

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 02.04.2025 16:01:36 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8732377	Рабочая программа дисциплины "Аналитическая геометрия" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

## Рабочая программа дисциплины (модуля)\*

Аналитическая геометрия

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Топологические и аналитические методы исследования математических моделей

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2023

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2023 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины является знакомство с основными понятиями, положениями и методами аналитической геометрии. Формирование у студентов логического мышления, навыков в решении прикладных задач геометрическими методами.

Задачами изучения дисциплины являются:

1. Изучение студентами данного направления фундаментальных знаний в области аналитической геометрии.
2. Овладение основными навыками и методами решения задач аналитической геометрии и применение их в будущей профессиональной деятельности.
3. Выработка у студентов способности к самоорганизации и самообразованию, умения самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.03

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Данная дисциплина является базовой в системе образования по данному направлению. Ее изучение опирается на знания по элементарной математике, полученные студентами в средней школе и параллельное изучение

Алгебра

Математический анализ

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по геометрии полезны для изучения дисциплин:

Математический анализ

Дифференциальная геометрия

Теоретическая механика

Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование

Топология многообразий

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности**

#### Знать:

Для достижения ОПК-1.1: основные понятия, результаты и методы аналитической геометрии, область их применения

#### Уметь:

Для достижения ОПК-1.2: решать стандартные задачи по аналитической геометрии и сводить новые задачи к стандартным

#### Владеть:

Для достижения ОПК-1.3: методами решения геометрических задач в профессиональной деятельности

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**



Рабочая программа дисциплины "Аналитическая геометрия" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

**3.1 Знать:**

3.1.1 основные понятия, результаты и методы аналитической геометрии, область их применения

**3.2 Уметь:**

3.2.1 решать задачи вычислительного и теоретического характера в области геометрии двухмерного и трехмерного (евклидова) пространства

**3.3 Владеть:**

3.3.1 использования математического аппарата геометрии, аналитических методов исследования геометрических объектов

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Общая трудоемкость		6 ЗЕТ
Часов по учебному плану	: 216	Виды контроля в семестрах: экзамены 1, 2 зачеты 1
в том числе	:	
аудиторные занятия	: 118	
самостоятельная работа	: 32,7	
часов на контроль	: 45	
контактная работа: 138,3 ИКР: 20,3		

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Векторная алгебра</b>			
1.1	Векторы на плоскости и в пространстве /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.2	Системы координат на плоскости и в пространстве /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.3	Линейная зависимость векторов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.4	Координаты вектора /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.5	Скалярное произведение векторов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.6	Векторное произведение векторов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.7	Смешанное произведение векторов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.8	Операции над векторами. Линейное выражение вектора через другие /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.9	Примеры систем координат. Нахождение координат точки в разных системах координат. Координаты вектора. Длина вектора. Линейная зависимость и независимость векторов /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.10	Контрольная работа по теме «Векторная алгебра» /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.11	Скалярное произведение векторов и его свойства. Критерий ортогональности. Вычисление углов между векторами /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.12	Векторное произведение векторов и его свойства. Критерий коллинеарности. Вычисление площади треугольника и параллелограмма /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.13	Смешанное произведение векторов и его свойства. Критерий компланарности. Вычисление объема тетраэдра /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4



1.14	Контрольная работа по теме «Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства» /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
1.15	Векторы: векторы, их сложение и умножение на число; линейная зависимость векторов и ее геометрический смысл; базис и координаты; скалярное произведение векторов; переход от одного базиса к другому; ориентация; ориентированный объем параллелепипеда; векторное и смешанное произведения векторов /Ср/	1	3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
<b>Раздел 2. Прямая линия на плоскости</b>				
2.1	Прямая на плоскости /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
2.2	Общее уравнение прямой /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
2.3	Взаимное расположение двух прямых на плоскости /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
2.4	Расстояние от точки до прямой /Лек/	1	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
2.5	Канонические, параметрические и общее уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Уравнение прямой по вектору нормали и точке /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
2.6	Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Пучок прямых. Угол между двумя прямыми /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
2.7	Расстояние от точки до прямой. Расположение точек на плоскости относительно данной прямой на плоскости /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
2.8	Контрольная работа по теме «Уравнение прямой на плоскости» /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
2.9	Прямая линия в плоскости: системы координат; уравнение прямой линии на плоскости; взаимное расположение прямых на плоскости /Ср/	1	2,9	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
<b>Раздел 3. Плоскость и прямая в пространстве</b>				
3.1	Прямая в пространстве /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.2	Плоскость в пространстве /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.3	Взаимное расположение прямой и плоскости /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.4	Взаимное расположение двух плоскостей /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.5	Расстояние от точки до плоскости /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.6	Углы между прямыми и плоскостями /Лек/	1	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.7	Взаимное расположение двух прямых в пространстве /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.8	Параметрическое, каноническое уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.9	Параметрические, общее уравнения плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.10	Взаимное расположение прямой и плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Прямая как линия пересечения двух плоскостей /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.11	Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от точки до прямой. Вычисление углов между прямыми и плоскостями /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.12	Расстояние между скрещивающимися прямыми /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4



