

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 04.06.2025 12:47:06 Уникальный программный код: 04c19ed8bfb98f7b6cb77a48cb9a8788b8322337	Рабочая программа дисциплины "Теория случайных процессов" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

## Рабочая программа дисциплины (модуля)\*

Теория случайных процессов

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина предназначена для изучения основных результатов и методов теории вероятностей и теории случайных процессов.

Задачами освоения дисциплины являются:

- повышение уровня математической грамотности и математической культуры студентов;
- знакомство с областью применения стохастического анализа и методами решения задач;
- развитие у студентов способности ориентироваться в методах, применяемых для решения различных
- создание целостной картины изучаемого предмета и понимания взаимосвязи между теоретическими результатами и практическими задачами.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.19

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Для усвоения дисциплины обучаемый должен обладать математической подготовкой, предусматривающей владение основными навыками и понятиями математического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, аналитической геометрии.

Математический анализ

Аналитическая геометрия

Дифференциальные уравнения

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по данной дисциплине могут быть полезны для научно-исследовательской работы студентов.

Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности**

#### Знать:

Для достижения ОПК-1.1.: обладать базовыми знаниями, полученными в области теории случайных процессов.

#### Уметь:

Для достижения ОПК-1.2.: уметь решать типовые задачи, формулируемые в рамках теории случайных процессов.

#### Владеть:

Для достижения ОПК-1.3.: владеть навыками использования основных понятий, теорем, законов теории случайных процессов для решения задач профессиональной деятельности.

#### В результате освоения дисциплины обучающийся должен

##### 3.1 Знать:

3.1.1 обладать базовыми знаниями, полученными в области теории случайных процессов.

##### 3.2 Уметь:

3.2.1 решать типовые задачи, формулируемые в рамках теории случайных процессов.



Рабочая программа дисциплины "Теория случайных процессов" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

**3.3 Владеть:**

3.3.1 использования основных понятий, теорем, законов теории случайных процессов для решения задач профессиональной деятельности.

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Общая трудоемкость	<b>2 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 72	Виды контроля в семестрах: зачеты 6
в том числе :	
аудиторные занятия : 32	
самостоятельная работа : 36,7	
контактная работа: 35,3 ИКР: 3,3	

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
<b>Раздел 1. Теория случайных процессов</b>				
1.1	Схема гибели-размножения /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.2	Цепи Маркова /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.3	Простейший поток /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.4	Системы массового обслуживания /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.5	Формулы Эрланга /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.6	Схема гибели-размножения /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.7	Цепи Маркова /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.8	Простейший поток (пуассоновский процесс) /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.9	Системы массового обслуживания. СМО с отказами. Формулы Эрланга /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.10	Уравнения Колмогорова /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.11	СМО с очередью /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.12	Понятия общей теории случайных процессов: матожидание процесса, дисперсия, автокорреляционная функция, траектория, сечение и т.п. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Теория случайных процессов" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
1.13	Контрольная работа по разделу 4 /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.14	Подготовка к занятиям, выполнение домашних заданий, подготовка к контрольным работам, зачету /Ср/	6	36,7	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 2. Иная контактная работа</b>				
2.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	6	3,3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Контрольная работа
2. Вопросы к зачету

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Дисциплиной предусмотрено проведение контрольной работы по теме «Теория случайных процессов».

Пример контрольной работы прилагается.

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к зачету

1. Цепи Маркова. Матрица перехода. Вектор вероятностей в  $n$ -й момент времени. Матрица перехода за  $n$  шагов. Финальные вероятности.
2. Простейший поток (пуассоновский процесс).
3. Системы массового обслуживания. СМО с отказами. Формулы Эрланга.
4. Уравнения Колмогорова.
5. СМО с очередью.
6. Случайные процессы: матожидание процесса, дисперсия, автокорреляционная функция, траектория, сечение.

### 6.4. Критерии оценивания

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для контрольной работы:

За каждое выполненное задание контрольной работы студент может получить от 1 до 5 баллов. В работе предусмотрено 7 заданий. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 5 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок.

Оценка "Не зачтено" выставляется за 19 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 20-35 баллов.

Продолжительность зачета – 90 минут. На зачете выдается итоговая контрольная работа из 5 задач аналогичных задачам в контрольных работах. За каждое выполненное задание итоговой контрольной студент может получить от 1 до 5 баллов. Первое задание в контрольной оценивается 4 баллами, второе и третье задания оцениваются по 3 балла, четвертое и пятое задания оцениваются 5 баллами. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается максимальным баллом. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за зачет – 20.

Критерии оценивания зачета:

Оценка "Не зачтено" выставляется за 10 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" за 11 и более:

11-14 баллов (уровень 1)

15-17 баллов (уровень 2)

18-20 баллов (уровень 3)



## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Бородин А. Н.	Случайные процессы ( <a href="https://e.lanbook.com/book/211268">https://e.lanbook.com/book/211268</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л1.2	Гмурман В. Е.	Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для спо ( <a href="https://urait.ru/bcode/536720">https://urait.ru/bcode/536720</a> )	Москва : Юрайт, 2024	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Слущкий Е. Е.	Избранные труды: Теория вероятностей. Математическая статистика: монография ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=473754">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=473754</a> )	Москва : Издательство академии наук СССР, 1960	ЭБС
Л2.2	Шведов А. С.	Теория вероятностей и математическая статистика: промежуточный уровень: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=486562">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=486562</a> )	Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2017	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт <a href="http://www.rfbr.ru/rffi/ru">http://www.rfbr.ru/rffi/ru</a>
Э3	Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий PAE <a href="https://www.monographies.ru/">https://www.monographies.ru/</a>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

OpenOffice

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
2. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)



При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа студента.

На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях рассматриваются основные методы и приемы решения задач дискретной математики. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

## 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Теория случайных процессов " по направлению подготовки  
(специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические  
и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 8

возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

## Контрольная работа по разделу "Теория случайных процессов".

### Вариант 1

Задача 1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию процесса  $x(t) = x \cdot \sin \omega t$ , если  $Mx = 1$  и  $Dx = 0,2$ .

Задача 2.

Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно трем. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит: а) четыре вызова; б) менее четырех вызовов; в) не менее четырех вызовов.

Задача 3.

Вероятность того, что у матери с рыжими волосами родится дочь с рыжими волосами равна  $p = \frac{2}{3}$ . Вероятности того, что у матери с волосами не рыжего цвета родится дочь с рыжими волосами равняется  $p = \frac{1}{10}$ . Найти:

- 1) Вероятность того, что у бабушки с рыжим цветом волос будет внучка с рыжими волосами;
- 2) Вероятность того, что через 100 лет все девушки будут рыжеволосыми.

Задача 4.

Автоматическая телефонная станция обеспечивает более 120 переговоров одновременно. Средняя продолжительность разговора 60 секунд, а вызовы поступают в среднем через 0,5 секунды. Рассматривая такую станцию как многоканальную систему обслуживания с отказами и простейшим входным потоком, определим:

- 1) среднее число занятых каналов  $K_{\text{ср}}$ ;
- 2) относительную пропускную способность  $q$ ;
- 3) среднее время  $t_{\text{ср}}$  пребывания вызова на станции с учетом того, что разговор может и не состояться.

