

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 08.04.2026 16:55:16 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b83232323	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Численные методы решения дробных дифференциальных уравнений" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
---	--	--	--------

## Рабочая программа дисциплины (модуля)\*

### Численные методы решения дробных дифференциальных уравнений

Направление подготовки (специальность)

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

Уравнения с дробными производными

Присваиваемая квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью курса "Численные методы решения дробных дифференциальных уравнений" является изучение основных методов, идей и подходов к численному решению дробных дифференциальных уравнений, которые играют все более важную роль в моделировании сложных явлений и процессов в различных областях науки и техники.

Задачами изучения дисциплины являются:

- Изучение определений и свойств дробных производных и интегралов (Капуто, Римана-Лиувилля и др.), а также базовых понятий теории дробных дифференциальных уравнений.
- Освоение основных численных методов решения дробных дифференциальных уравнений, включая методы конечных разностей, метод предиктор-корректор и другие современные подходы.
- Знакомство с аналитическими методами решения дробных дифференциальных уравнений и их сравнение с численными методами.
- Формирование у студентов понимания места и роли дробных дифференциальных уравнений в современной математике, а также их связи с другими разделами математики и их применениями в различных областях науки и техники.
- Демонстрация того, как дробные дифференциальные уравнения используются для моделирования и анализа сложных систем и процессов, проявляющих эффекты памяти и наследственности (например, биология, физика).
- Развитие умения строить математические модели, основанные на дробных дифференциальных уравнениях, а также проводить численное моделирование
- Стимулирование способности ориентироваться в современных численных методах решения дробных дифференциальных уравнений, а также развитие навыков применения этих методов для решения практических математических задач и проведения вычислительных экспериментов.
- Содействие развитию математической культуры, позволяющей будущим специалистам самостоятельно осваивать новые математические методы и эффективно применять их для решения сложных и актуальных задач в различных предметных областях, требующих учета дробно-дифференциальных операторов.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

УК-1.1. Критически анализирует проблемную ситуацию с целью выработки стратегии действий, аргументировано формулирует собственные суждения и оценки

УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения проблемной ситуации

ПК-3.1. Обладает знаниями об особенностях устройства и эксплуатации ЭВМ, об основных прикладных программных пакетах и операционных системах.

ПК-3.2. Демонстрирует умение: обрабатывать информацию и вводить ее в ЭВМ; систематизировать, форматировать, записывать данные на носители и в облако.

ПК-3.3. Имеет практический опыт (навыки): настройки ЭВМ и установки причин сбоев работы ЭВМ.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.В.04

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Численные методы».

Дополнительные главы комплексного анализа

Уравнения в частных производных первого порядка

Методы решения дифференциальных уравнений

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по данной дисциплине могут быть полезны для научно-исследовательской работы студентов.



### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### УК-1: Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий

##### Знать:

основные определения и свойства дробных производных и интегралов (в смысле Капуто, Римана-Лиувилля, и других), основные подходы к построению численных методов решения дробных дифференциальных уравнений, а также их связь с аналитическими методами. Понимает ограничения и область применимости различных численных методов, их сходимость, устойчивость, и погрешности. Знает основные типы проблем, которые моделируются дробными дифференциальными уравнениями и их особенности.

##### Уметь:

применять различные численные методы для решения дробных дифференциальных уравнений, включая методы конечных разностей и другие. Способен самостоятельно выбирать наиболее подходящий метод для решения конкретной задачи, обосновывая свой выбор на основе анализа свойств и особенностей уравнения. Умеет разрабатывать алгоритмы, необходимые для программной реализации численных методов, и адаптировать существующие методы для решения новых задач. Способен оценить и проанализировать получаемые результаты, и провести верификацию численных решений.

##### Владеть:

навыками самостоятельного проведения численного моделирования систем, описываемых дробными дифференциальными уравнениями, включая постановку задачи, выбор численного метода, программную реализацию алгоритма, проведение вычислительных экспериментов, анализ результатов, и выявление потенциальных проблем и погрешностей.