3.13	Контрольная работа по теме «Уравнения прямой и плоскости в пространстве» /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
3.14	Прямая линия и плоскость: системы координат; переход от одной системы координат к другой; уравнение прямой линии и плоскости в пространстве; взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве; прямая в пространстве /Ср/	1	5	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
<b>Раздел 4. Преобразование координат</b>				
4.1	Преобразования координат в аффинных системах координат /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
4.2	Преобразования координат в прямоугольных системах координат /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
4.3	Преобразование координат. Матрица перехода /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
4.4	Переход от одной аффинной (прямоугольной) системы координат к другой; ортогональные матрицы и преобразования прямоугольных координат /Ср/	2	3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
<b>Раздел 5. Кривые второго порядка</b>				
5.1	Кривые второго порядка /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.2	Эллипс. Гипербола. Парабола /Лек/	2	3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.3	Уравнение кривой в полярных координатах /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.4	Ортогональная классификация кривых второго порядка /Лек/	2	3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.5	Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.6	Аффинная классификация кривых второго порядка /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.7	Уравнение эллипса, гиперболы, параболы /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.8	Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.9	Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду ортогональными преобразованиями /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.10	Аффинная классификация кривых второго порядка /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
5.11	Линии второго порядка: квадратичные функции на плоскости и их матрицы; эллипс, гипербола и парабола. Ортогональные инварианты квадратичных функций; приведение уравнения линий второго порядка к каноническому виду; пересечение линий второго порядка с прямой; центры линий второго порядка; асимптоты и сопряженные диаметры; главные направления и главные диаметры; оси симметрии. /Ср/	2	8	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
<b>Раздел 6. Поверхности второго порядка</b>				
6.1	Поверхности второго порядка. Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.2	Эллиптический и гиперболический параболоиды. Цилиндрические поверхности. /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.3	Конусы. Конические сечения /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.4	Прямолинейные образующие /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.5	Ортогональная классификация поверхностей второго порядка /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4



6.6	Приведение уравнения поверхности к каноническому виду /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.7	Аффинная классификация поверхностей второго порядка. Касательная плоскость к поверхности второго порядка /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.8	Уравнения поверхностей второго порядка /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.9	Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду ортогональными преобразованиями /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.10	Контрольная работа по теме «Поверхности второго порядка» /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
6.11	Поверхности второго порядка: теорема о канонических уравнениях поверхностей второго порядка (без доказательства); эллипсоиды; гиперboloиды; параболоиды; цилиндры; конические сечения; прямолинейные образующие; ортогональная классификация поверхностей второго порядка. /Ср/	2	10,8	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
<b>Раздел 7. Иная контактная работа</b>				
7.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	1	11,1	
7.2	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	2	9,2	
<b>Раздел 8.</b>				
8.1	/Экзамен/	1	18	Л1.2Л2.2 Л2.3 Л2.4
8.2	/Экзамен/	2	27	Л1.2Л2.2 Л2.3 Л2.4

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Средства оценивания, используемые для текущего контроля:  
-контрольная работа.

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Перечень контрольных работ:

Контрольная работа №1 – Векторы. Линейные операции. Системы координат.

Контрольная работа №2 – Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства.

Контрольная работа №3 – Уравнение прямой на плоскости.

Контрольная работа №4 – Уравнения прямой и плоскости в пространстве.

Контрольная работа №5 – Кривые второго порядка.

Контрольная работа №6 – Поверхности второго порядка.

Типовые контрольные работы для текущего контроля приведены в приложении.

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Теоретические вопросы к экзамену за 1 семестр

1. Векторы. Определение вектора. Равенство векторов. Коллинеарность и компланарность векторов.
2. Линейные операции над векторами. Свойства операций. Теорема о коллинеарных векторах.
3. Аффинная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки.
4. Координаты вектора. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве.
5. Полярная система координат на плоскости. Связь с прямоугольной.
6. Цилиндрическая, сферическая системы координат в пространстве. Связь с прямоугольной.
7. Линейная комбинация векторов. Линейно зависимые, независимые векторы.
8. Свойства линейно зависимых и независимых систем векторов.
9. Геометрические свойства линейно зависимых систем векторов, состоящих из одного, двух, трех векторов. Линейная зависимость четырех векторов.
10. Базис. Базисы на прямой, плоскости, в пространстве. Координаты вектора в базисе. Сложение векторов и умножение вектора на число в координатах.
11. Деление отрезка в заданном отношении.
12. Определение скалярного произведения векторов.
13. Длина вектора. Расстояние между двумя точками. Угол между векторами.



