

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 18.03.2025 14:53:17 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 Прикладная математика и информатика направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	---	--------

**Рабочая программа дисциплины (модуля)\***  
**Математический анализ**

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Прикладная математика и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2024

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2023 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом

математического анализа для дальнейшего использования в других областях

математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Задачи дисциплины заключаются в развитии следующих знаний, умений и навыков личности:

- применение основных аналитических понятий;

- предела, непрерывности, производной и интеграла к исследованию функций и описанию их свойств, применение упомянутых понятий для решения прикладных задач;

- овладение основными понятиями теории рядов, в частности теории связанной со степенными рядами и рядами Фурье;

- использование базовых математических задачи и математические методы в научных исследованиях для участия в работе научно-исследовательских работах;

- применения математических методов в различных областях профессиональной деятельности.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

УК-6.1. Демонстрирует понимание основных принципов самообразования, профессионального и личностного развития.

УК-6.2. Определяет свои личные ресурсы и возможности для достижения поставленной цели.

УК-6.3. Демонстрирует умение рационального распределения временных и/или иных ресурсов.

ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.

ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических наук.

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики для решения задач профессиональной деятельности.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.06

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Дисциплина изучается с первого семестра первого курса обучения и не требует особой предварительной подготовки, за исключением школьного курса математики.

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Понятия и методы математического анализа являются базой для освоения таких дисциплин профессионального цикла как:

Комплексный анализ

Математические основы аналитической механики и теоретической физики

Функциональный анализ

Вариационное исчисление и оптимальное управление

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**УК-6: Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни**

#### Знать:

основные правила планирования времени при самоорганизации внеаудиторной самостоятельной работы, предусмотренной рабочей программой учебной дисциплины.

#### Уметь:

критически оценить эффективность использования времени при решении поставленных задач, а также,



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

относительно полученного результата.

**Владеть:**

навыками оценки личностных ресурсов по достижению целей управления своим временем для успешного выполнения порученной работы и саморазвития.

**ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

**Знать:**

базовые понятия математического анализа, применяемые в математических науках, прикладной математике и информатике.

**Уметь:**

применять классические методы математического анализа в решении задач прикладной математики и информатики.

**Владеть:**

владеть методами решения прикладных задач на основе классических задач математического анализа.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1 Знать:</b>	
3.1.1	основные правила планирования времени при самоорганизации внеаудиторной самостоятельной работы, предусмотренной рабочей программой учебной дисциплины;
3.1.2	базовые понятия математического анализа, применяемые в математических науках, прикладной математике и информатике.
<b>3.2 Уметь:</b>	
3.2.1	критически оценить эффективность использования времени при решении поставленных задач, а также, относительно полученного результата;
3.2.2	применять классические методы математического анализа в решении задач прикладной математики и информатики.
<b>3.3 Владеть:</b>	
3.3.1	оценки личностных ресурсов по достижению целей управления своим временем для успешного выполнения порученной работы и саморазвития;
3.3.2	решения прикладных задач на основе классических задач математического анализа.

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>18 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 648 в том числе : аудиторные занятия : 384 самостоятельная работа : 222,5 : контактная работа: 425,5 ИКР: 41,5	Виды контроля в семестрах:  экзамены 1, 3 зачеты с оценкой 2

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Введение в анализ</b>			
1.1	Введение в анализ. Множество действительных чисел. Подмножества множества действительных чисел. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.2	Графики элементарных функций. Элементарные преобразования графиков. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 5

1.3	Принцип точной верхней грани, аксиома Архимеда. Основные принципы теории чисел. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.4	Доказательства неравенств. Метод математической индукции. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.5	Множества и отображения. Элементарные функции. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.6	Предел последовательности. Основные свойства пределов последовательностей. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.7	Предел последовательности. Теорема Вейерштрасса. Лемма Больцано - Вейерштрасса. Критерий Коши. Эйлерово число. /Лек/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.8	Предел функции. Свойства пределов. Первый и второй замечательные пределы. /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.9	Подпоследовательности. Верхний и нижний пределы. Свойства пределов. Основные теоремы о пределах и неравенства. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.10	Предел функций. Эквивалентность определений по Коши и Гейне. Критерий существования предела функции. Односторонние пределы. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.11	Разные задачи на нахождение пределов функций и последовательностей. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.12	Свойства пределов функций. Основные теоремы о пределах. Символы Ландау. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.13	Бесконечно малые последовательности и функции. Эквивалентность б.м. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.14	Непрерывность. Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций. Критерий непрерывности монотонной функции. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
1.15	Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Возможность доопределения функции в точке по непрерывности. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 2. Дифференцирование функций одной переменной</b>				