#### ПК-3: Способен понимать принципы работы современных электронно-вычислительных и вычислительных машин, работать в команде, управлять командной работой

##### Знать:

об особенностях устройства и эксплуатации современных вычислительных систем, включая высокопроизводительные вычислительные кластеры и параллельные архитектуры. Знает об основных специализированных прикладных программных пакетах, используемых для численного моделирования, включая пакеты для решения дробных дифференциальных уравнений, а также о современных операционных системах и программных средах, используемых для научных вычислений.

##### Уметь:

обрабатывать, вводить, систематизировать и анализировать числовые данные, полученные в результате вычислительных экспериментов с дробными дифференциальными уравнениями, включая использование инструментов визуализации данных для представления полученных результатов.

##### Владеть:

навыками настройки вычислительных систем и программных сред для проведения вычислительных экспериментов в области численного решения дробных дифференциальных уравнений, включая установку и настройку программных пакетов, а также оптимизацию вычислительных процессов.

#### В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	основные определения и свойства дробных производных и интегралов (в смысле Капуто, Римана-Лиувилля, и других), основные подходы к построению численных методов решения дробных дифференциальных уравнений, а также их связь с аналитическими методами. Понимает ограничения и область применимости различных численных методов, их сходимость, устойчивость, и погрешности. Знает основные типы проблем, которые моделируются дробными дифференциальными уравнениями и их особенности.
3.1.2	Об особенностях устройства и эксплуатации современных вычислительных систем, включая высокопроизводительные вычислительные кластеры и параллельные архитектуры. Знает об основных специализированных прикладных программных пакетах, используемых для численного моделирования, включая пакеты для решения дробных дифференциальных уравнений, а также о современных операционных системах и программных средах, используемых для научных вычислений.
3.2	Уметь:



Рабочая программа дисциплины "Численные методы решения дробных дифференциальных уравнений" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 5

3.2.1	применять различные численные методы для решения дробных дифференциальных уравнений, включая методы конечных разностей и другие. Способен самостоятельно выбирать наиболее подходящий метод для решения конкретной задачи, обосновывая свой выбор на основе анализа свойств и особенностей уравнения. Умеет разрабатывать алгоритмы, необходимые для программной реализации численных методов, и адаптировать существующие методы для решения новых задач. Способен оценить и проанализировать получаемые результаты, и провести верификацию численных решений.
3.2.2	Обрабатывать, вводить, систематизировать и анализировать числовые данные, полученные в результате вычислительных экспериментов с дробными дифференциальными уравнениями, включая использование инструментов визуализации данных для представления полученных результатов.
<b>3.3 Владеть:</b>	
3.3.1	самостоятельного проведения численного моделирования систем, описываемых дробными дифференциальными уравнениями, включая постановку задачи, выбор численного метода, программную реализацию алгоритма, проведение вычислительных экспериментов, анализ результатов, и выявление потенциальных проблем и погрешностей.
3.3.2	Настройки вычислительных систем и программных сред для проведения вычислительных экспериментов в области численного решения дробных дифференциальных уравнений, включая установку и настройку программных пакетов, а также оптимизацию вычислительных процессов.

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 108	Виды контроля в семестрах:  зачеты 3
в том числе :	
аудиторные занятия : 34	
самостоятельная работа : 73,8	
: контактная работа: 34,2 ИКР: 0,2	

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Численное решение дробных дифференциальных уравнений</b>			
1.1	Алгоритм для одночленных уравнений /Пр/	3	16	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.2	Численные схемы для многочленных уравнений /Пр/	3	18	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.3	Выполнение домашних работ, подготовка к контрольным работам. Подготовка к зачету. /Ср/	3	73,8	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
	<b>Раздел 2. Иная контактная работа</b>			
2.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	0,2	Л1.1Л2.1 Л2.2

#### 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

##### 6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Доклад
2. Вопросы к зачету

##### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Темы докладов:

1. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Задача Коши. Постановка задачи и предположения
2. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Методы, основанные на тейлоровском разложении
3. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Явный метод Эйлера
4. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера с пересчетом



5. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Коши
6. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Семейство явных методов Рунге-Кутты второго порядка
7. Классический алгоритм Адамса – Башфорта – Моултона
8. Дробная формулировка
9. Численные схемы для многочленных уравнений
10. Преобразование в системы одного порядка
11. Преобразование в системы нескольких порядков

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы для зачета:

1. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Задача Коши. Постановка задачи и предположения
2. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Методы, основанные на тейлоровском разложении
3. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Явный метод Эйлера
4. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера с пересчетом
5. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Коши
6. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Семейство явных методов Рунге-Кутты второго порядка
7. Классический алгоритм Адамса – Башфорта – Моултона
8. Дробная формулировка
9. Численные схемы для многочленных уравнений
10. Преобразование в системы одного порядка
11. Преобразование в системы нескольких порядков

### 6.4. Критерии оценивания

Критерий выставления зачета:

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 3 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 3 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 2 баллами, допущены две ошибки – 1 балл. Если допущено более двух ошибок в задании или студент не выполнил какое-либо задание из билета, то за него он получает 0 баллов. Максимальное количество баллов за зачет – 6.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "не зачтено" выставляется за 19 и менее баллов;

Оценка "зачтено" выставляется за 20 и более баллов:

20-26 баллов (уровень 1);

27-30 баллов (уровень 2);

31-36 баллов (уровень 3).

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для доклада:

В семестре 3 доклада. На доклад отводится 15-20 минут в конце пары (каждую пару 1 доклад). Каждый студент готовит доклад по одной из предложенных тем. Максимальное количество баллов за доклады - 30.

Оценка "зачтено" выставляется за 20-30 баллов, "не зачтено" - менее 20 баллов.

Полнота доклада оценивается по следующим критериям:

1. Полнота изложения теоретического материала
2. Достаточное количество примеров к теоретическому материалу
3. Приведены примеры к определениям и теоремам
4. Приведены контрпримеры, демонстрирующие при каких условиях не применимы теоремы.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
---------	----------	---------------	--------



	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Пантелеев А.В., Кудрявцева И. А.	Численные методы. Практикум: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=427023">https://znanium.com/catalog/document?id=427023</a> )	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2023	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Нахушев А. М.	Дробное исчисление и его применение	Москва : Физматлит, 2003	
Л2.2	Персова М. Г., Соловейчик Ю. Г., Вагин Д. В., Домников П. А., Кошкина Ю. И.	Численные методы в уравнениях математической физики: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=574666">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=574666</a> )	Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2016	ЭБС

#### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт <a href="http://www.rfbr.ru/rffi/">http://www.rfbr.ru/rffi/</a> /ru
Э3	Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий РАЕ <a href="https://www.monographies.ru/">https://www.monographies.ru/</a>

#### 7.3 Перечень информационных технологий

##### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

##### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

2. SpringerLink Международная реферативная база данных научных изданий (<https://www.springer.com>)

### 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: доска, парты, мультимедийное и аудиооборудование.

Для семинарских занятий используются аудитории оснащенные обычной доской, партами, переносным мультимедийным и аудиооборудованием (в случае необходимости).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

### 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются семинарские (практические) занятия и самостоятельная работа студента. На практических занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и подходы.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал, с указанием даты проведения занятия и темы;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции



(вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

#### **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.



**WORKING PROGRAM OF THE COURSE (MODULE)\***  
**Numerical Methods for Solving Fractional Differential Equations**

Scientific specialty

01.04.01 Mathematics

Direction

Fractional Differential Equations

Degree

Master’s

Mode of study

Full-time

Enrollment Year 2026

\* The work program of the course (module) is adapted for inclusive education of disabled people and people with disabilities

