Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)

Дифференциальные уравнения

Направление подготовки (специальность)
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)
Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
очная

Челябинск, 2025 г.

Содержание

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»
Профиль: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях
Дисциплина: *Дифференциальные уравнения*
Семестры изучения: *3,4 семестры*
Форма промежуточной аттестации: *3 семестр – экзамен, 4 семестр – экзамен.*
Использование балльно-рейтинговой системы для оценивания результатов.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.	Знает: различные типы дифференциальных уравнений и способы их решения. Имеет практический опыт: решения дифференциальных уравнений в математических моделях различных прикладных задач.

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/ № задания
1	ОПК-1 Знать простейшие типы дифференциальных уравнений Уметь решать простейшие дифференциальные уравнения, Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.	Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной	1. Контрольная работа №1 2. Проверка домашних заданий по разделу 1 3. Тест за 3 семестр	1. Вопросы к экзамену 2. Билеты для проведения экзамена в 3 семестре
2	ОПК-1 Знать основные формулы общего и частного решения линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами, определения и свойства матричной экспоненты; Уметь решать линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами, применять матричную экспоненту к решению систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.	Раздел 2. Линейные уравнения и системы. Раздел 3. Теоремы существования и единственности решения задач Коши.	1. Контрольная работа №2 2. Проверка домашних заданий по разделу 2, занятия 8-12 3. Проверка домашних заданий по разделу 2, занятия 14-16 4. Тест за 3 семестр	1. Вопросы к экзамену 2. Билеты для проведения экзамена в 3 семестре
3	ОПК-1 Знать методы понижения порядка дифференциальных уравнений; усло-	Раздел 3. Теоремы существования и единственности	1. Контрольная работа №3	1. Вопросы к экзамену

4	вия существования и единственности решения задачи Коши для нормальных систем дифференциальных уравнений и для уравнения n-го порядка в нормальном виде; понятия особого решения. Уметь применять методы понижения порядка; исследовать задачу Коши. Находить особые решения уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной. Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.	решения задач Коши. Раздел 4. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Раздел 5. Уравнения, допускающие понижение порядка.	2. Проверка домашних заданий по разделам 3-5 3.Тест за 4 семестр	2. Билеты для проведения экзамена в 4 семестре
4	ОПК-1 Знать характер зависимости решений от начальных условий, классификацию положений равновесия линейных автономных систем второго порядка; основные определения и положения теории устойчивости. Уметь строить фазовые портреты линейных автономных систем второго порядка, находить производную по параметру и начальному условию, исследовать устойчивость решения системы дифференциальных уравнений. Иметь опыт использования логического мышления, методов доказательств математических утверждений; иметь навыки решения и исследования дифференциальных уравнений и систем в математических и физических приложениях; владеть умением пользоваться необходимой литературой.	Раздел 6. Непродолжаемые решения. Раздел 7. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и правой части уравнения. Раздел 8. Дифференцируемость решения по параметру. Раздел 9. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. Раздел 10. Первые интегралы. Раздел 11. Теория устойчивости. Раздел 12. Уравнения в частных производных первого порядка.	1. Контрольная работа №4 2. Проверка домашних заданий по разделам 7-9 3. Проверка домашних заданий по разделам 10-12 4. Тест за 4 семестр	1. Вопросы к экзамену 2. Билеты для проведения экзамена в 4 семестре

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля *представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.*

3.2 Содержание оценочных средств

Оценочные средства представляют собой:

- типовые контрольные работы, проводимые в течение 3,4 семестров;
- проверка домашних заданий по всем разделам;
- проверка конспектов лекций;
- тестирование по всем разделам дисциплины: http://moodle.uio.csu.ru/course/view.php?id=1103, проводится в конце 3 и 4 семестров;
- экзаменационные билеты, каждый из которых содержит 3 практических задачи и 2 теоретических вопроса из списка вопросов к экзамену.

Вопросы к экзамену за 3 семестр:

1. Определение дифференциального уравнения и решения дифференциального уравнения. Задача Коши и краевая задача.
2. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения (векторное поле) и его решения (интегральная кривая).
3. Задача обратная решению дифференциального уравнения.
4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
5. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения.
7. Комплексная функция. Нормальная система дифференциальных уравнений. Расщепление комплексной системы на систему действительных уравнений.
8. Теорема существования и единственности (формулировка). Теорема существования и единственности для уравнения n-го порядка (фор-ка).
9. Экспонента комплексного числа, свойства.
10. Некоторые сведения о линейных дифференциальных уравнениях, свойства решений (с доказательством).
11. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Определение оператора $L(p)$, его свойства. Доказательство формулы: $L(p)e^{\lambda t} = L(\lambda)e^{\lambda t}$.
12. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). Теорема о виде решения.

13. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). Действительное решение уравнения с действительными коэффициентами.
14. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). Формула смещения. Предложение о семействе функций $\omega_0(t), \omega_1(t), \ldots, \omega_{k-1}(t), \omega_k(t)$.
15. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). Теорема о виде решения.
16. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Вид решения. Определение квазимногочлена. Теорема о виде частного решения.
17. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Свойство квазимногочленов.
18. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Случай простых корней характеристического уравнения.
19. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Общий случай.
20. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Простейшие свойства решений однородной системы. Линейная зависимость системы решений.
21. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.
22. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Соответствие между произвольной матрицей с ненулевым определителем и фундаментальной матрицей линейной системы.
23. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Правило дифференцирования детерминанта. Формула Лиувилля.
24. Нормальная неоднородная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Вид решения. Метод вариации постоянных.
25. Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Сведение к нормальной линейной системе. Эквивалентность решения уравнения и системы.
26. Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Линейная независимость. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.

27. Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Формула Лиувилля.
28. Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
29. Показательная функция матрицы. Ряд от матрицы.
30. Экспонента матрицы. Свойства и способы ее нахождения.
31. Экспонента диагональной и жордановой матрицы.
32. Линейные уравнения второго порядка. Приведение к виду без первой производной.
33. Понятия колеблющегося и неколеблющегося на интервале решения. Теорема о неколеблющемся решении.
34. Теорема Штурма и ее следствие.
35. Теорема сравнения и ее следствие.
36. Теорема Кнезера. Понятие о краевых задачах. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n-го порядка.
37. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения. Ломаные Эйлера.
38. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.

Вопросы к экзамену, 4 семестр:
1. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности, следствие.
2. Дискриминантная кривая, особое решение дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной.
3. Методы решения уравнений, неразрешенных относительно производной: разрешение относительно производной, метод введения параметра. Уравнения Клеро.
4. Уравнения, допускающие понижение порядка. Промежуточные интегралы. Уравнения, которые не содержат явно искомую функцию или независимую переменную.
5. Понижение порядка в однородных уравнениях. Приведение к полной производной.
6. Непродолжаемые решения. Предложение о существовании непродолжаемого решения.

7. Предложение о выходе непродолжаемого решения за границу ограниченного замкнутого множества, следствие для автономной системы. Пример.
8. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и правой части уравнения. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части уравнения. Следствие о непрерывной зависимости решений от начальных условий.
9. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметра.
10. Дифференцируемость решения по параметру. Теорема о дифференцируемости решения по параметру, система уравнений в вариациях. Следствие о дифференцируемости решения по начальным значениям, система уравнений в вариациях.
11. Теорема о дифференцируемости по параметру высоких порядков, следствие о разложении решения по степеням малого параметра.
12. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. Понятие автономной системы и нормальной автономной системы. Кинематическая интерпретация решения автономной системы. Совпадение двух траекторий.
13. Положения равновесия и замкнутые кривые. Три вида траекторий автономной системы.
14. Фазовые пространства. Фазовые траектории. Критерий положения равновесия. Связь геометрической и кинематической интерпретаций решений нормальной системы.
15. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Невырожденный случай.
16. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Вырожденный случай.
17. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Существование нулевого собственного значения.
18. Первые интегралы. Критерий первого интеграла. Функциональная независимость первых интегралов в области, ее связь с линейной независимостью.
19. Теорема о существовании n независимых первых интегралов.
20. Теорема о получении решения с помощью первых интегралов. Теорема о выражении любого первого интеграла через систему n независимых первых интегралов.
21. Первые интегралы автономных систем, теорема о существовании n-1 независимого первого интеграла, не содержащего t.