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

2.1	Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Производная и ее свойства. Критерий дифференцируемости. Правая и левая производная. Примеры недифференцируемых функций. /Лек/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
2.2	Производная функции в точке. Свойства производных. Табличные производные. Производная функции, заданной параметрически. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
2.3	Производная сложной функции. Таблица производных. /Лек/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
2.4	Производная обратной и неявной функции. Производная функции, заданной параметрически. /Лек/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
2.5	Касательная плоскость. Нормаль. Вычисление пределов с помощью производных. Правила Лопиталя - Бернулли. /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
2.6	Правила Лопиталя. Дифференцируемость функции. Дифференцируемость и касательная. Физический смысл производной. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора (Пеано, Лагранж). /Лек/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
2.7	Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 3. Исследование функций и построение графиков</b>				
3.1	Исследование функций и построение графиков. Монотонность, экстремумы, выпуклость-вогнутость, точки перегиба, асимптотическое поведение. /Лек/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.2	Исследование функций и построение графиков. Монотонность, экстремумы. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.3	Неравенство Иенсена. Односторонняя дифференцируемость выпуклой функции. /Лек/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.4	Исследование функций и построение графиков. Асимптоты. /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.5	Непрерывность выпуклой функции. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций. /Лек/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.6	Выпуклые множества. Выпуклые функции. Неравенство Иенсена. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
<b>Раздел 4. Первообразная и неопределенный интеграл</b>				
4.1	Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 7

4.2	Первообразная. Использование таблицы производных. Неопределенный интеграл. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
4.3	Таблица интегралов. Замена переменных. Интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций /Лек/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
4.4	Интегрирование по частям. Замена переменных. Подстановки. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
4.5	Универсальная тригонометрическая замена. Дифференциальный бином. Метод Остроградского. /Лек/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
4.6	Простейшие дроби. Интегрирование дробно-рациональных функций /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 5. Определенный интеграл Римана. Несобственные интегралы</b>				
5.1	Определенный интеграл Римана. Теорема Дарбу. Теорема Лебега. Функция Барроу. Теорема Ньютона-Лейбница /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
5.2	Определенный интеграл Римана. Основные свойства определенного интеграла. Вычисление определенного интеграла. Замена переменных. /Пр/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
5.3	Интегрирование по частям. Замена переменных. Первая теорема о среднем. Приложения. /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
5.4	Интегрирование по частям в определенном интеграле. Теорема Барроу о дифференцировании интеграла по верхнему пределу. /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
5.5	Несобственные интегралы по неограниченному промежутку. Признаки сравнения. Признаки сходимости. Признак Дирихле. /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
5.6	Приложения определенного интеграла. Вычисление длин дуг, площадей, объемов тел вращения, центров тяжести и пр. /Пр/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
5.7	Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения. Признаки сходимости. Признак Дирихле. /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 6. Анализ функций нескольких переменных. Формула Тейлора. Экстремумы</b>				
6.1	Функции нескольких переменных. Расстояния, шары и окрестности. Предел, непрерывность. /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 8

6.2	Функции нескольких переменных. Область определения функции нескольких переменных. Сечения функции нескольких переменных. Поверхности второго порядка. /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
6.3	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Касательная плоскость. Дифференциал. Частные производные и производные по направлению. Теорема Юнга (о равенстве смешанных производных). /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
6.4	Частные производные функции нескольких переменных. Производная по направлению и градиент. /Пр/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
6.5	Формула Тейлора. Экстремумы. Экстремумы в замкнутой ограниченной области. /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
6.6	Производная сложной функции нескольких переменных. Производная неявной функции. /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
6.7	Необходимые условия экстремума без ограничений для функции нескольких переменных. Достаточные условия экстремума для функций двух переменных. Наибольшие и наименьшие значения функции в замкнутой и ограниченной области. /Пр/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 7. Кратные интегралы</b>				
7.1	Мера Жордана. Кубируемые (квадрируемые – $n=2$ ) по Жордану множества. Критерий измеримости по Жордану. Мера гладкого образа бруса. Множества Жордановой меры нуль. /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
7.2	Повторные интегралы. Вычисление повторных интегралов. Двойные интегралы по брусу. /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
7.3	Интеграл Римана на бруссе. Классы функций, интегрируемых по Риману. Свойства кратного интеграла. Теорема о повторном интегрировании для интеграла Римана на бруссе. Цилиндроподобные. /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
7.4	Вычисление двойных интегралов расстановкой пределов интегрирования. /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
7.5	Повторно-кратные интегралы на прямом произведении бруссов. Расстановка пределов интегрирования. /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
7.6	Вычисление тройных интегралов расстановкой пределов интегрирования. /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3



