устойчивости.</p> <p>Уметь строить фазовые портреты линейных автономных систем второго порядка, находить производную по параметру и начальному условию, исследовать устойчивость решения системы дифференциальных уравнений.</p> <p>Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.</p>	<p>Раздел 6. Непродолажаемые решения.</p> <p>Раздел 7. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и правой части уравнения.</p> <p>Раздел 8. Дифференцируемость решения по параметру.</p> <p>Раздел 9. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства.</p> <p>Раздел 10. Первые интегралы.</p> <p>Раздел 11. Теория устойчивости.</p> <p>Раздел 12. Уравнения в частных производных первого порядка.</p>	<p>1. Контрольная работа №4 2. Проверка домашних заданий по разделам 7-9 3. Проверка домашних заданий по разделам 10-12 4. Тест за 4 семестр</p>	<p>1. Вопросы к экзамену 2. Билеты для проведения экзамена в 4 семестре</p>

*Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.*



### 3.2 Содержание оценочных средств

Оценочные средства представляют собой:

- типовые контрольные работы, проводимые в течение 3,4 семестров;
- проверка домашних заданий по всем разделам;
- проверка конспектов лекций;
- тестирование по всем разделам дисциплины: <http://moodle.uio.csu.ru/course/view.php?id=1103>, проводится в конце 3 и 4 семестров;
- экзаменационные билеты, каждый из которых содержит 3 практических задачи и 2 теоретических вопроса из списка вопросов к экзамену.

Вопросы к экзамену за 3 семестр:

1. Определение дифференциального уравнения и решения дифференциального уравнения. Задача Коши и краевая задача.
2. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения (векторное поле) и его решения (интегральная кривая).
3. Задача обратная решению дифференциального уравнения.
4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
5. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения.
7. Комплексная функция. Нормальная система дифференциальных уравнений. Расщепление комплексной системы на систему действительных уравнений.
8. Теорема существования и единственности (формулировка). Теорема существования и единственности для уравнения  $n$ -го порядка (фор-ка).
9. Экспонента комплексного числа, свойства.
10. Некоторые сведения о линейных дифференциальных уравнениях, свойства решений (с доказательством).
11. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Определение оператора  $L(p)$ , его свойства. Доказательство формулы:  
$$L(p)e^{\lambda t} = L(\lambda)e^{\lambda t}.$$
12. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). Теорема о виде решения.
13. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). Действительное решение уравнения с действительными коэффициентами.



14. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). Формула смещения. Предложение о семействе функций  $\omega_0(t), \omega_1(t), \dots, \omega_{k-1}(t), \omega_k(t)$ .
15. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). Теорема о виде решения.
16. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Вид решения. Определение квазимногочлена. Теорема о виде частного решения.
17. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Свойство квазимногочленов.
18. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Случай простых корней характеристического уравнения.
19. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Общий случай.
20. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Простейшие свойства решений однородной системы. Линейная зависимость системы решений.
21. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.
22. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Соответствие между произвольной матрицей с ненулевым определителем и фундаментальной матрицей линейной системы.
23. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Правило дифференцирования детерминанта. Формула Лиувилля.
24. Нормальная неоднородная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Вид решения. Метод вариации постоянных.
25. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Сведение к нормальной линейной системе. Эквивалентность решения уравнения и системы.
26. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Линейная независимость. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.
27. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Формула Лиувилля.



28. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
29. Показательная функция матрицы. Ряд от матрицы.
30. Экспонента матрицы. Свойства и способы ее нахождения.
31. Экспонента диагональной и жордановой матрицы.
32. Линейные уравнения второго порядка. Приведение к виду без первой производной.
33. Понятия колеблющегося и неколеблющегося на интервале решения. Теорема о неколеблющемся решении.
34. Теорема Штурма и ее следствие.
35. Теорема сравнения и ее следствие.
36. Теорема Кнезера. Понятие о краевых задачах. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения  $n$ -го порядка.
37. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения. Ломаные Эйлера.
38. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.