Chelyabinsk, 2026



## Table of Contents

1. Goals of mastering the course
2. Place of the course in the structure of the educational program
3. Competencies of the student, formed as a result of mastering the course (module)
4. Scope of the course (module)
5. Structure and content of the course (module)
6. Fund of assessment means
  - 6.1 List of types of assessment tools
  - 6.2 Typical control tasks and other materials for current certification
  - 6.3. Typical control questions and assignments for interim certification
  - 6.4. Evaluation Criteria
7. Educational, methodical and informational support of the course (module)
  - 7.1 Recommended literature
  - 7.2 List of resources of information and telecommunication network “Internet”
  - 7.3. List of information technologies
8. Material and technical support of the course (module)
9. Methodical instructions for students to master the course (module)
10. Special conditions for mastering the course of students with disabilities and disabilities



## 1. GOALS OF MASTERING THE COURSE

The purpose of the course "Numerical methods for solving fractional differential equations" is to study the basic methods, ideas and approaches to the numerical solution of fractional differential equations, which play an increasingly important role in modeling complex phenomena and processes in various fields of science and technology.

The goals of the course include:

- The study of definitions and properties of fractional derivatives and integrals (Caputo, Riemann-Liouville, etc.), as well as basic concepts of the theory of fractional differential equations.
- Mastering basic numerical methods for solving fractional differential equations, including finite difference methods, predictor-corrector method and other modern approaches.
- Introduction to analytical methods for solving fractional differential equations and their comparison with numerical methods.
- Formation of students' understanding of the place and role of fractional differential equations in modern mathematics, as well as their relationship with other branches of mathematics and their applications in various fields of science and technology.
- Demonstration of how fractional differential equations are used to model and analyze complex systems and processes that exhibit the effects of memory and heredity (for example, biology, physics).
- Development of the ability to build mathematical models based on fractional differential equations, as well as conduct numerical modeling
- Stimulating the ability to navigate modern numerical methods for solving fractional differential equations, as well as developing skills in applying these methods to solve practical mathematical problems and conduct computational experiments.
- To promote the development of a mathematical culture that allows future specialists to independently master new mathematical methods and effectively apply them to solve complex and urgent problems in various subject areas requiring fractional differential operators.

The results of training in the course are aimed at achieving the following indicators:

UC-1.1. Critically analyzes the problematic situation in order to develop an action strategy, formulates his own judgments and assessments in a reasoned manner.

UC -1.2. Uses critical analysis, systematization and generalization of information to solve a problem situation.

PC-3.1. Has knowledge about the features of computer design and operation, about the main application software packages and operating systems.

PC-3.2. Demonstrates the ability to: process information and enter it into a computer; organize, format, record data on media and in the cloud.

PC-3.3. Has practical experience (skills) in setting up computers and setting the causes of computer failures.

## 2. PLACE OF THE COURSE IN THE STRUCTURE OF THE EDUCATIONAL PROGRAM

Cycle (section) curriculum: P1.E.04

### 2.1 Requirements for the student's pre-training:

To successfully master the discipline, knowledge of the disciplines "Mathematical Analysis", "Linear Algebra", "Differential equations", "Functional Analysis", "Numerical methods" is required.

Advanced Complex Analysis

First Order Partial Differential Equations

Methods for Solving Differential Equations

### 2.2 Courses and practices for which the development of this course (module) is necessary as a precursor:

Knowledge of this course can be useful for students' research work.



### 3. COMPETENCIES OF THE STUDENT, FORMED AS A RESULT OF MASTERING THE COURSE (MODULE)

#### UC-1: Able to critically analyse problem situations on the basis of a systematic approach, develop a strategy of action

**Know:**

the main definitions and properties of fractional derivatives and integrals (in the sense of Caputo, Riemann-Liouville, and others), the main approaches to the construction of numerical methods for solving fractional differential equations, as well as their relationship to analytical methods. Understands the limitations and scope of various numerical methods, their convergence, stability, and errors. He knows the main types of problems that are modeled by fractional differential equations and their features.