7.7	Расстановка пределов интегрирования в двойных интегралах. Расстановка пределов интегрирования в тройных интегралах. Классы повторных интегралов. Теорема о геометрическом смысле якобиана. Теорема о замене переменных в кратных интегралах. Некоторые специальные замены переменных. /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
7.8	Полярная замена координат в двойных интегралах. Другие замены переменных. /Пр/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
7.9	Цилиндрическая и сферическая замены в тройных интегралах. /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
7.10	Применение кратных интегралов. /Пр/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 8. Криволинейные интегралы I-го рода</b>				
8.1	Интеграл Римана по дуге спрямляемой линии: определение, суммы Дарбу, критерий Дарбу существования интеграла. Интеграл Римана по дуге спрямляемой линии: определение, суммы Дарбу, критерий Дарбу существования интеграла. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
8.2	Вычисление длин дуг кривых, заданных явными уравнениями, параметрическими уравнениями. Вычисление криволинейных интегралов первого рода. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
8.3	Интегрируемость непрерывных вдоль дуги функций. Критерий спрямляемости дуги. Вычисление. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
8.4	Нахождение масс, центров тяжести, моментов и т.п. характеристик плоских и пространственных дуг. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 9. Поверхностные интегралы I-го рода</b>				
9.1	Поверхность размерности «k» в как образ k-мерного кубического множества. Гладкие поверхности. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
9.2	Вычисление площадей поверхностей, заданных явными и параметрическими уравнениями. Вычисление поверхностных интегралов первого рода. /Пр/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
9.3	Матрица Грама и определитель Грама системы векторов. Критерий интегрируемости функции на гладкой k-мерной поверхности. Вычисление. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 10. Криволинейные интегралы II-го рода</b>				
10.1	Криволинейные интегралы II-го рода. Определение и элементарные свойства. Формула Грина. /Лек/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 10

10.2	Вычисление криволинейных интегралов 2-го рода на плоскости и в пространстве. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
10.3	Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов 2-го рода. Интегрирование полных дифференциалов. Независимость интеграла от пути интегрирования. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 11. Поверхностные интегралы II-го рода</b>				
11.1	Поверхностные интегралы I-го рода. Свойства. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы II-го рода. Свойства интегралов II-го рода. Формула Гаусса – Остроградского. Формула Стокса. /Лек/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
11.2	Поверхностные интегралы 2-го рода. Формула Гаусса - Остроградского. Вычисление объемов. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
11.3	Формула Стокса. Независимость интеграла от пути. Интегрирование полных дифференциалов. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 12. Векторный анализ. Элементы теории поля</b>				
12.1	Теория поля. Скалярные и векторные поля. Дивергенция и вихрь векторного поля. Приложения в физике. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
12.2	Элементы теории поля. Соленоидальные и потенциальные поля. Градиент, дивергенция и ротор. Силовые линии поля. Линии уровня. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
12.3	Цилиндрические координаты. Оператор Гамильтона. Оператор Лапласа. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 13. Числовые ряды</b>				
13.1	Числовые ряды. Сходимость. Критерий Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
13.2	Числовые ряды. Сходимость. Признаки сравнения. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
13.3	Признаки Лейбница, Абеля, Дирихле. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
13.4	Признаки Даламбера, Коши. Интегральный признак. Другие признаки сходимости числовых рядов с положительными членами. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
13.5	Знакопеременные ряды. Сходимость абсолютно-сходящегося ряда. Признак Лейбница, признак Дирихле, признак Абеля. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 14. Функциональные ряды</b>				



