

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 19.11.2025 12:02:18 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	стр. 1
--	---	--------

## **Рабочая программа дисциплины (модуля)\***

**Математика**

**Направление подготовки (специальность)**

**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

**Направленность (профиль)**

**Экономика и информатика**

**Присваиваемая квалификация (степень)**

**бакалавр**

**Форма обучения**

**заочная**

**Год набора 2025**

**\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

**Челябинск 2025 г.**



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина предназначена для освоения студентами теоретических знаний и практических навыков по высшей математике (математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия), используемых в других курсах, читаемых в последующих семестрах. Органический синтез математического и естественнонаучного мышления должен достигаться за счет создания адекватного математического языка.

Цель дисциплины — изложить основы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии на современном языке и в достаточно полном объёме.

Задачи дисциплины заключаются в развитии следующих знаний, умений и навыков личности:

- освоение основных теоретических положений теории линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа;
- научить пользоваться полученными знаниями – овладение различными методами решения практических задач;
- использование приобретённых теоретических знаний и практических навыков для решения некоторых модельных экономических задач, что дает им возможность применять эти методы и понятия в будущей профессиональной деятельности.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: К.М.07.02

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Дисциплина «Математика» входит в базовую часть и базируется на математике, изучаемой в школе

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Статистика

Математические методы в профессиональной деятельности

Эконометрика

Информационные технологии в профессиональной деятельности

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

##### Знать:

Демонстрирует специальные научные знания в сфере педагогики и психологии.

##### Уметь:

Использует специальные научные знания при выборе форм и технологий педагогической деятельности

##### Владеть:

Владеет методами анализа педагогической ситуации на основе специальных научных знаний

#### ПК-2: Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности

##### Знать:

Имеет представление о базовых научно-теоретических знаниях по предмету профессиональной деятельности.

##### Уметь:

Способен демонстрировать практические умения планировать образовательный процесс согласно поставленной цели и определенным задачам, реализовывать его, корректировать

##### Владеть:

Демонстрирует навыки освоения и использования современных теорий и практик по предмету профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

#### 3.1 Знать:

3.1.1 критерии системного анализа в математике



Рабочая программа дисциплины "Математика" по направлению подготовки (специальности) 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" направленности (профилю) Экономика и информатика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

3.1.2 методы сбора, обработки и анализа данных необходимых для решения управленческих задач в математике

### 3.2 Уметь:

3.2.1 осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации и применять системный подход для решения поставленных задач в математике

3.2.2 осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем в математике

### 3.3 Владеть:

3.3.1 навыками поиска информации для решения поставленных задач в математике

3.3.2 навыками сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем

## 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 144 в том числе : аудиторные занятия : 6 самостоятельная работа : 125,7 часов на контроль : 9 контактная работа: 9,3 ИКР: 3,3	Виды контроля на курсах:  экзамены 1

## 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Множества. Действительные числа. Комплексные числа</b>			
1.1	Множества. Действительные числа. Комплексные числа /Ср/	1	13	Л1.1Л2.1Л3.1
	<b>Раздел 2. Элементы аналитической геометрии. Линейная алгебра</b>			
2.1	Элементы аналитической геометрии. Линейная алгебра /Лек/	1	2	Л1.1Л2.1Л3.1 Э1
2.2	Элементы аналитической геометрии. Линейная алгебра /Пр/	1	4	Л1.1Л2.1Л3.1 Э1
2.3	Элементы аналитической геометрии. Линейная алгебра /Ср/	1	68	Л1.1Л2.1Л3.1
	<b>Раздел 3. Числовые последовательности и ряды</b>			
3.1	Числовые последовательности и ряды /Ср/	1	26	Л1.1Л2.1Л3.1
	<b>Раздел 4. Введение в анализ</b>			
4.1	Введение в анализ /Ср/	1	18,7	Л1.1Л2.1Л3.1 Э1
	<b>Раздел 5. Экзамен</b>			
5.1	Экзамен /Экзамен/	1	9	Л1.1Л2.1Л3.1
	<b>Раздел 6. Иная контактная работа</b>			
6.1	Индивидуальная консультация, текущий контроль /ИКР/	1	3,3	Л1.1 Л2.1Л3.1 Э1

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа № 1



Экзаменационные вопросы.