Вопросы к экзамену, 4 семестр:

1. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности, следствие.
2. Дискриминантная кривая, особое решение дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной.
3. Методы решения уравнений, неразрешенных относительно производной: разрешение относительно производной, метод введения параметра. Уравнения Клеро.
4. Уравнения, допускающие понижение порядка. Промежуточные интегралы. Уравнения, которые не содержат явно искомую функцию или независимую переменную.
5. Понижение порядка в однородных уравнениях. Приведение к полной производной.
6. Непродолжаемые решения. Предложение о существовании непродолжаемого решения.
7. Предложение о выходе непродолжаемого решения за границу ограниченного замкнутого множества, следствие для автономной системы. Пример.



8. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и правой части уравнения. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части уравнения. Следствие о непрерывной зависимости решений от начальных условий.
9. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметра.
10. Дифференцируемость решения по параметру. Теорема о дифференцируемости решения по параметру, система уравнений в вариациях. Следствие о дифференцируемости решения по начальным значениям, система уравнений в вариациях.
11. Теорема о дифференцируемости по параметру высоких порядков, следствие о разложении решения по степеням малого параметра.
12. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. Понятие автономной системы и нормальной автономной системы. Кинематическая интерпретация решения автономной системы. Совпадение двух траекторий.
13. Положения равновесия и замкнутые кривые. Три вида траекторий автономной системы.
14. Фазовые пространства. Фазовые траектории. Критерий положения равновесия. Связь геометрической и кинематической интерпретаций решений нормальной системы.
15. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. невырожденный случай.
16. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. вырожденный случай.
17. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. существование нулевого собственного значения.
18. Первые интегралы. Критерий первого интеграла. функциональная независимость первых интегралов в области, ее связь с линейной независимостью.
19. Теорема о существовании  $n$  независимых первых интегралов.
20. Теорема о получении решения с помощью первых интегралов. Теорема о выражении любого первого интеграла через систему  $n$  независимых первых интегралов.
21. Первые интегралы автономных систем, теорема о существовании  $n-1$  независимого первого интеграла, не содержащего  $t$ .
22. Устойчивость решения по Ляпунову, асимптотическая устойчивость по Ляпунову, связь этих понятий. Переход от исследования устойчивости произвольного решения к исследованию устойчивости нулевого решения.



23. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
24. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Производная функции в силу системы уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Примеры.
25. Теорема Четаева о неустойчивости. Пример.
26. Теорема об устойчивости по первому приближению. Пример.
27. Предельные циклы.
28. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейное однородное уравнение, теорема о связи решения с первым интегралом системы дифференциальных уравнений. Лемма о первых интегралах системы. Теорема об общем решении линейного уравнения.
29. Квазилинейное уравнение, понятие характеристики уравнения. Теорема о решении квазилинейного уравнения. Теорема о получении решения из первого интеграла. Теорема об общем решении квазилинейного уравнения (формулировка).
30. Задача Коши для квазилинейного уравнения, теорема о существовании единственного решения задачи Коши, геометрический смысл условия теоремы, пример.



Билеты для проведения экзамена в 3 семестре.

**БИЛЕТ 1.**

1. Решить задачу Коши:  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ ,  $y(1) = 1$ .
2. Решить систему уравнений  $\dot{x} = Ax$ :  $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 2$ ,  $\lambda_3 = -1$ .
3. При каких  $a$  и  $b$  каждое решение уравнения  $y'' + ay' + by = 0$ , кроме  $y(x) \equiv 0$ , возрастает по абсолютной величине, начиная с некоторого  $x$ ?
4. Определение дифференциального уравнения и решения дифференциального уравнения.
5. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.

**БИЛЕТ 2.**

1. Решить уравнение:  $e^x \sin^3 y + (1 + e^{2x}) \cos y \cdot y' = 0$
2. Решить уравнение:  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$ .
3. Найти общее решение уравнения, используя формулу Лиувилля:  $t^2 \ddot{x} - 3t \dot{x} + 4x = 0$ .
4. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения (векторное поле) и его решения (интегральная кривая).
5. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Случай простых корней характеристического уравнения.