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 11

14.1	Функциональные последовательности. Сходимость функциональных последовательностей. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функционального ряда. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
14.2	Функциональные последовательности и ряды. Общая теория. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость. Интегрирование и дифференцирование рядов. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
14.3	Степенные ряды. Первая теорема Абеля. Теорема о структуре области сходимости функционального ряда. Радиус сходимости. Формула Коши-Адамара. Формула Даламбера. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда на действительном промежутке. /Лек/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
14.4	Степенные ряды. Радиус сходимости. Формулы Даламбера и Коши. Сходимость степенного ряда в граничных точках промежутка сходимости. Интегрирование и дифференцирование степенного ряда. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
14.5	Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. Разложения основных элементарных функций. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
14.6	Ряды Тейлора (Маклорена). Разложение основных элементарных функций. Получение разложений с помощью почленного дифференцирования и интегрирования. Приближенные вычисления с помощью рядов. /Пр/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
14.7	Тригонометрические ряды. Ряды Фурье. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Принцип Локализации Римана. Теорема Жордана-Дирихле. Среднеквадратичная сходимость ряда Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. /Лек/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
14.8	Ряды Фурье. Коэффициенты ряда Фурье. Разложение функций в ряды Фурье. Синус- и косинус разложения функций. /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
<b>Раздел 15. Самостоятельная работа студента</b>				
15.1	Подготовка к дифференцированному зачёту. /Ср/	2	25,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.2	Работа с учебником над разделами, вынесенными для самостоятельного изучения. /Ср/	2	20	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.3	Работа с учебником над разделами, вынесенными на самостоятельное изучение. /Ср/	1	27,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.4	Работа с учебником над разделами, вынесенными на самостоятельное изучение. /Ср/	3	25	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 12

15.5	Подготовка к экзамену за первый семестр. /Ср/	1	20	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.6	Подготовка к экзамену за третий семестр. /Ср/	3	25	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.7	Подготовка и выполнение текущих домашних заданий, типовых расчетов и домашних контрольных мероприятий. /Ср/	1	26	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.8	Подготовка и выполнение текущих домашних заданий, типовых расчетов и домашних контрольных мероприятий. /Ср/	3	23,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.9	Подготовка и выполнение текущих домашних заданий, типовых расчетов и домашних контрольных мероприятий. /Ср/	2	30	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.10	Индивидуальные консультации, текущий контроль. /ИКР/	1	14,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.11	Индивидуальные консультации, текущий контроль. /ИКР/	2	12,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3
15.12	Индивидуальные консультации, текущий контроль. /ИКР/	3	14,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2 Э3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа  
Семестровая работа (типовой расчет)  
Коллоквиум  
Вопросы к экзамену  
Задачи к зачету

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Типовые контрольные задания включают в себя типовой расчет, контрольные работы и коллоквиумы по темам: предел последовательности и предел функции, непрерывность функции в точке, дифференцирование функций одной переменной, неопределенный интеграл, двойные интегралы, тройные интегралы, криволинейные интегралы, числовые ряды, функциональные ряды.  
Демонстрационные варианты типовых расчетов и контрольных работ, а также вопросы к коллоквиумам находятся в приложениях.

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Список вопросов к экзамену и дифференцированному зачету.

1 семестр (экзамен)

Часть 1:

1. Множество действительных чисел
2. Подмножество множества действительных чисел
3. Элементарные функции
4. Определение предела последовательности и свойства (не арифметические)