**Be able to:**

Apply various numerical methods to solve fractional differential equations, including finite difference methods and others. He is able to independently choose the most appropriate method for solving a specific problem, justifying his choice based on an analysis of the properties and features of the equation. He is able to develop algorithms necessary for the software implementation of numerical methods and adapt existing methods to solve new problems. He is able to evaluate and analyze the results obtained, and verify numerical solutions.

**Possess:**

skills to independently conduct numerical modeling of systems described by fractional differential equations, including problem formulation, choice of numerical method, software implementation of algorithm, conducting computational experiments, analyzing results, and identifying potential problems and errors.

#### PC-3: Able to understand the principles of operation of modern electronic computers and computing machines, work in a team, manage teamwork

**Know:**

about the features of the device and operation of modern computing systems, including high-performance computing clusters and parallel architectures. He knows about the main specialized application software packages used for numerical modeling, including packages for solving fractional differential equations, as well as about modern operating systems and software environments used for scientific computing.

**Be able to:**

process, enter, organize, and analyze numerical data obtained as a result of computational experiments with fractional differential equations, including the use of data visualization tools to present the results.

**Possess:**

skills in configuring computing systems and software environments for conducting computational experiments in the field of numerical solution of fractional differential equations, including installation and configuration of software packages, as well as optimization of computing processes.

**As a result of mastering the course, the student must**

<b>3.1</b>	<b>Know:</b>
3.1.1	the main definitions and properties of fractional derivatives and integrals (in the sense of Caputo, Riemann-Liouville, and others), the main approaches to the construction of numerical methods for solving fractional differential equations, as well as their relationship to analytical methods. Understands the limitations and scope of various numerical methods, their convergence, stability, and errors. He knows the main types of problems that are modeled by fractional differential equations and their features.
3.1.2	About the features of the device and operation of modern computing systems, including high-performance computing clusters and parallel architectures. He knows about the main specialized application software packages used for numerical modeling, including packages for solving fractional differential equations, as well as about modern operating systems and software environments used for scientific computing.
<b>3.2</b>	<b>Be able to:</b>



Work program of the course (module) "Numerical Methods for Solving Fractional Differential Equations" in the scientific specialty 01.04.01 "Mathematics" direction "Fractional Differential Equations" FSBEI HE "CSU"

pp. 5

3.2.1	Apply various numerical methods to solve fractional differential equations, including finite difference methods and others. He is able to independently choose the most appropriate method for solving a specific problem, justifying his choice based on an analysis of the properties and features of the equation. He is able to develop algorithms necessary for the software implementation of numerical methods and adapt existing methods to solve new problems. He is able to evaluate and analyze the results obtained, and verify numerical solutions.
3.2.2	Process, enter, organize, and analyze numerical data obtained as a result of computational experiments with fractional differential equations, including the use of data visualization tools to present the results.
<b>3.3 Possess:</b>	
3.3.1	independent numerical modeling of systems described by fractional differential equations, including problem formulation, choice of numerical method, software implementation of the algorithm, conducting computational experiments, analyzing the results, and identifying potential problems and errors.
3.3.2	Settings of computing systems and software environments for conducting computational experiments in the field of numerical solution of fractional differential equations, including installation and configuration of software packages, as well as optimization of computing processes.

#### 4. SCOPE OF THE COURSE (MODULE)

Total labor intensity	<b>3 Credits</b>
Curriculum hours : 108 including: classroom training: 34 independent work: 73,8 contact work: 34,2 OCW: 0,2	Types of control in semesters:  Credits 3

#### 5. STRUCTURE AND CONTENT OF THE COURSE (MODULE)

Class code	Name of sections and topics /type of lesson/	Semester / Course	Hours	Literature
<b>Section 1. Numerical solution of fractional differential equations</b>				
1.1	Algorithm for single-term equations /Pr/	3	16	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.2	Numerical schemes for polynomial equations /Pr/	3	18	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.3	Doing homework, preparing for exams. Preparation for the test. /IndW/	3	73,8	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
<b>Section 2. Other contact work</b>				
2.1	Individual consultations, ongoing monitoring /OCW/	3	0,2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3