**БИЛЕТ 3.**

1. Решить задачу Коши:  $y \cos x dx + \sin x dy = \cos 2x dx$ ,  $y(\pi/2) = 1$ .
2. Решить систему уравнений:  $\begin{cases} \dot{x} = x + 8y - 8e^t \\ \dot{y} = y + 2x - 2e^t. \end{cases}$
3. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение (возможно меньшего порядка), имеющее данные частные решения:  $3x^2 + 6x + 23$ ,  $9x^2 - 3$ ,  $3x + 12$ .
4. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения первого порядка.
5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения (Доказательство единственности).



**БИЛЕТ 4.**

1. Решить задачу Коши:  $y' + \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x} = 0$ ,  $y(1) = 1$ .
2. Решить уравнение:  $y'' - 2y' = \sin x$ .
3. Найти общее решение уравнения, используя формулу Лиувилля:  $(2t + 1)\ddot{x} + 4t\dot{x} - 4x = 0$ .
4. Задача обратная решению дифференциального уравнения.
5. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Соответствие между произвольной матрицей с ненулевым определителем и фундаментальной матрицей линейной системы.

**БИЛЕТ 5.**

1. Решить задачу Коши:  $x^2y' = 2xy - 3$ ,  $y(-1) = 1$ .
2. Решить систему уравнений  $\dot{x} = Ax$ :  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_{2,3} = 1$ .
3. Записать значения параметров  $a$  и  $b$ , чтобы  $y_1 = \cos 3x$  и  $y_2 = e^x$  являлись решениями линейного уравнения  $y'' - by'' + ay' - aby = 0$  ( $a = \text{const}$ ,  $b = \text{const}$ ).
4. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Определение оператора  $L(p)$ , его свойства. Доказательство формулы:  $L(p)e^{\lambda t} = L(\lambda)e^{\lambda t}$ .
5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения (Доказательство существования).

**БИЛЕТ 6.**

1. Решить задачу Коши:  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$ ,  $y(1) = 0$ .
2. Решить уравнение:  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$ .
3. Оценить сверху и снизу расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения данного уравнения на заданном отрезке:  $(e^x + 7)y'' + e^{2x}y = 0$ ,  $x \in [0, 5]$ .
4. Комплексная функция. Нормальная система дифференциальных уравнений. Расщепление комплексной системы на систему действительных уравнений.
5. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Правило дифференцирования детерминанта. Формула Лиувилля для нормальной системы.



**БИЛЕТ 7.**

1. Решить уравнение:  $x^2 \cos^2 x (y - 2 \sin y + 3) dy - (x^2 + \cos^2 x) dx = 0$ .
2. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + 1 \\ \dot{y} = y - 4x. \end{cases}$$
3. При каких  $a$  и  $b$  все решения уравнения  $y'' + ay' + by = 0$  ограничены на всей числовой прямой  $-\infty < x < +\infty$ ?
4. Уравнения в полных дифференциалах.
5. Теорема Штурма и ее следствие.

**БИЛЕТ 8.**

1. Решить уравнение  $y' - (x + y) \ln(x + y + 5) = 5 \ln(x + y + 5) - 1$ , при условии  $y(0) = e - 5$ .
2. Найти  $e^{tA}$  при:  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
3. Даны два различных решения  $y_1$  и  $y_2$  линейного неоднородного уравнения первого порядка. Выразить через них общее решение этого уравнения.
4. Нормальная неоднородная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Вид решения. Метод вариации постоянных для решения линейной системы.
5. Линейные уравнения второго порядка. Приведение к самосопряженному виду, к виду без первой производной (с помощью замены независимого переменного и с помощью замены неизвестной функции).

**БИЛЕТ 9.**

1. Решить уравнение:  $(x^2 y^3 + y) dx + (x^3 y^2 + x) dy = 0$ .
2. Решить систему уравнений  $\dot{x} = Ax$ :  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 1$ ,  $\lambda_3 = 2$ .
3. При каких  $a$  и  $b$  каждое решение уравнения  $y'' + ay' + by = 0$  обращается в нуль на бесконечном множестве точек?
4. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Вид решения. Определение квазимногочлена. Теорема о виде частного решения.
5. Показательная функция матрицы. Ряд от матрицы.



Билеты для проведения экзамена в 4 семестре.