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Контрольная работа № 1 (см.приложение )

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

Множества. Действительные числа

1. Множества и действия с ними. Свойства введенных операций.
  2. Отношение порядка на множестве действительных чисел и его свойства. Модуль действительного числа и его свойства.
  3. Теорема о существовании точной верхней и нижней грани.
- Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве
4. Уравнение прямой линии на плоскости. Геометрический смысл углового коэффициента.
  5. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
  6. Каноническое уравнение параболы и его оптическое свойство
  7. Каноническое уравнение эллипса
  8. Каноническое уравнение гиперболы.
  9. Прямая линия и плоскость в пространстве.

Векторы и матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений

10. Определение и основные действия с n-мерными векторами и их свойства.
11. Скалярное произведение векторов и его свойства. Норма вектора.
12. Определение, основные действия с матрицами и их свойства.
13. Квадратные матрицы, их определители и способы их вычисления.
14. Метод Гаусса и Крамера решения СЛАУ.

Числовые последовательности и функции

15. Определение и предел числовой последовательности. Основные теоремы о числовых последовательностях.
16. Определение предела функции и основные теоремы.
17. Первый и второй замечательный пределы.
18. Наклонные и вертикальные асимптоты.
19. Определение и основные теоремы о непрерывных функциях.
20. Теорема существования и непрерывности обратной функции.

### 6.4. Критерии оценивания

Критерий оценивания экзамена:

Для выставления экзамена суммируются баллы рубежного контроля ( сумма баллов набранных за контрольные работы) и экзамена (максимум 55 баллов).

20 – 29 баллов – выставляется оценка “удовлетворительно”

30 – 44 баллов – выставляется оценка “хорошо”

45 – 55 баллов – выставляется оценка “отлично”

Критерий оценивания контрольной работы:

Для выставления балловой оценки за контрольную работу (максимум 30 баллов) суммируются баллы, набранные за выполнение отдельных заданий контрольной работы. Максимальное количество баллов за одно задание для контрольной работы №1 -5 баллов, для контрольной работы №2 – 3 балла.

Для контрольной работы №1:

– 5 баллов выставляют, если задание выполнено полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок.

– 4 балла выставляют, если задание выполнено полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два- три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

– 3 балла выставляют, если в задании допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках,



чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.  
– 2 балла выставляют, если допущены существенные ошибки, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.  
– 1 балл выставляют, если допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.  
– 0 баллов выставляют, если работа над заданием показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Лакерник А. Р.	Высшая математика: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=85006">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=85006</a> )	Москва : Логос, 2008	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Ухоботов В. И., Белов Е. Г., Тырсин А. Н.	Математика: учебное пособие ( <a href="https://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/emc/000039/ukhobotovvi">https://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/emc/000039/ukhobotovvi</a> )	Челябинск : [Челябинский государственный университет], 2006	ЭБС

#### 7.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л3.1	Веретенников В. Н.	Высшая математика. Аналитическая геометрия: учебно-методическое пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=482727">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=482727</a> )	Москва, Берлин : Директ-Медиа, 2018	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	1. Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> . 2. Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Пабблишинг. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> . 14 3. Юрайт [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Юрайт. – URL: <a href="https://biblio-online.ru">https://biblio-online.ru</a> . 4. Znanium.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Научно-издательский центр ИНФРА-М. – URL: <a href="http://znanium.com/">http://znanium.com/</a> .
----	--

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

LibreOffice

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) - тематическая электронная библиотека и база данных для исследований и учебных курсов <http://www.uirussia.msu.ru>

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)



Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью. Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий – таблицы производных основных элементарных функций, таблицы интегралов, графики основных элементарных функций и др. справочные материалы используемые при изучении дисциплины. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Изучение каждой темы следует начинать с проработки конспекта лекции или соответствующего раздела учебника, разобрать предлагаемые на лекциях и практических занятиях примеры, после чего приступить к решению задач для самостоятельного решения. Для реализации компетентностного подхода студентам необходимо использовать активную внеаудиторную работу опираясь на учебное пособие по математике Ухоботова В. И. и др., где представлены примеры решения типовых задач по дидактическим единицам (стр.175-209), задачи для самостоятельной работы с ответами к ним (стр.210-229), а также вопросы и тесты для самоконтроля (стр.242-250), что позволит успешно решить контрольные работы, предусмотренные рабочей программой и подготовиться к итоговому контролю в виде экзамена.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (личные сообщения в moodle, электронная почта) или отложенного дистанционного обучения Moodle, форумы в Moodle, электронная почта). Большую часть времени самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, форумов в Moodle. Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

## 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.



Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

# ЧЕЛЯБИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра теории управления и оптимизации

Составитель: ст. преподаватель Кужим Г.П.

## Контрольная работа №1 по математике

для студентов экономических специальностей заочной формы обучения

**Контрольная работа содержит три задания. Каждый студент должен выполнить из каждого задания вариант, номер которого совпадает с порядковым номером фамилии студента в списке группы.**

При выполнении и оформлении контрольной работы необходимо соблюдать следующие правила:

1. Контрольная работа может быть выполнена в файле любого формата, в том числе может быть написана от руки, а затем отсканирована или сфотографирована. Файл с решением необходимо прикрепить в соответствующем курсе в MOODLE.
2. Решения задач контрольной работы должны быть расположены в порядке номеров, указанных в контрольной работе. Перед решением должно быть написано условие задачи.

*Контрольные работы, выполненные с нарушением изложенных правил или выполненные студентами не по своему варианту, не проверяются и не засчитываются.*

При выполнении контрольной работы можно пользоваться следующей литературой:

1. Карасев А.И., Аксютин З.М., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов. Ч. 1-2, М.: Высшая школа, 1982 г.
2. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебн. пособие для вузов. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.- 439с.
3. Красс М.С. Математика для экономических специальностей: Учебник. – М.: ИНФРА- М, 1998.- 464с. – (Серия “ Высшее образование”)
4. Ухоботов, В. И. Математика для экономистов [Текст] : учебное пособие / В. И. Ухоботов. — Челябинск : [Челяб. гос. ун-т], 2002. — 166 с.

### 1. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:

$$1) \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 21 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 10; \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 8 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 21 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 4x_5 = 8 ; \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 + 5x_5 = 15 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 10 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 8 ; \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 10 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 8 ; \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 18 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 ; \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 ; \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
7) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2 \end{cases} ; \\
9) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 4 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 3; \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2 \end{cases} \\
11) \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 2; \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 8x_4 - 3x_5 = 5 \end{cases} \\
13) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 15; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 11 \end{cases} \\
15) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + x_5 = 12 \\ 8x_1 + x_2 - 7x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 1 ; \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \end{cases} \\
17) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_5 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 2 ; \\ 5x_1 - 4x_2 + 6x_3 + 10x_4 + 3x_5 = 2 \end{cases} \\
19) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 ; \\ x_1 + 7x_2 - 6x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 1 \end{cases} \\
21) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 ; \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases} \\
23) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 - 10x_5 = 1 \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5 ; \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 + 30x_5 = 3 \end{cases} \\
25) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 6x_4 - 7x_5 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 - 5x_5 = 1 ; \\ x_1 + 7x_2 - 10x_3 + 20x_4 - 18x_5 = 0 \end{cases} \\
27) \begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 10x_3 - x_4 - 7x_5 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 7x_3 + x_4 - 9x_5 = 3 ; \\ x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 - 5x_5 = 10 \end{cases} \\
29) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 - 10x_5 = 1; \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 - 9x_5 = 1 \end{cases} \\
8) \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 21 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 4x_5 = 8 ; \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 + 5x_5 = 15 \end{cases} \\
10) \begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 1 ; \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 + 3x_5 = 3 \end{cases} \\
12) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 - 2x_5 = 4 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 5 ; \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 12 \end{cases} \\
14) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 6; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 7 \end{cases} \\
16) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 9 ; \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases} \\
18) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 10x_5 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 + x_5 = 2 ; \\ 5x_1 - 4x_2 + 6x_3 + 10x_4 + 3x_5 = 2 \end{cases} \\
20) \begin{cases} 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 + x_4 + 8x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 1 \end{cases} \\
22) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 6x_4 - 8x_5 = 1 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 ; \\ x_1 + 7x_2 - 10x_3 + 20x_4 - 9x_5 = 9 \end{cases} \\
24) \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 - 5x_5 = 5 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 9x_5 = 1 ; \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 - 10x_5 = 7 \end{cases} \\
26) \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 + x_4 + 6x_5 = 1 \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 8x_4 + x_5 = 4; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 8 \end{cases} \\
28) \begin{cases} 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 - 20x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 6 ; \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 6x_4 + 6x_5 = 15 \end{cases} \\
30) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 6x_4 - 8x_5 = 1 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 - 10x_5 = 7; \\ x_1 + 7x_2 - 10x_3 + 20x_4 - 18x_5 = 0 \end{cases}
\end{array}$$