5. Определение предела последовательности и арифметические свойства
6. Предел последовательности и неравенства
7. Предел функции в точке и свойства
8. Критерий существования предела последовательности (понятия  $\sup$  и  $\inf$ )
9. Число  $e$   
Часть 2:
  1. Предел функции и неравенства
  2. Замечательные пределы и эквивалентность
  3. Критерий существования предела функции
  4. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва
  5. Производная функции в точке. Ее геометрический и физический смысл
  6. Производная и арифметические операции. Производная композиции. Производная обратной функции
  7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (Ролля, Лагранжа, Коши)
  8. Выпуклость. Правило Лопиталья
  9. Неопределенный интеграл. Свойства. Формула интегрирования по частям
- 2 семестр (дифференцированный зачет)
  1. Первообразная и неопределенный интеграл.
  2. Простейшие приемы интегрирования.
  3. Интегрирование рациональных функций.
  4. Метод Остроградского.
  5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
  6. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
  7. Достаточные условия интегрируемости по Риману.
  8. Свойства интеграла Римана. Интеграл как функция верхнего предела.
  9. Формула Ньютона-Лейбница.
  10. Определение и свойства несобственного интеграла Римана.
  11. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
  12. Признаки Абеля-Дирихле сходимости несобственных интегралов.
  13. Методы приближенного вычисления определенных интегралов
  14. Определение и структура конечномерного пространства.
  15. Сходимость в конечномерном пространстве. Его полнота.
  16. Подмножества конечномерного пространства. Основные теоремы о множествах.
  17. Предел функций многих переменных. Повторные пределы.
  18. Непрерывность функций многих переменных. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства.
  19. Линейная и евклидова структура конечномерного пространства. Линейные функции многих переменных.
  20. Дифференцируемость и дифференциал функции в точке.
  21. Частные производные.
  22. Необходимые условия дифференцируемости функций многих переменных в точке. Локальные свойства дифференцируемых функций многих переменных.
  23. Достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных.
  24. Матрица Якоби. Производная по направлению. Градиент.
  25. Частные производные высших порядков. Высшие производные функций многих переменных и дифференциалы.
  26. Формула Тейлора.
  27. Экстремумы функций многих переменных.
  28. Поверхности в конечномерных пространствах и касательные пространства.
  29. Критические точки плоских кривых.
  30. Простейшие варианты теоремы о неявной функции. Теорема о неявной функции.
  31. Условный экстремум. Его необходимый признак. Достаточный признак условного экстремума.
  32. Определение и свойства меры Жордана.
  33. Определение кратного интеграла Римана. Его свойства.
  34. Замена переменных в кратном интеграле.
- 3 семестр (экзамен)
  1. Криволинейные интегралы первого рода и их свойства
  2. Криволинейные интегралы второго рода и их свойства
  3. Поверхности в конечномерном пространстве.
  4. Определение и свойства матрицы Грама.
  5. Поверхностный интеграл первого рода.
  6. Дифференциальные формы.



7. Ориентированные поверхности.
8. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.
9. Переход от поверхностного интеграла первого рода к поверхностному интегралу второго рода.
10. Переход от поверхностного интеграла второго рода к поверхностному интегралу первого рода.
11. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
12. Элементы векторного анализа.
13. Сумма и сходимость числового ряда.
14. Критерий Коши сходимости ряда.
15. Свойства сходящихся рядов.
16. Ряды с неотрицательными членами.
17. Признаки сравнения.
18. Ряды с положительными членами.
19. Достаточные признаки сходимости.
20. Знакопеременные ряды.
21. Достаточные признаки сходимости.
22. Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды
23. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и функциональных рядов.
24. Равномерная сходимость и непрерывность, интегрирование, дифференцируемость.
25. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара.
26. Свойства степенных рядов.
27. Ряды Тейлора.
28. Теорема Вейерштрасса.
29. Определение тригонометрического ряда.
30. Ряды Фурье.
31. Принцип локализации.
32. Сходимость ряда Фурье в точке.
33. Равномерная сходимость средних арифметических.

#### 6.4. Критерии оценивания

Оценка за дисциплину формируется на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Студент может повысить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации. Студент выбирает случайный билет, содержащий два теоретических вопроса и две задачи. Студенту предоставляется не более 60 минут на подготовку ответа. По истечении этого времени студент отвечает экзаменатору вопросы билета и объясняет, как решаются задачи. Фиксация результатов учебной деятельности по дисциплине проводится в день экзамена при личном присутствии студента.

Экзамен реализуется в письменной форме с последующим устным собеседованием со студентом. Задание состоит из двух теоретических вопросов первой и второй части соответственно. Каждый теоретический вопрос оценивается максимум на 20 баллов следующим образом. Верно данные определения и формулировки теорем оцениваются в 5 баллов. Если допущены ошибки – 0 баллов. Верно приведены примеры – 5 баллов. Примеры не приведены, или допущены ошибки 0 баллов. Приведено верное доказательство теоремы или двух свойств или следствий – 10 баллов. Если допущены ошибки – 0 баллов. Приложение к билету содержит две практические задачи из типовых расчетов семестра. В случае верного решения каждая оценивается на 5 баллов и в случае неверного решения на 0 баллов.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации и переводятся в проценты (например, в первом семестре:  $28(\text{контрольные работы})+20(\text{типовой расчет})+10(\text{экзамен})=100\%$ ):

0-64 % - неудовлетворительно (2);

65-77 % - удовлетворительно (3);

78-89 % - хорошо (4);

90-100 % - отлично (5).