#### БИЛЕТ 1.

1. Для задачи Коши  $\dot{x} = xt^6$ ,  $x(0) = 1$  построить последовательные приближения  $x_0(t)$ ,  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ .
2. Для уравнения  $\dot{x} = \operatorname{tg} x$  найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость.
3. Найти производную от решения данного дифференциального уравнения по параметру  $\mu$  при  $\mu = 0$ :  $y' = y - x + \mu x e^{2y}$ ,  $y(1) = 2 - \mu$ .
4. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности, следствие.
5. Задача Коши для квазилинейного уравнения, теорема о существовании единственного решения задачи Коши (формулировка), геометрический смысл условия теоремы.

#### БИЛЕТ 2.

1. Для уравнения  $\dot{x} = x^{1/3}t^3$  найти первый интеграл  $V(t, x) = \operatorname{const}$ .
2. Для системы уравнений  $\begin{cases} \dot{x} = 5x + 3y \\ \dot{y} = -y - 3x \end{cases}$  нарисовать фазовый портрет и исследовать на устойчивость нулевое решение.
3. Найти производную от решения задачи  $y' = 2xy + \sin y$ ,  $y(1) = y_0$  по  $y_0$  при  $y_0 = 0$ .
4. Непродолжаемые решения. Предложение о существовании непродолжаемого решения.
5. Дискриминантная кривая, особое решение дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной.

#### БИЛЕТ 3.

1. Для задачи Коши  $x\dot{x} = t^3$ ,  $x(0) = 1$  указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Нарисовать фазовый портрет и исследовать на устойчивость положения равновесия системы  $\dot{x} = -2x + 4x^3$ .
3. Для системы уравнений  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 4y + 3x \end{cases}$  построить два независимых первых интеграла.
4. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части уравнения. Следствие о непрерывной зависимости решений от начальных условий.
5. Методы решения уравнений, неразрешенных относительно производной: разрешение относительно производной, метод введения параметра, Уравнения Клеро.



---

**БИЛЕТ 4.**

1. Для задачи Коши  $\dot{x} = xt^3$ ,  $x(0) = 1$  построить три последовательных приближения  $x_0(t)$ ,  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ .
2. Для системы уравнений  $\begin{cases} \dot{x} = 2y - 3x \\ \dot{y} = y - 2x \end{cases}$  нарисовать фазовый портрет и исследовать на устойчивость нулевое решение.
3. Решить уравнение  $y^2 - (x + y + y/x)y' + y + y^2/x = 0$  и выделить интегральные кривые, проходящие через точку  $M_1(1, 0)$  или через точку  $M_2(0, 0)$ .
4. Дифференцируемость решения по начальным значениям, система уравнений в вариациях.
5. Уравнения, допускающие понижение порядка. Промежуточные интегралы.

---

**БИЛЕТ 5.**

1. Решить уравнение:  $yy'' + 1 = y'^2$ .
2. Нарисовать фазовый портрет системы  $\dot{x} = -3x^2 + 4x$ .
3. В зависимости от параметра  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  исследовать на устойчивость нулевое решение системы уравнений  $\begin{cases} \dot{x} = -y - \varepsilon x + x^3 \\ \dot{y} = y^3 + x. \end{cases}$
4. Непродолжаемые решения. Предложение о существовании непродолжаемого решения.
5. Фазовые пространства. Фазовые траектории. Критерий положения равновесия. Связь геометрической и кинематической интерпретаций решений нормальной системы.

---

**БИЛЕТ 6.**

1. Решить уравнение:  $x^2y'^2 = xyy' + 1$ .
  2. Нарисовать фазовый портрет и исследовать на устойчивость положения равновесия системы  $\dot{x} = 3x^2 - 6x$ .
  3. Для уравнения  $\dot{x} = x^{1/5}t^5$  найти первый интеграл  $V(t, x) = const$ .
  4. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Производная функции в силу системы уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости. Пример.
  5. Уравнения, допускающие понижение порядка. Уравнения, не содержащие явно искомой функции или независимого переменного.
-



#### БИЛЕТ 7.

1. Решить уравнение:  $(y')^2 - yy'' = (y/x)^2$ .
2. Для уравнения  $\dot{x} = \ln(1+x)$  найти положение равновесия и исследовать его на устойчивость.
3. Для уравнения  $\dot{x} = \mu\sqrt{\ln x} + xt$ ,  $x(0) = 1 - \frac{\mu}{\sqrt{2}}$  найти  $\left. \frac{\partial x(t, \mu)}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ .
4. Предложение о выходе непродолжаемого решения за границу ограниченного замкнутого множества, следствие для автономной системы.
5. Понятие автономной системы и нормальной автономной системы. Кинематическая интерпретация решения автономной системы. Совпадение двух траекторий.

