

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.09.2025 11:11:17
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb9854bcb77a486b9a8788b8327424



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математическая статистика» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Математическая статистика

Направление подготовки (специальность)
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Направленность (профиль)
«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Челябинск, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	6
3.1. Виды оценочных средств	6
3.2. Содержание оценочных средств	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	11
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	11
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	11
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	11



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математическая статистика» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Математическая статистика.

Семестры: 6.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Математическая статистика» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.	Знать: <ul style="list-style-type: none">• обладать базовыми знаниями, полученными в области математической статистики: определение и свойства многомерного нормального распределения, его плотность; понятие выборочного метода, свойства выборочных моментов; понятие метода моментов; понятие метода максимального правдоподобия; понятие информации Фишера; понятие эффективной оценки, способность нахождения эффективных оценок; понятие доверительного интервала для параметров нормального распределения, доверительного интервала для вероятности успеха в схеме Бернулли; принцип метода наименьших квадратов; понятие критерия Пирсона; понятие критерия Колмогорова; понятие критерия Смирнова.



Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
			<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none">решать типовые задачи математической статистики: находить плотность многомерного нормального распределения; строить вариационный ряд, полигон, гистограммы для непрерывных и дискретных выборок; вычислять выборочное среднее и выборочную дисперсию; находить точечные оценки параметров методом моментов; находить точечные оценки параметров методом максимального правдоподобия; исследовать состоятельность и несмещенность точечных оценок; находить доверительные интервалы для параметров нормального распределения и схемы Бернулли; проверять статистические гипотезы с помощью данного критерия (Пирсона, Колмогорова, Смирнова). <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none">навыками использования основных понятий, теорем, законов математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ОПК-1</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none">• обладать базовыми знаниями, полученными в области математической статистики: определение и свойства многомерного нормального распределения, его плотность; понятие выборочного метода, свойства выборочных моментов; понятие метода моментов; понятие метода максимального правдоподобия; понятие информации Фишера; понятие эффективной оценки, способность нахождения эффективных оценок; понятие доверительного интервала для параметров нормального распределения, доверительного интервала для вероятности успеха в схеме Бернулли; принцип метода наименьших квадратов; понятие критерия Пирсона; понятие критерия Колмогорова; понятие критерия Смирнова. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none">• решать типовые задачи математической статистики:	<ul style="list-style-type: none">– Многомерное нормальное распределение– Выборка. Выборочные моменты. Точечные и интервальные оценки– Непараметрические критерии	Типовой расчет Контрольная работа	Теоретические вопросы к экзамену



	<p>находить плотность многомерного нормального распределения; строить вариационный ряд, полигон, гистограммы для непрерывных и дискретных выборок; вычислять выборочное среднее и выборочную дисперсию; находить точечные оценки параметров методом моментов; находить точечные оценки параметров методом максимального правдоподобия; исследовать состоятельность и несмещенность точечных оценок; находить доверительные интервалы для параметров нормального распределения и схемы Бернулли; проверять статистические гипотезы с помощью данного критерия (Пирсона, Колмогорова, Смирнова).</p> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none">• навыками использования основных понятий, теорем, законов математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.			
--	--	--	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

Дисциплиной предусмотрено проведение контрольных работ по темам: «Основные задачи математической статистики», «Основные законы распределения вероятностей, их применение и свойства», «Случайные величины и их числовые характеристики».

Примерный вариант контрольной работы



1. В ходе этнографической экспедиции по двум этнокультурным группам (районам) Архангельской области были выявлены наиболее часто встречающиеся узоры русской вышивки: конь и крылатая птица. На основе частоты появления этих образов орнамента в обследуемых этнокультурных группах была составлена следующая таблица:

Район	конь	крылатая птица
Онежский	7	40
Плисецкий	11	17

По имеющимся данным построить таблицу сопряженности и по ней 1) оценить тесноту связи между признаками; 2) при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить нулевую гипотезу о независимости исследуемых признаков: вид орнамента и принадлежность его к определенной группе. (4 балла)

2. В ходе медицинского обследования стояла задача проверить аллергенность нового препарата. Из 100 пациентов с одним и тем же заболеванием часть принимала старый общеизвестный препарат X, а часть принимала новый препарат Y. Из принимавших старый препарат: у 48 человек была нормальная реакция, а у 4 человек обнаружена аллергия. Среди тех, кто принимал новый препарат: у 42 зафиксирована нормальная реакция, а у 6 человек аллергия. Проверить гипотезу о равенстве вероятностей возникновения аллергии при применении препаратов X и Y, когда уровень значимости равен 0,02. останется ли принятое решение о проверке данных гипотез справедливым, если при тех же значения частостей число пациентов возрастет в 10 раз? (4 балла)