14. Векторная ортогональная проекция и скалярная проекция вектора на ось. Свойства скалярной проекции.
15. Доказательство свойств скалярного произведения. Теорема о записи скалярного произведения в координатах.
16. Правая тройка векторов: определение и примеры.
17. Определение и свойства векторного произведения векторов. Теорема о записи векторного произведения в координатах.
18. Определение и свойства смешанного произведения векторов. Теорема о записи смешанного произведения векторов через координаты сомножителей.
19. Направляющие косинусы.
20. Общее понятие об уравнениях. Алгебраические линии и поверхности.
21. Направляющий вектор. Вектор нормали. Параметрическое уравнение прямой на плоскости.
22. Каноническое уравнение прямой на плоскости.
23. Общее уравнение прямой на плоскости. Геометрический смысл коэффициентов.
24. Критерий коллинеарности вектора и прямой.
25. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
26. Взаимное расположение прямых на плоскости.
27. Теорема о полуплоскостях.
28. Параметрическое уравнение плоскости.
29. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении плоскости.
30. Взаимное расположение плоскостей.
31. Расстояние от точки до плоскости.
32. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
33. Каноническое уравнение прямой в пространстве.
34. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
35. Каноническое уравнение прямой в пространстве.
36. Взаимное расположение прямой и плоскости.
37. Взаимное расположение прямых в пространстве.
38. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
39. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
40. Переход от одной аффинной системы координат к другой с тем же началом.
41. Переход от одной аффинной системы координат к другой с изменением начала координат.
42. Переход от одной прямоугольной системы координат на плоскости к другой прямоугольной системе координат.
43. Определение кривой второго порядка. Корректность определения.
44. Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса.
45. Директориальное свойство эллипса. Оптическое свойство эллипса.
46. Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы.
47. Директориальное свойство гиперболы. Оптическое свойство гиперболы.
48. Определение параболы. Каноническое уравнение параболы. Оптическое свойство параболы.

#### Теоретические вопросы к экзамену за 2 семестр

1. Определение собственного вектора матрицы. Доказательство леммы о собственных векторах симметрической матрицы.
2. Доказательство леммы о приведении симметрической матрицы к диагональному виду.
3. Доказательство теоремы о приведении уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
4. Определение ортогонального инварианта кривой второго порядка. Доказательство леммы о характеристическом многочлене матрицы квадратичной части и следствие из нее. Доказательство леммы об определителе расширенной матрицы.
5. Определение центральной кривой второго порядка. Доказательство теоремы о нахождении центра кривой второго порядка.
6. Доказательство теоремы о распознавании центральных кривых второго порядка при помощи ортогональных инвариантов.
7. Определение ортогонального полуинварианта кривой второго порядка. Доказательство леммы о характеристическом многочлене расширенной матрицы и следствие из нее. Доказательство леммы об инвариантности параметра  $S$ .
8. Доказательство теоремы о распознавании нецентральных кривых второго порядка при помощи ортогональных инвариантов и полуинвариантов.
9. Определение аффинных преобразований плоскости и пространства.



10. Доказательство свойств аффинных преобразований.
11. Доказательство теоремы об аффинной классификации кривых второго порядка.
12. Определение поверхности второго порядка. Корректность определения.
13. Определения эллипсоида, однополостного и двуполостного гиперboloидов, эллиптического и гиперболического параболоидов. Исследование их формы и построение.
14. Определение конической поверхности. Определение эллиптического конуса и его построение. Кривые второго порядка как конические сечения.
15. Определение цилиндрической поверхности. Определения эллиптического, гиперболического и параболического цилиндров. Их построение.
16. Доказательство теоремы о прямолинейных образующих однополостного гиперboloида.
17. Доказательство теоремы о прямолинейных образующих гиперболического параболоида.
18. Доказательство леммы о диагонализированности матрицы квадратичной части уравнения поверхности второго порядка.
19. Доказательство леммы об ортогональности собственных векторов симметрической матрицы размера  $3 \times 3$ .
20. Доказательство теоремы о приведении уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
21. Определение ортогонального инварианта и полуинварианта поверхностей второго порядка. Доказательство леммы о характеристическом многочлене матрицы квадратичной части и следствие из нее. Доказательство леммы о характеристическом многочлене расширенной матрицы.
22. Определение центральной поверхности второго порядка.
23. Доказательство теоремы о нахождении центра поверхности второго порядка. Доказательство теоремы о распознавании поверхностей второго порядка при помощи ортогональных инвариантов и полуинвариантов.
24. Определение касательной прямой к поверхности второго порядка. Доказательство теоремы о касательной плоскости.
25. Описание сечений поверхности второго порядка плоскостью.
26. Доказательство теоремы об аффинной классификации поверхностей второго порядка.