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Зорич В. А.	Математический анализ. Ч. 1: учебник	Москва : Наука, 1981	



	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.2	Зорич В. А.	Математический анализ. Ч. 2: [учебник для университетов по специальностям "Математика" и "Механика"]	Москва : Наука, 1984	
Л1.3	Гер-Крикоров А.М., Шабунин М.И.	Курс математического анализа: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=65077">https://znanium.com/catalog/document?id=65077</a> )	Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2001	ЭБС
Л1.4	Демидович Б. П.	Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов ( <a href="https://e.lanbook.com/book/332675">https://e.lanbook.com/book/332675</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2023	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Давыдов Н. А., Коровкин П. П., Никольский В. Н.	Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459721">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459721</a> )	Москва : Просвещение, 1973	ЭБС
Л2.2	Фихтенгольц Г. М.	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1: учебное пособие для университетов и пединститутов	Москва : Наука, 1969	
Л2.3	Фихтенгольц Г. М.	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2: учебное пособие	Москва : Наука, 1966	
Л2.4	Фихтенгольц Г. М.	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3: учебное пособие для университетов и пединститутов	Москва : Физматгиз, 1963	

#### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт <a href="http://www.rffr.ru/rffi/ru">http://www.rffr.ru/rffi/ru</a>
Э3	Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий РАЕ <a href="https://www.monographies.ru/">https://www.monographies.ru/</a>

#### 7.3 Перечень информационных технологий

##### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

LibreOffice

##### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
2. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.



Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа студента. На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях рассматриваются основные методы и приемы решения задач дискретной математики. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах. Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

## 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и ассистивных информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «ElBraille-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.
2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.
3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.



При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) доступная форма предоставления инструкции по порядку проведения процедуры оценивания (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);
- в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

## Требования к выполнению семестровой работы:

1. Каждая семестровая работы должна быть сделана в отдельной 18 листовой тетради в клетку, на титульном листе должны быть указаны ФИО, группа, тема семестровой работы, дата сдачи, таблица с номерами задачи и строкой для баллов по каждой задаче.

2. Каждое задание должно начинаться с новой страницы и содержать: полную формулировку, решение, при необходимости графики и чертежи, ответ, проверку.

3. Если чертежи построены в программном пакете, они прикрепляются в качестве приложения.

4. Семестровая работа сдается согласно плану занятий преподавателю практики. Неверно сделанные задания переделываются после проверки и сдаются снова в течение двух недель.

### *Примерный вариант семестровой работы*

#### *Вариант №1*

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2n+1} = 2$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7-n+n^2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

**Задача 6.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

**Задача 7.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

**Задача 8.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}.$$

## Пример КР по теме

### Предел последовательности и предел функции

Вычислите пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 2}{3x^2 + 6x - 4};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{2x^2 - x - 6};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}{x-4};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x};$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n-2} \right)^{2n+4}.$$

**Пример КР по теме**  
**Непрерывность функции одной переменной**

Исследуйте функции на непрерывность и сделайте эскиз графика:

$$1) y = \begin{cases} 2x-1, & \text{если } x \leq 1, \\ \frac{1}{x-1}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

2)

$$y = \frac{1}{x^2 - x}$$

3)

$$y = \frac{1}{2^x - 1}$$

$$4) y = \frac{1}{\ln x - 1}$$

$$5) y = 4^{\frac{1}{x-2}}$$

**Пример КР по теме**  
**Дифференцирование функций одной переменной**

- 1) Найти производную  $\frac{dy}{dx}$ ;  $y = \sin^5(3x^7)$
- 2) Найти производную  $\frac{dy}{dx}$ ;  $y^3 = \frac{\sin(xy)}{x^2 + y}$ ;
- 3) Найти промежутки монотонности функции  $y = \sqrt{x}(x - 3)$ .
- 4) Найти предел по правилу Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^3}$ .
- 5) Провести полное исследование функции и построить ее график  $y = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 5}$ .

**Пример КР по теме  
Неопределенные интегралы**

1)  $\int \frac{x^2 dx}{1+3x^3}$ .

2)  $\int x^2 \sin 2x dx$ .

3)  $\int \frac{1-5x}{\sqrt{-x^2-2x}} dx$ .

4)  $\int \frac{x^4 dx}{(x-1)(x+3)(x+5)} dx$ .

5)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$

**Пример КР по теме  
Двойные интегралы**

Изменить порядок интегрирования

1)  $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy$

2)  $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$

Вычислить

3)  $\iint_D 44xy dx dy$   $D: x = 1; y = x^2; y = -\sqrt[3]{x}$ .