3. На заводе изготовлен новый игровой автомат, который должен обеспечить появление выигрыша в одном случае из 100 бросаний монеты. Для проверки годности автомата произведено 400 испытаний, где выигрыш появился 5 раз. Оценить вероятность появления выигрыша. Построить приближенные доверительные границы для этой вероятности при $\gamma = 0.9973$, используя: преобразование арксинуса. Как изменится доверительный интервал, если при той же частоте появления выигрыша число наблюдений возрастет в 20 раз? (3 балла)

4. Результаты наблюдений над величинами X и Y приведены в следующей таблице:

X	1	2	-1	3
Y	2	3	1	4

Предполагая, что между X и Y имеется зависимость вида $Y = aX + b$ найти неизвестные коэффициенты a и b по методу наименьших квадратов. Вычислить Y при $X_5 = 1.5$; $X_6 = 4$. (4 балла).

Примерный вариант типового расчета



1. Выбрать объект с двумя случайными параметрами X и Y , собрать выборку объёма $n = 100$. Результат оформить в виде таблицы.
2. Составить две отдельные выборки для X и Y .
3. Составить вариационные ряды для X и Y .
4. Составить группированные выборки для X и Y с числом интервалов $k = 8 - 10$.
5. По полученным группированным выборкам построить гистограммы и полигон. Выбрать типы распределения X и Y . Использовать при этом только типы распределений из приложения 1.
6. Вычислить точечные оценки m_x^* , m_y^* , $m_x^\#$, $m_y^\#$, σ_x^* , σ_y^* , $\sigma_x^\#$, $\sigma_y^\#$.
7. Найти 95% и 99% доверительные интервалы для m_x и m_y .
8. Определить параметры теоретического закона распределения для X и Y , используя метод моментов (кроме случая равномерного распределения).
9. Построить отдельно для X и Y на одном графике гистограмму, полигон и теоретическую плотность распределения вероятностей. Графики построить очень аккуратно!
10. С уровнем значимости $\beta = 0,01$ проверить гипотезы о выбранных теоретических распределениях, используя критерий χ^2 . Если все типы распределений из приложения 1 не будут приняты, то какие-либо другие распределения проверять не надо.

Перечень вопросов к экзамену

1. Характеристическая функция случайного вектора. Свойства. Слабая сходимость последовательности случайных векторов. Теорема о непрерывном соответствии (без д-ва).
2. Многомерное нормальное распределение. Свойства.
3. Плотность многомерного нормального распределения.
4. Центральная предельная теорема для случайных векторов.
5. Теорема Гливленко-Кантелли.
6. Функция сходящихся по вероятности аргументов.
7. Состоятельность начальных и центральных выборочных моментов.
8. Выборочное среднее и выборочная дисперсия, общие свойства.
9. Метод моментов. Состоятельность оценок.
10. Метод максимального правдоподобия.
11. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения:
12. для математического ожидания при известном значении дисперсии;
13. для математического ожидания при неизвестном значении дисперсии. Теорема Стьюдента:
14. для дисперсии при известном значении математического ожидания;



15. для дисперсии при неизвестном значении математического ожидания.
16. Доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли.
17. Проверка гипотез. Гипотезы простые, сложные. Статистический критерий.
18. Две простые гипотезы. S-критерий. Ошибка первого и второго рода, уровень значимости и мощность критерия. Оптимальный критерий.
19. ϕ -критерий. Оптимальный ϕ -критерий (критерий Неймана-Пирсона).
20. Критерии согласия. Асимптотический размер и состоятельность критерия.
21. Критерий Пирсона.
22. Критерий Колмогорова. Критерий Колмогорова-Смирнова.
23. Неравенство Рао-Крамера. Информация Фишера. Эффективные оценки.
24. Метод наименьших квадратов.



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность экзамена – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 5 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 5 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за экзамен – 20.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на экзамене.

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
62 – 70	52 – 61	42 – 51	0 – 41
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, В том числе посещаемость (максимум 10 баллов) и активная работа на паре (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Неудовлетворительно" выставляется за 41 и менее баллов.

За 42-51 баллов оценка - "Удовлетворительно" (базовый уровень)

За 52-61 баллов оценка - "Хорошо" (средний уровень)

За 62-70 баллов оценка - "Отлично" (высокий уровень)



Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
 - студент способен дать полное представление об основных понятиях математической статистики, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
 - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
 - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
 - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
 - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем математической статистики, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
 - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