#### 6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.

Оценивание студента при текущем контроле ведется по нескольким формам:

- Активная работа студента на занятии. Оценивается выход студента к доске или его работа на месте в 1 балл, но не более 10 за семестр.
- Выполнение домашних заданий. Проверяется выполнение домашних заданий 5 раз в семестре, за каждое выполненное задание студент получает максимум 2 балла.
- Выполнение контрольных работ.

Оценивание выполнения домашней работы (0-2 баллов):

2 балла - задание выполнено в полном объеме, получен правильный ответ;

1 балл - допущены ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задание решено не в полном;

0 баллов - студентом задание не решено.

Наименование и краткое содержание контрольных мероприятий (Максимальное количество баллов)

1. Контрольная работа по теме «Векторы. Линейные операции. Системы координат» (15 баллов)
  2. Контрольная работа по теме «Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства» (15 баллов)
  3. Контрольная работа по теме «Уравнение прямой на плоскости» (15 баллов)
  4. Контрольная работа по теме «Уравнения прямой и плоскости в пространстве» (15 баллов)
- Итого (1 семестр) 60
5. Контрольная работа по теме «Кривые второго порядка» (30 баллов)
  6. Контрольная работа по теме «Поверхности второго порядка» (30 баллов)
- Итого (2 семестр) 60

Оценивание выполнения контрольной работы №1 - №4 (0-15 баллов):

15 баллов - выполнено 95-100 % заданий, дано полное, развернутое решение;

11 - 14 баллов - выполнено 70-94 % заданий, дано правильное решение; однако были допущены неточности в ходе решения

7 - 10 баллов - выполнено 50-69 % заданий, дано неполное решение, в ответе содержится ошибка



3 - 6 балл - выполнено 20-49 % заданий, ответ отсутствует или неполный, при решении допущены существенные ошибки  
0 - 2 баллов - выполнено 0-19 % заданий, ответ отсутствует или неполный, при решении допущены существенные ошибки

Оценивание выполнения контрольной работы №5 - №6 (0-30 баллов):

30 баллов - выполнено 95-100 % заданий, дано полное, развернутое решение;

21 - 29 баллов - выполнено 70-94 % заданий, дано правильное решение; однако были допущены неточности в ходе решения

15 - 20 баллов - выполнено 50-69 % заданий, дано неполное решение, в ответе содержится ошибка

6 - 14 балл - выполнено 20-49 % заданий, ответ отсутствует или неполный, при решении допущены существенные ошибки

0 - 5 баллов - выполнено 0-19 % заданий, ответ отсутствует или неполный, при решении допущены существенные ошибки

Экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 90 минут.

Оценивание ответа на экзамене:

15 - 20 баллов – студент последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.

10 - 14 баллов – студент грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.

5 - 9 баллов – студент имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.

0 - 4 баллов - студент не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за контрольные работы, домашние работы и за активную работу на занятиях, баллы, полученные на экзамене. Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 49 баллов – «неудовлетворительно»

От 50 до 69 баллов – «удовлетворительно»

От 70 до 90 баллов – «хорошо»

От 91 до 100 баллов – «отлично»

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Смирнов Ю. М.	Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: сборник задач и упражнений ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=84738">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=84738</a> )	Москва : Логос, 2005	ЭБС
Л1.2	Александров П. С.	Лекции по аналитической геометрии, дополненные необходимыми сведениями из алгебры с приложением собрания задач, снабженных решениями, составленного А. С. Пархоменко ( <a href="https://e.lanbook.com/book/183619">https://e.lanbook.com/book/183619</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
--	---------	----------	---------------	--------



	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Алания Л. А., Гусейн-Заде С. М., Дынников И. А., Мануйлов В. М., Миллионщиков Д. В., Смирнов Ю. М.	Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учебное пособие	Москва : Логос, 2005	
Л2.2	Беклемишев Д. В.	Курс аналитической геометрии и линейной алгебры ( <a href="https://e.lanbook.com/book/189312">https://e.lanbook.com/book/189312</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л2.3	Беклемишева Л. А., Беклемишев Д. В., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.	Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре ( <a href="https://e.lanbook.com/book/190976">https://e.lanbook.com/book/190976</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л2.4	Постников М. М.	Аналитическая геометрия ( <a href="https://e.lanbook.com/book/210347">https://e.lanbook.com/book/210347</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

MS Office365

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

2. Справочник «Информо» (<http://www.informio.ru/>) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: <http://www.informio.ru/>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий (презентации, расположенные в системе LMS Moodle).