#### БИЛЕТ 8.

1. Для задачи Коши  $\dot{x} = x^2/t$ ,  $x(1) = 1$  построить три последовательных приближения  $x_0(t)$ ,  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ .
2. Для системы уравнений построить два независимых первых интеграла: 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = y - 4x. \end{cases}$$
3. При каких  $a$  особая точка системы  $\dot{x} = a(x+y)$ ,  $\dot{y} = a^2y$  является седлом?
4. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметра.
5. Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях. Приведение к полной производной.

#### БИЛЕТ 9.

1. Решить уравнение:  $(y')^2 + 2yy'' = 0$ .
2. Для уравнения  $\dot{x} = \cos x$  найти положение равновесия и исследовать его на устойчивость.
3. При каких  $a, b, c, d$  для каждого решения системы  $\dot{x} = ax + by$ ,  $\dot{y} = cx + dy$  полярный угол точки  $(x(t), y(t))$  возрастает при увеличении  $t$ ?
4. Теорема о дифференцируемости по параметру высоких порядков, следствие о разложении решения по степеням малого параметра.
5. Дискриминантная кривая, особое решение дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной.



## **4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации**

Оценка за дисциплину формируется на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Если студент не согласен с оценкой, полученной по результатам текущего контроля, студент проходит мероприятие промежуточной аттестации в виде выполнения письменной работы, включающей два теоретических вопроса и три задачи. На выполнение работы отводится 90 минут. Максимальное возможное количество баллов за работу составляет 25 баллов.

Студент оформляет работу на отдельном листе и сдает преподавателю на проверку. В этом случае оценка за дисциплину рассчитывается на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации. Фиксация результатов учебной деятельности по дисциплине проводится в день экзамена при личном присутствии студента.

### **4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.**

*Критерии оценивания контрольных работ:*

Каждая задача оценивается из максимума в 5 баллов:

5 баллов: решение полное и без вычислительных ошибок;

4 балла: решение записано не достаточно полно либо имеются незначительные вычислительные ошибки;

3 балла: в решении присутствуют серьезные недочеты либо решение изложено с пробелами в рассуждениях и вычислительными ошибками;

2 балла: приведены верные мысли, но решение изложено в общих чертах, не до конца, либо с вычислительными ошибками, повлекшими неправильный ход решения;

1 балл: приведены верные идеи на начальном этапе решения;

0 баллов; за полное отсутствие решения.

Если полученная сумма превышает 25 баллов, то превышение засчитывается, как бонусный балл.

*Критерии оценивания проверки домашних заданий по всем разделам:*

15 баллов: решены без ошибок 91-100% домашних заданий;

14 баллов: решены без ошибок 85-90% домашних заданий;



13 баллов: решены без ошибок 79-84% домашних заданий;  
12 баллов: решены без ошибок 72-78% домашних заданий;  
11 баллов: решены без ошибок 66-71% домашних заданий;  
10 баллов: решены без ошибок 61-65% домашних заданий;  
9 баллов: решены без ошибок 56-60% домашних заданий;  
8 баллов: решены без ошибок 51-55% домашних заданий;  
7 баллов: решены без ошибок 43-50% домашних заданий;  
6 баллов: решены без ошибок 36-42% домашних заданий;  
5 баллов: решены без ошибок 30-35% домашних заданий;  
4 балла: решены без ошибок 26-31% домашних заданий;  
3 балла: решены без ошибок 21-25% домашних заданий;  
2 балла: решены без ошибок 11-20% домашних заданий;  
1 балл: решены без ошибок 5-10% домашних заданий;  
0 баллов: решены без ошибок менее 5% домашних заданий либо решение задач отсутствует.

