

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.06.2026 12:16:03
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8472514



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория вероятностей»
по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности
«Прикладная математика и искусственный интеллект» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Теория вероятностей

Направление подготовки (специальность)
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль)
«Прикладная математика и искусственный интеллект»

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора
2026

Челябинск, 2026 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	5
3.1. Виды оценочных средств	5
3.2. Содержание оценочных средств	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	9
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	9
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	9
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	10



1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Направленность: Прикладная математика и искусственный интеллект.

Дисциплина: Теория вероятностей.

Семестры: 5.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Теория вероятностей» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать базовые понятия, полученные в области теории вероятностей. Уметь решать типовые задачи, формулируемые в рамках теории вероятностей. Владеть навыками использования основных понятий теории вероятностей для решения задач профессиональной деятельности.



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знать базовые понятия, полученные в области теории вероятностей.	– Аксиоматика теории вероятностей. Вероятностные схемы. Условная вероятность	5	1-4	Типовой расчет
	Уметь решать типовые задачи, формулируемые в рамках теории вероятностей.	– Случайные величины. Числовые характеристики		1-7	Контрольная работа
	Владеть навыками использования основных понятий теории вероятностей для решения задач профессиональной деятельности.	– Случайные векторы. Независимость случайных величин и ее характеристики. Предельные теоремы. Закон больших чисел		1-39, 1-3	Теоретические вопросы к экзамену, Итоговый тест

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

По дисциплине предусмотрены контрольные работы, типовой расчет и тесты по темам: основные понятия теории вероятностей, случайные величины. Варианты типовых расчетов и демоверсии контрольных работ и тестов находятся в приложениях.

Экзамен проводится в формате тестирования. Демонстрационный вариант итогового теста находится в приложениях.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1

1. В первой корзине 5 белых шаров, 4 черных, во второй – 3 белых, 5 черных. Из первой корзины наугад достают два шара и помещают во вторую. Какова вероятность, что выбранный случайным образом из второй корзины шар окажется белым? (2 балла)
2. На 10 тысяч комаров в среднем один – малярийный. Какова вероятность, что среди 20 тысяч комаров окажется не менее 2 малярийных комаров? (2 балла)
3. Бросается кубик 600 раз. Найти вероятность, что шестерка выпала не более 103 раз. (2 балла)
4. Три стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания первого равна 0,6, второго – 0,7, третьего – 0,9. Найти вероятность, что промазал третий, если выяснилось, что попали только двое. (2 балла)



5. Колода в 52 карты произвольным образом делится пополам. Найти вероятность, что все тузы собрались в одной половине. (2 балла)
6. Две точки независимо друг от друга выбираются на отрезке $[0,1]$. Найти вероятность того, что произведение координат точек будет больше 0.4. (4 балла)
7. На карточках написаны буквы К, З, А, Н, А. После перемешивания карточки выкладывают в ряд слева направо. С какой вероятностью получится слово КАЗАН? (1 балл)

Контрольная работа № 2

1. Производятся многократные испытания элемента на надежность до тех пор, пока он не откажет. Найти а) матожидание случайной величины X – числа опытов, которые надо произвести, б) дисперсию этой случайной величины. Вероятность отказа элемента в каждом опыте равна 0,1. (3 балла)
2. Плотность случайной величины ξ , равна
$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} a \sin x, & x \in [0, \pi], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$
 - а) Найти константу a , матожидание ξ , дисперсию ξ , функцию распределения ξ . Построить график функции распределения и плотности. (4 балла)
 - б) Найти $P\{\frac{\pi}{4} < \xi < 11\}$. (1 балл)
 - в) Найти $M \cos \xi$. (2 балла)
3. Найти плотность распределения случайной величины $\eta = \exp \xi$, если ξ имеет показательное с параметром 2 распределение. (5 баллов)

Примерные варианты типовых расчетов (семестровая работа)

Типовой расчет

1. Пусть ξ и η - независимые случайные величины, распределенные по показательному закону с параметром $\lambda = 2$. Вычислить плотность суммы $\xi + \eta$. (5 баллов)
2. Задана функция распределения двумерной случайной величины
$$F(x, y) = \begin{cases} \sin x \sin y, & 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \pi/2 \\ 0, & x < 0 \text{ или } y < 0 \end{cases}$$
Найти вероятность попадания случайной точки (X, Y) в прямоугольник, ограниченный прямыми $x=0, x=\pi/4, y=\pi/6, y=\pi/3$. Являются ли ξ и η независимыми? (5 баллов)
3. По заданному двумерному дискретному распределению ξ и η найти распределение каждой из компонент, ковариацию ξ и η , найти распределение случайного вектора $(\xi + \eta, \xi - \eta)$. (5 баллов)
4. Три стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания первого равна 0,6, второго – 0,7, третьего – 0,9. Найти вероятность, что промазал третий, если выяснилось, что попали только двое. (5 баллов)



Список вопросов к экзамену:

1. Вероятностное пространство. Вероятность: определение и свойства.
 2. Классическая вероятность. Урновые схемы: выбор с возвращением и без.
 3. Геометрическая вероятность.
 4. Условная вероятность. Теорема умножения. Следствие.
 5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
 6. Независимые события. Независимость в совокупности.
 7. Схема независимых испытаний.
 8. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Примеры.
 9. Схема Пуассона. Примеры.
 10. Полиномиальная схема. Примеры.
 11. Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Теорема Пуассона для схемы Пуассона.
 12. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
 13. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Улучшенная формула Муавра-Лапласа.
 14. Случайные величины. Борелевские множества. Борелевская функция случайной величины.
 15. Дискретные случайные величины. Основные законы распределения.
 16. Абсолютно непрерывные случайные величины. Основные законы распределения.
- Свойства плотности.
17. Функция распределения, ее общие свойства.
 18. Особые свойства функций дискретных и абсолютно непрерывных распределений.
 19. Математическое ожидание. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
 20. Математическое ожидание функции случайной величины. Математическое ожидание абсолютно непрерывного распределения.
 21. Основные свойства математического ожидания.
 22. Дисперсия, ее свойства.
 23. Случайные векторы: дискретные и абсолютно непрерывные. Основные свойства плотности случайного вектора.
 24. Функция распределения случайного вектора, свойства.
 25. Восстановление распределения случайного вектора по распределению его компоненты: дискретный и непрерывный случаи.
 26. Независимость случайных величин. Различные определения, их эквивалентность.
 27. Математическое ожидание функции случайного вектора. Мультипликативное свойство математического ожидания.
 28. Плотность суммы независимых случайных величин.
 29. Ковариация, коэффициент корреляции, их свойства. Неравенство Коши-Буняковского для математических ожиданий.
 30. Математическое ожидание комплекснозначной случайной величины.
- Характеристическая функция.
31. Свойства характеристической функции.
 32. Слабая сходимость. Теорема о непрерывном соответствии (без док-ва).
 33. Характеристическая функция стандартного нормального распределения.
 34. Характеристическая функция нормального распределения с произвольными параметрами.
 35. О сумме нормальных распределений.
 36. Центральная предельная теорема.



37. Неравенство Чебышёва. Правило «трех сигм».
38. Различные виды сходимости последовательностей случайных величин, их связь.
39. Закон больших чисел: в форме Чебышева и Хинчина. Усиленный закон больших чисел (для разнораспределенных случайных величин и в форме Колмогорова – оба без док-ва).

Итоговый тест по теории вероятностей Вариант 1

Вопрос 1

Балл: 3,00

Три стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания первого равна 0,6, второго – 0,7, третьего – 0,9. Найти вероятность, что промазал третий, если выяснилось, что попали только двое

- a. 9
- b. 0,09
- c. 0,9
- d. 0,009

Вопрос 2

Балл: 3,00

Плотность распределения случайной величины ξ задана в интервале $(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4})$ равенством $\rho(x) = C \cdot \cos 2x$, вне этого интервала $\rho(x) = 0$. Найти постоянный параметр C .

- a. $\frac{1}{4}$
- b. 4
- c. 0
- d. 1

Вопрос 3

Балл: 3,00

Формула полной вероятности имеет вид

- a. $P(A_k|B) = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)}$
- b. $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$
- c. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(B|A)P(A)}$
- d. $P(A) = \sum_{i=1}^n \frac{P(A_i)}{P(B|A_i)}$



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность экзамена – 60 минут. Экзамен проводится в формате теста. В тесте 10 вопросов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 1 баллом. Максимальное количество баллов за экзамен – 10.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание домашних работ.

Домашние задания выдаются студенту преподавателем по практике. Всего домашних заданий – 15 (из 16 практических занятий домашние задания не задаются на заключительном занятии №16). Каждое выполненное домашнее задание оценивается в 2 балла. 2 балла – за полное выполнение задания; 1 балл – за частичное (не менее 50%) выполнение задания; 0 баллов – за выполнения задания менее 50%.

Оценивание контрольной работы №1.

Контрольная состоит из 5 задач по основным формулам теории вероятностей. За каждую правильно решенную задачу – 2 балла. За задачу, решенную с недочетами – 1 балл. За неправильно решенную задачу или отсутствие решения – 0 баллов.

Оценивание контрольной работы №2.

Контрольная состоит из 4 задач по основным формулам теории вероятностей. За каждую правильно решенную задачу – 2 балла. За задачу, решенную с недочетами – 1 балл. За неправильно решенную задачу или отсутствие решения – 0 баллов.

Оценивание типового расчета.

Типовой расчёт по теории вероятностей выдается на 4 практическом занятии и выполняется в течении 8 недель. Типовой расчёт включает в себя 16 задач: каждая верно решённая задача – 1 балл. За задачи, решённые не верно или не решённые баллы не начисляются.

Оценивание теста.

Данный вид контроля проводится в виде теста, в котором 3 задания. Каждое задание оценивается в 2 балла.

Задание 1:

2 балла – представлены чёткие корректные определения;

1 балл – определения даны верно, но не чётко;

0 баллов – в остальных случаях.

Задание 2:

2 балла – представлена чёткая, корректная формулировка теоремы;

1 балл – формулировка теоремы дана верно, но не чётко;

0 баллов – в остальных случаях.

Задание 3:

2 балла – задача решена верно, получен правильный ответ;

1 балл – задача в целом решена верно, но получен неправильный ответ из-за незначительных недочётов или вычислительных ошибок;

0 баллов – в остальных случаях.



Оценивание ответа на экзамене.

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
61 – 71	51 – 60	41 – 50	0 – 40
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и, по существу, излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, В том числе посещаемость (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Неудовлетворительно" выставляется за 40 и менее баллов.

За 41-50 баллов оценка – "Удовлетворительно" (базовый уровень)

За 51-60 баллов оценка – "Хорошо" (средний уровень)

За 61-71 баллов оценка – "Отлично" (высокий уровень)

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля). Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
- студент способен дать полное представление об основных понятиях теории вероятностей, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.

2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
- студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.



- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем теории вероятностей, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
 - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