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа студента. На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях рассматриваются основные методы и приемы решения задач аналитической геометрии. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

Важным моментом при изучении любой дисциплины является организация самостоятельной работы. При освоении материала не следует стремиться к механическому запоминанию приведенных определений, формулировок и положений, если требования прямо не указывают на это. Вполне эффективной может оказаться попытка понять суть явления, выработать свое отношение к нему, опираясь на материал, содержащийся в рекомендованной литературе.



Сказанное особенно эффективно, когда речь идет о таких требованиях, как «понимает» или «имеет представление». Напротив, если студент имеет дело с требованием к деятельности «должен уметь», то рекомендуется поупражняться в соответствующем виде деятельности. Все это имеет непосредственное отношение к подготовке к практическим занятиям.

В освоении дисциплины (модуля) инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации по предмету является важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, MS Office365, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

## **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «EIBraile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными



возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);
- в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

## Примерные варианты контрольных работ

### Контрольная работа № 1

1. На плоскости даны четыре точки:  $A(1, -2)$ ,  $B(2, 1)$ ,  $C(3, 2)$  и  $D(-2, 3)$ .  
Найдите координаты векторов  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{AD+BD}$  в базисе  $\{\overline{AB}, \overline{AC}\}$ .

2. Среди векторов  $\vec{a}_1 = \{1, -1, 2\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{0, 1, 1\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{4, 2, 0\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{3, -1, 1\}$  выбрать максимальную линейно независимую подсистему.

3. Найти сферические координаты середины отрезка  $AB$ , где  $A(3, 4, \sqrt{2})$  и  $B(-1, -2, \sqrt{2})$  заданы своими координатами в ассоциированной прямоугольной системе координат.

### Контрольная работа № 2

Даны четыре вершины параллелепипеда  $ABCD A'B'C'D'$ :  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(1, 1, 1)$ ,  $C(1, -1, 1)$ ,  $B'(2, 2, 1)$ . Найти:

- 1) угол между векторами  $\overline{CA}$  и  $\overline{CD'}$ ;
- 2) площадь треугольника  $A'D'D$ ;
- 3) длину высоты параллелепипеда, опущенную на грань  $ABCD$ ;
- 4) объем параллелепипеда  $ABCD A'B'C'D'$ ;
- 5) сферические координаты точки  $A$ .

### Контрольная работа № 3

1. Написать уравнение сторон треугольника  $ABC$ , медианы и высоты, опущенных из вершины  $A$ , если  $A(1, 2)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(-1, 1)$ .

2. Найти угол между прямыми  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$  и  $2x + y - 2 = 0$ .

3. Определить взаимное расположение прямых  $-x + y - 2 = 0$  и  $2x - 2y - 2 = 0$ . Найти расстояние между прямыми.

### Контрольная работа № 4

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(0, 3, 5)$ ,  $C(-1, 5, 4)$ . Найти основание  $D$  высоты  $AD$  треугольника  $ABC$ .

2. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной плоскости  $4x + 4y - z + 2 = 0$  и проходящей через прямую  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$ .

3. Представить прямую  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 7 - 4t \\ z = -6 + t \end{cases}$  как линию пересечения

плоскостей, параллельных осям  $OX$  и  $OY$ .

### Контрольная работа № 5

1. Составить уравнение эллипса, если фокусами являются точки  $(\pm 1, 0)$ , а точка  $(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  принадлежит эллипсу.
2. Определить аффинный тип кривой  $x^2 + y^2 + 9xy + 4x - 4 = 0$ .
3. Привести кривую  $9x^2 + 13y^2 + 18xy + 18x + 22y - 11 = 0$  к каноническому виду.

### Контрольная работа № 6

1. Написать уравнение касательной плоскости в точке  $(3, 0, 0)$  к поверхности  $x^2 + y^2 + 9z^2 - 2xy + 6xz + 5y + 4z - 9 = 0$ .
2. Определить тип поверхности  $x^2 - 9y^2 + 6xy + 50x - 50y - 15z - 100 = 0$ . Написать ее каноническое уравнение и найти каноническую систему координат.