*Критерии оценивания для проверки конспектов лекций:*

Проверка конспектов лекций производится в конце каждого семестра, оцениваются:

наличие в конспекте студента всех пройденных тем лекций - 5 баллов

полнота конспекта - 4 балла

аккуратность оформления - 1 балл

*Критерии оценивания для теста:*

Студент отвечает на тест, состоящий из 10 вопросов, правильный ответ на каждый вопрос оценивается в 1 балл. Время на прохождение тестирования - 30 минут. Студенту дается одна попытка для прохождения теста в LMS Moodle.

*Критерии оценивания для активной познавательной деятельности на практических занятиях:*

На каждом практическом занятии студент может получить 2 балла:

посещаемость - 1 балл;

работа у доски - 1 балл;

В противном случае баллы не начисляются. В конце семестра баллы за посещаемость переводятся пропорционально из максимума в 10 баллов, баллы за работу у доски переводятся пропорционально из максимума в 15 баллов.

*Критерии оценивания экзамена:*

Экзаменационный билет содержит 2 теоретических вопроса и 3 задачи. Экзаменационная работа оценивается в 25 баллов, при этом каждое задание оценивается в 5 баллов.



Критерии оценивания теоретического вопроса:

5 баллов: Студент отлично знает материал, приводит точные и полные доказательства. Студент практически не допускает ошибок.

4 балла: Студент хорошо знает материал. Однако, допускает незначительные ошибки и неточности при доказательстве теорем.

3 балла: Студент знаком с материалом, знает определения и формулировки теорем. Студент допускает грубые фактические ошибки, при доказательстве теорем, либо не доводит доказательство до конца.

2 балла: Студент излагает материал с трудом, с грубыми фактическими ошибками.

1 балл: Студент не знает основных положений вопроса, не ориентируется в основных понятиях.

0 баллов: Студент отказывается от ответов на вопрос.

Критерии оценивания решения задачи:

5 баллов: Задача решена верно.

4 балла: Задача решена с незначительными ошибками.

3 балла: Задание выполнено не менее, чем на 60 процентов.

2 балла: Ход решения верный, но решение содержит одну грубую ошибку.

1 балл: Задание начато, но не выполнено, допущены грубые ошибки.

0 баллов: Студент отказывается от решения задачи.

#### **4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций**

Семестр 3(Указано максимальное количество баллов)

Проверка конспекта лекций: 10

Проверка домашних заданий по всем разделам: 15

Активная познавательная деятельность на практических занятиях: 25

Контрольная работа №1 (Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной): 25

Контрольная работа №2 (Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами): 25

Тест за 3 семестр: 10

Итого 110

Экзамен 25

Семестр 4(Указано максимальное количество баллов)

Проверка конспекта лекций: 10

Проверка домашних заданий по всем разделам: 15



Активная познавательная деятельность на практических занятиях: 25  
Контрольная работа №3 (Теоремы существования, уравнения неразрешенные относительно производной и уравнения, допускающие понижение порядка): 25  
Контрольная работа №4 (Дифференцируемость по параметру, фазовые портреты, первые интегралы, устойчивость): 25  
Тест за 4 семестр: 10  
Итог 110  
Экзамен 25

Итоговая оценка выставляется, исходя из набранной суммы баллов:  
0-49 баллов – «неудовлетворительно»  
50-69 баллов – «удовлетворительно»  
70-90 баллов – «хорошо»  
91 и более – «отлично».

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Продвинутый уровень сформированности компетенций соответствует оценке «отлично»:
  - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки самостоятельного доказательства утверждений и полного воспроизведения определений, понятий и доказательств известных утверждений и теорем;
  - студент способен решить любую задачу из пройденного материала и объяснить своё решение.
2. Базовый уровень соответствует оценке «хорошо»:
  - предполагает формирование компетенций на среднем уровне: формируются навыки воспроизведения определений, понятий и доказательств известных утверждений и теорем;
  - студент способен решить задачи из пройденного материала и объяснить своё решение.



3. Пороговый уровень соответствует оценке «удовлетворительно»:
  - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: формируются навыки воспроизведения определений, понятий и формулировок известных утверждений и теорем;
  - студент способен отвечать на вопросы в форме теста. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень характеризуется несформированностью компетенций на начальном уровне по завершении изучения дисциплины, соответствует оценке «неудовлетворительно».