2. Для матриц  $A_{2 \times 3}$  и  $B_{2 \times 3}$ , чисел  $a$  и  $b$ , а также для векторов  $x \in R^3$  и  $y \in R^3$  вычислить:

- 1) Транспонированные матрицы  $A^T$  и  $B^T$ ; матрицы  $C = AB^T$ ,  $D = A^T B$ ,  $F = aA + bB$ ; векторы  $z = Ax$ ,  $u = By$  и их скалярное произведение  $(z, u)$ .
- 2) Вычислить ранги матриц  $A$  и  $B$ .
- 3) Определители матриц  $C$  и  $D$ .

Вариант	$A$	$B$	$x$	$y$	$a$	$b$
1	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	2	3
2	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 8 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	3	4
3	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$	4	5
4	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$	5	6
5	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$	6	7
6	$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$	7	8
7	$\begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$	8	9
8	$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$	9	1
9	$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	1	2
10	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	2	3
11	$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	3	4
12	$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	4	5
13	$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$	5	6
14	$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$	6	7
15	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$	7	8
16	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$	8	9

17	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$	9	1
18	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$	6	2
19	$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$	2	3
20	$\begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	3	4
21	$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 7 \\ 0 & 9 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	1	5
22	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	2	6
23	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$	3	7
24	$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	4	8
25	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$	5	9
26	$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 6 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$	6	1
27	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	7	2
28	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$	8	3
29	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 6 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$	9	4
30	$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 & 1 & 9 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$	11	5

### 3. Для дискретного процесса

$$x_{n+1} = a_{11}x_n + a_{12}y_n + a_{13}z_n$$

$$y_{n+1} = a_{21}x_n + a_{22}y_n + a_{23}z_n$$

$$z_{n+1} = a_{31}x_n + a_{32}y_n + a_{33}z_n$$

с начальным условием  $x_0 = 1, y_0 = 1, z_0 = 1$  вычислить  $x_{10}, y_{10}, z_{10}$ , если матрица

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

задана в таблице

Вариант	$A$	Вариант	$A$	Вариант	$A$
1	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & -6 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	11	$\begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 6 & 6 & 8 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 9 & 16 & -6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 8 & 16 & -5 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 9 & -1 & 8 \\ 16 & 0 & 16 \\ -6 & 1 & -5 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	13	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 6 \\ 0 & 2 & -6 \\ -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & -6 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 6 & 5 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	25	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 4 & 3 & 6 \\ -2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	19	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 6 & 5 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 9 & 16 & -6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 8 & 16 & -5 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