4)  $\iint_D 4xy dx dy$   $D: x = 1; y = \sqrt[3]{x}; y = -x^3$ .

5) Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $x^4 = a^2(3x^2 - y^2)$ .

**Пример КР по теме  
Тройные интегралы**

Найти объем тела, ограниченного поверхностями

1.  $z = 6 - y, y = x^2, y = 4, z = 0 (y \leq 4).$

2. 
$$\begin{cases} z = 9x^2 + 3y^2 + 2, x + y = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}.$$

3. 
$$\begin{cases} z = x^2 + \frac{y^2}{3}, x + y = 3, \\ y = 0, z = 0, x = 0 \end{cases}.$$

4. 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = R^2, \\ x^2 + z^2 = R^2. \end{cases}$$

5. 
$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = z, \\ 2x + z = 2. \end{cases}$$

**Пример КР по теме  
Криволинейные интегралы**

1. Вычислить криволинейный интеграл по плоской кривой  $\Gamma$ :

$$\int_{\Gamma} (x^2 + y^2) dS \quad \Gamma - \text{дуга развертки окружности}$$
$$x = a(\cos t + t \sin t), \quad y = a(\sin t - t \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

2. Вычислить криволинейный интеграл по кривой  $\Gamma$ , пробегаемой в направлении возрастания ее параметра  $t$ :

$$\int_{\Gamma} y^2 dx + x^2 dy \quad \Gamma - \text{верхняя половина эллипса}$$
$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t$$

3. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутой кривой  $\Gamma$ , пробегаемой так, что её внутренность остается слева:

$$\int_{\Gamma} (e^x \sin y - y) dx + (e^x \cos y - 1) dy$$

$\Gamma$  – граница области  $x^2 + y^2 < ax, y > 0$

4. Убедившись в том, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом, вычислить криволинейный интеграл по кривой  $\Gamma$  с началом в точке А и концом в точке В:

$$\int_{\Gamma} (3x^2 - 2xy + y^2) dx + (2xy - x^2 - 3y^2) dy$$

А(-1;2)    В(1;-2)

5. Вычислить:

$$\iint_S xyz dS \quad S - \text{часть параболоида } z = x^2 + y^2, \quad z \leq 1$$

**Пример КР по теме  
Ряды**

1) Исследовать на сходимость ряды с общими членами:  $U_n = \frac{\arccos \frac{1}{n}}{\sqrt{n^3 + n + 1}}$

$$U_n = \frac{5n + 1}{7^n}.$$

2) Найти область сходимости  $U_n = \frac{(x-1)^n}{(n+1) \ln^2(n+1)}$

3) Вычислить с точностью  $\varepsilon = 0,01$ ;  $\arctg \frac{1}{2}$

4) Найти предел с помощью разложения в ряд  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^3}$

5) Найти четыре первых отличных от нуля члена решения Д.У.  $y' = \sin x + y^2$ ;  $y(0) = 1$ .

Пример КР по теме  
Функциональные ряды

Задание 1. Учитывается как две задачи: а) определение области сходимости  
б) исследование в крайних точках

1. Определить радиус и интервал сходимости и исследовать в граничных точках интервала сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2n + 3}{3n^2 + 4} x^{2n+1};$$

2. Разложить в степенной ряд, используя основные разложения, предварительно сделать необходимые преобразования

$$f(x) = \ln \frac{x^2 - 2x + 3}{2 - x}, \quad x_0 = 1;$$

3. Используя методы интегрирования, разложить в степенной ряд и указать радиус сходимости

$$f(x) = \int_0^x \frac{\ln(t+1)}{t} dt;$$

4. Разложить в ряд Фурье и изобразить график суммы

$$f(x) = e^{2|x|} \quad (-\pi; \pi).$$

Семестр 1	Часть 1	Часть 2
1	Множество действительных чисел	Предел функции и неравенства
2	Подмножество множества действительных чисел	Замечательные пределы и эквивалентность
3	Элементарные функции	Критерий существования предела функции
4	Определение предела последовательности и свойства (не арифметические)	Локальные свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва
5	Определение предела последовательности и арифметические свойства	Производная функции в точке. Ее геометрический и физический смысл
6	Предел последовательности и неравенства	Производная и арифметические операции. Производная композиции. Производная обратной функции
7	Предел функции в точке и свойства	Основные теоремы о дифференцируемых функциях (Ролля, Лагранжа, Коши)
8	Критерий существования предела последовательности (понятия $\sup$ и $\inf$ )	Выпуклость. Правило Лопиталю
9	Число $e$	Неопределенный интеграл. Свойства. Формула интегрирования по частям