#### 6. FUND OF ASSESSMENT MEANS

##### 6.1. List of types of assessment tools

1. Report
2. Questions for credit

##### 6.2. Typical control tasks and other materials for current certification

Topics of the reports:



1. Numerical methods for solving differential equations. The Cauchy problem. Problem statement and assumptions
2. Numerical methods for solving differential equations. Methods based on the Taylor expansion
3. Numerical methods for solving differential equations. The explicit Euler method
4. Numerical methods for solving differential equations. Euler's method with recalculation
5. Numerical methods for solving differential equations. The Cauchy method
6. Numerical methods for solving differential equations. The family of explicit second-order Runge-Kutta methods
7. The classical Adams–Bashfort–Moulton algorithm
8. Fractional formulation
9. Numerical schemes for polynomial equations
10. Transformation into systems of the same order
11. Transformation into systems of several orders

### 6.3. Typical control questions and assignments for interim certification

Questions for credit:

1. Numerical methods for solving differential equations. The Cauchy problem. Problem statement and assumptions
2. Numerical methods for solving differential equations. Methods based on the Taylor expansion
3. Numerical methods for solving differential equations. The explicit Euler method
4. Numerical methods for solving differential equations. Euler's method with recalculation
5. Numerical methods for solving differential equations. The Cauchy method
6. Numerical methods for solving differential equations. The family of explicit second-order Runge-Kutta methods
7. The classical Adams–Bashfort–Moulton algorithm
8. Fractional formulation
9. Numerical schemes for polynomial equations
10. Transformation into systems of the same order
11. Transformation into systems of several orders

### 6.4. Evaluation criteria

Scoring criterion:

The duration of the credit is 90 minutes. The student can receive from 1 to 3 points for each completed task of the ticket. If the task is performed correctly, it is evaluated with 3 points. If the task is performed with mistakes, the points are reduced depending on the number of mistakes made. If one mistake is made, the building is evaluated with 2 points, if two mistakes are made, the building is evaluated with 1 point. If more than two mistakes are made in a task or the student has not completed any task from the ticket, he/she receives 0 points for it. The maximum number of points for credit is 6.

When summarizing the results, the results of current attestation are taken into account. The points received for the current certification are summarized with the points received for each stage during the intermediate certification:

A grade of “fail” is awarded for 19 or fewer points;

A grade of “pass” is awarded for 20 or more points:

20-26 points (level 1);

27-30 points (level 2);

31-36 points (level 3).

Description of indicators and criteria for assessing competencies for the report:

There are 3 reports in the semester. 15-20 minutes are allocated for the report at the end of the pair (each pair 1 report). Each student prepares a report on one of the proposed topics. The maximum number of points for the reports is 30.

The grade “pass” is given for 20-30 points, “fail” - less than 20 points.

The completeness of the report is evaluated by the following criteria:

1. Completeness of presentation of theoretical material
2. Sufficient number of examples to the theoretical material
3. Examples are given for definitions and theorems
4. Counterexamples are given to show under what conditions the theorems do not apply.

## 7. EDUCATIONAL, METHODOLOGICAL AND INFORMATIONAL SUPPORT OF THE COURSE (MODULE)

### 7.1. Recommended literature

#### 7.1.1. Basic literature

Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
--------------------	-------	-----------------	----------



Work program of the course (module) “Numerical Methods for Solving Fractional Differential Equations” in the scientific specialty 01.04.01 “Mathematics” direction “Fractional Differential Equations” FSBEI HE “CSU”

pp. 7

	Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
L1.1	Panteleev A.V., Kudryavtseva I. A.	Numerical methods. Practicum: a training manual ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=427023">https://znanium.com/catalog/document?id=427023</a> )	Moscow : Scientific Publishing Center INFRA- M, LLC, 2023	ELS
L1.2	Yemelyanov V. N.	Numerical methods: an introduction to the theory of difference schemes: a textbook for universities ( <a href="https://urait.ru/bcode/538894">https://urait.ru/bcode/538894</a> )	Moscow : Urait, 2024	ELS
L1.3	Tukhfatullin B. A.	Numerical methods for calculating building structures. The finite element method: a textbook for universities ( <a href="https://urait.ru/bcode/541343">https://urait.ru/bcode/541343</a> )	Moscow : Urait, 2024	ELS

### 7.1.2. Further reading

	Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
L2.1	Nakhushev A.M.	Fractional calculus and application	Moscow : Fizmatlit, 2003	
L2.2	Persova M. G., Soloveitchik Yu. G., Vagin D. V., Domnikov P. A., Koshkina Yu. I.	Numerical methods in mathematical physics equations: a textbook ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=574666">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=574666</a> )	Novosibirsk : Novosibirsk State Technical University, 2016	ELS

### 7.2. List of resources of the information and telecommunication network “Internet”

W1	eLIBRARY.RU [Electronic resource] : electronic library / Scientific Electronic Library - URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
W2	Russian Foundation for Basic Research (RFBR) - official website <a href="http://www.rfbr.ru/rffi/ru">http://www.rfbr.ru/rffi/ru</a>
W3	Scientific electronic library. Monographs published in the publishing house of the Russian Academy of Natural Sciences full-text resource of scientific and educational publications RAE <a href="https://www.monographies.ru/">https://www.monographies.ru/</a>

### 7.3 List of information technologies

#### 7.3.1 Software

LMS Moodle

Adobe Reader

#### 7.3.2 Professional databases and reference systems

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : multidisciplinary abstract database / Thomson Reuters Company. - Access mode: for registered users of CSU. - Text : electronic.

2. SpringerLink International Abstract Database of Scientific Publications (<https://www.springer.com>)

## 8. MATERIAL AND TECHNICAL SUPPORT OF THE COURSE (MODULE)

For the realization of the course are used classrooms for seminars, group and individual consultations, current control and interim certification, as well as rooms for independent work.

The classrooms are equipped with specialized furniture and technical means of education: blackboard, desks, multimedia and audio equipment.

For seminars, classrooms equipped with a blackboard, desks, portable multimedia and audio equipment (if necessary) are used.

The rooms for independent work of students are equipped with computer equipment with Internet connection and access to the electronic information and educational environment of the University.

## 9. METHODOLOGICAL INSTRUCTIONS FOR STUDENTS TO MASTER THE COURSE (MODULE)

Seminar (practical) classes and independent work of the student are used in the study of this course. At practical classes the main content of the program topics is presented, the main methods and approaches are considered.



For the most effective study of the course the student is recommended:

- attend classes, briefly and thoughtfully outline the material, indicating the date of the class and the topic;
- independently study the material both after each lesson and at the end of the topic, which allows you to link the information received and make a complete picture.

In the case of application of e-learning, distance learning technologies in teaching the course, communication between students and teacher is carried out in real time (online lectures (webinars), chats, video conferences, etc.) or delayed time (distance learning system Moodle, forums, e-mail, etc.).

Most of the time students work independently with teaching and learning materials. Students have the opportunity to consult with the instructor on all issues arising in the course of independent work through e-mail, social networks, etc.

Access of the student to learning resources in the mode of deferred time, independent work is carried out through the Internet at a convenient place, time and pace.

When training persons with disabilities, e-learning, distance education technologies provide for the possibility of receiving and transmitting information in accessible forms.

Implementation of the course with the use of e-learning, distance education technologies (hereinafter - EE, DOT) is carried out on the basis of the "Regulations on the implementation of basic and additional educational programs with the use of e-learning and distance education technologies in the federal state budgetary educational institution of higher education 'Chelyabinsk State University', "Regulations on the procedure for crediting students on basic professional educational programs of higher education In exceptional cases (force majeure, etc.) in the implementation of educational activities with the use of E-Learning, DOT may apply components that are not included in the list of electronic information and educational environment.