Семестр 1	Часть 1	Часть 2
1	Множество действительных чисел	Предел функции и неравенства
2	Подмножество множества действительных чисел	Замечательные пределы и эквивалентность
3	Элементарные функции	Критерий существования предела функции
4	Определение предела последовательности и свойства (не арифметические)	Локальные свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва
5	Определение предела последовательности и арифметические свойства	Производная функции в точке. Ее геометрический и физический смысл
6	Предел последовательности и неравенства	Производная и арифметические операции. Производная композиции. Производная обратной функции
7	Предел функции в точке и свойства	Основные теоремы о дифференцируемых функций (Ролля, Лагранжа, Коши)
8	Критерий существования предела последовательности (понятия $\sup$ и $\inf$ )	Выпуклость. Правило Лопиталя
9	Число $e$	Неопределенный интеграл. Свойства. Формула интегрирования по частям

## Вопросы по математическому анализу II семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Простейшие приемы интегрирования.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Метод Остроградского.
5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
6. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
7. Достаточные условия интегрируемости по Риману.
8. Свойства интеграла Римана. Интеграл как функция верхнего предела.
9. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Определение и свойства несобственного интеграла Римана.
11. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
12. Признаки Абеля-Дирихле сходимости несобственных интегралов.
13. Методы приближенного вычисления определенных интегралов
14. Определение и структура конечномерного пространства.
15. Сходимость в конечномерном пространстве. Его полнота.
16. Подмножества конечномерного пространства. Основные теоремы о множествах.
17. Предел функций многих переменных. Повторные пределы.
18. Непрерывность функций многих переменных. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства.
19. Линейная и евклидова структура конечномерного пространства. Линейные функции многих переменных.
20. Дифференцируемость и дифференциал функции в точке.
21. Частные производные.
22. Необходимые условия дифференцируемости функций многих переменных в точке. Локальные свойства дифференцируемых функций многих переменных.
23. Достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных.
24. Матрица Якоби. Производная по направлению. Градиент.
25. Частные производные высших порядков. Высшие производные функций многих переменных и дифференциалы.
26. Формула Тейлора.
27. Экстремумы функций многих переменных.
28. Поверхности в конечномерных пространствах и касательные пространства.
29. Критические точки плоских кривых.
30. Простейшие варианты теоремы о неявной функции. Теорема о неявной функции.
31. Условный экстремум. Его необходимый признак. Достаточный признак условного экстремума.
32. Определение и свойства меры Жордана.
33. Определение кратного интеграла Римана. Его свойства.
34. Замена переменных в кратном интеграле.

### **Вопросы по математическому анализу III семестр**

1. Криволинейные интегралы первого рода и их свойства
2. Криволинейные интегралы второго рода и их свойства
3. Поверхности в конечномерном пространстве.
4. Определение и свойства матрицы Грама.
5. Поверхностный интеграл первого рода.
6. Дифференциальные формы.
7. Ориентированные поверхности.
8. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.
9. Переход от поверхностного интеграла первого рода к поверхностному интегралу второго рода.
10. Переход от поверхностного интеграла второго рода к поверхностному интегралу первого рода.
11. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
12. Элементы векторного анализа.

## Вопросы по математическому анализу III семестр

1. Сумма и сходимость числового ряда.
2. Критерий Коши сходимости ряда.
3. Свойства сходящихся рядов.
4. Ряды с неотрицательными членами.
5. Признаки сравнения.
6. Ряды с положительными членами.
7. Достаточные признаки сходимости.
8. Знакопеременные ряды.
9. Достаточные признаки сходимости.
10. . Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды
11. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и функциональных рядов.
12. Равномерная сходимость и непрерывность, интегрирование, дифференцируемость.
13. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара.
14. Свойства степенных рядов.
15. Ряды Тейлора.
16. Теорема Вейерштрасса.
17. Определение тригонометрического ряда.
18. Ряды Фурье.
19. Принцип локализации.
20. Сходимость ряда Фурье в точке.
21. Равномерная сходимость средних арифметических.