## 10. SPECIAL CONDITIONS FOR MASTERING THE COURSE OF STUDENTS WITH DISABILITIES AND DISABILITIES

The mastering of the course by disabled persons and persons with disabilities is carried out with the use of special technical means and holo-information technologies provided by the Resource Educational and Methodological Center for Education of Disabled Persons and Persons with Disabilities of CSU at the request of the student.

1. Mobile special technical means for persons with visual impairments: portable computer with Braille input/output with speech synthesizer "ElBraille-W14J G2"; laptops with NVDA screen access software; electronic magnifiers for remote viewing; portable video magnifiers; tiflo player; digital dictaphones.

2. Mobile special technical means for persons with hearing impairments: free sound field system with built-in compatibility with FM devices; radio class "Sonet-RSM" with transmitter, behind-the-ear inductor and induction loop; information system for the hearing impaired portable "Istok" A2 with built-in player - sound informer; document camera; programmable hearing aids for individual use.

3. assistive information technologies: screen access software with speech synthesis NVDA; screen magnification programs; speech synthesis programs for computers and laptops; speech synthesis programs for mobile devices; on-screen keyboard; screen magnifier. If necessary, special software (NVDA speech navigation program, speech synthesizers, screen magnifiers) is installed at workplaces for practical or laboratory classes for students with visual impairments.

Unimpeded access to classrooms is provided for students with disabilities and students with disabilities. In each classroom, where students with disabilities and persons with disabilities, provides an appropriate number of seats for students, taking into account their health problems.

To master the course, disabled people and persons with disabilities are provided with access to printed sources available in the CSU scientific library, with the help of special technical means; access to electronic sources, presented in the form of electronic documents in the collection of the CSU scientific library or electronic library systems, with the help of special hardware and software (workstation for blind users with screen access software with speech synthesis NVDA, workstation with computerized

Educational and methodical materials for students with disabilities and persons with disabilities are provided in forms adapted to the limitations of their health and perception of information:

For persons with visual impairments:

- in printed form in enlarged font,
- in the form of an electronic document,
- in the form of an audio file,
- in printed form in Braille.



- in printed form,
- in the form of an electronic document.

For persons with mobility impairments:

- In printed form,
- in the form of an electronic document,
- in the form of an audio file.

This list can be specified depending on the contingent of students.

For persons with disabilities and persons with disabilities mastering the course can be partially or fully implemented using distance education technologies (Moodle, Adobe Connect Pro, etc.).

In the mastering of the course by disabled people and persons with disabilities is used individual work. Individual work means two forms of interaction with the teacher: individual training work (consultations), i.e. additional explanation of the educational material and in-depth study of the material with those students who are interested in it, and individual educational work. Individual consultations are aimed at individualizing learning and establishing educational contact between the teacher and a disabled student or a student with disabilities.

When conducting the procedure for assessing the learning outcomes of disabled people and persons with disabilities in the course provides the following additional requirements depending on the individual characteristics of students:

- a) instruction on the order of the assessment procedure is provided in an accessible form (orally, in written form, in written form in Braille, orally with the use of sign language interpreter);
- b) accessible form of providing assessment tasks (in printed form, in printed form in enlarged font, in printed form in Braille, in the form of an electronic document, tasks are read out by an assistant, tasks are provided with the use of sign language interpreter);
- c) an accessible form of providing answers to tasks (in writing on paper, typing answers on a computer, in writing in Braille, using the services of an assistant, orally).

When conducting the procedure for evaluating the learning outcomes of persons with disabilities and persons with disabilities, the use of technical means necessary for them due to their individual characteristics is envisaged. These means may be provided by CSU or the university's own technical means may be used. If necessary, persons with disabilities and persons with disabilities are given additional time to prepare an answer to the tasks, the procedure of assessment of learning outcomes in the course can be conducted in several stages.

The procedure of assessment of learning outcomes for persons with disabilities and persons with disabilities is allowed using distance learning technologies.