22. Устойчивость решения по Ляпунову, асимптотическая устойчивость по Ляпунову, связь этих понятий. Переход от исследования устойчивости произвольного решения к исследованию устойчивости нулевого решения.
23. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
24. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Производная функции в силу системы уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Примеры.
25. Теорема Четаева о неустойчивости. Пример.
26. Теорема об устойчивости по первому приближению. Пример.
27. Предельные циклы.
28. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейное однородное уравнение, теорема о связи решения с первым интегралом системы дифференциальных уравнений. Лемма о первых интегралах системы. Теорема об общем решении линейного уравнения.
29. Квазилинейное уравнение, понятие характеристики уравнения. Теорема о решении квазилинейного уравнения. Теорема о получении решения из первого интеграла. Теорема об общем решении квазилинейного уравнения (формулировка).
30. Задача Коши для квазилинейного уравнения, теорема о существовании единственного решения задачи Коши, геометрический смысл условия теоремы, пример.

Билеты для проведения экзамена в 3 семестре.

БИЛЕТ 1.

1. Решить задачу Коши: $y' = \dfrac{y}{x} - \dfrac{x}{y}, \quad y(1) = 1.$
2. Решить систему уравнений $\dot{x} = Ax$: $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2,\ \lambda_3 = -1.$
3. При каких a и b каждое решение уравнения $y'' + ay' + by = 0$, кроме $y(x) \equiv 0$, возрастает по абсолютной величине, начиная с некоторого x?
4. Определение дифференциального уравнения и решения дифференциального уравнения.
5. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.

БИЛЕТ 2.

1. Решить уравнение: $e^x \sin^3 y + (1 + e^{2x}) \cos y \cdot y' = 0$
2. Решить уравнение: $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x.$
3. Найти общее решение уравнения, используя формулу Лиувилля: $t^2\ddot{x} - 3t\dot{x} + 4x = 0.$
4. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения(векторное поле) и его решения (интегральная кривая).
5. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Случай простых корней характеристического уравнения.

БИЛЕТ 3.

1. Решить задачу Коши: $y \cos x dx + \sin x dy = \cos 2x dx, \quad y(\pi/2) = 1.$
2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} \dot{x} &= x + 8y - 8e^t \\ \dot{y} &= y + 2x - 2e^t. \end{cases}$
3. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение (возможно меньшего порядка), имеющее данные частные решения: $3x^2 + 6x + 23, \quad 9x^2 - 3, \quad 3x + 12.$
4. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения первого порядка.
5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения (Доказательство единственности).

БИЛЕТ 4.

1. Решить задачу Коши: $y' + \dfrac{y}{x}\ln\dfrac{y}{x} = 0, \quad y(1) = 1.$
2. Решить уравнение: $y'' - 2y' = \sin x$.
3. Найти общее решение уравнения, используя формулу Лиувилля: $(2t+1)\ddot{x} + 4t\dot{x} - 4x = 0.$
4. Задача обратная решению дифференциального уравнения.
5. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Соответствие между произвольной матрицей с ненулевым определителем и фундаментальной матрицей линейной системы.

БИЛЕТ 5.

1. Решить задачу Коши: $x^2y' = 2xy - 3, \quad y(-1) = 1.$
2. Решить систему уравнений $\dot{x} = Ax$: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_{2,3} = 1$.
3. Записать значения параметров a и b, чтобы $y_1 = \cos 3x$ и $y_2 = e^x$ являлись решениями линейного уравнения $y''' - by'' + ay' - aby = 0$ ($a = const$, $b = const$).
4. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Определение оператора $L(p)$, его свойства. Доказательство формулы: $L(p)e^{\lambda t} = L(\lambda)e^{\lambda t}$.
5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения (Доказательство существования).

БИЛЕТ 6.

1. Решить задачу Коши: $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, \quad y(1) = 0.$
2. Решить уравнение: $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$.
3. Оценить сверху и снизу расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения данного уравнения на заданном отрезке: $(e^x + 7)y'' + e^{2x}y = 0$, $x \in [0, 5]$.
4. Комплексная функция. Нормальная система дифференциальных уравнений. Расщепление комплексной системы на систему действительных уравнений.
5. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Правило дифференцирования детерминанта. Формула Лиувилля для нормальной системы.

БИЛЕТ 7.

1. Решить уравнение: $x^2\cos^2 x(y-2\sin y+3)dy-(x^2+\cos^2 x)dx=0$.
2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} \dot{x} &= x-y+1 \\ \dot{y} &= y-4x. \end{cases}$
3. При каких a и b все решения уравнения $y''+ay'+by=0$ ограничены на всей числовой прямой $-\infty < x < +\infty$?
4. Уравнения в полных дифференциалах.
5. Теорема Штурма и ее следствие.

БИЛЕТ 8.

1. Решить уравнение $y'-(x+y)\ln(x+y+5)=5\ln(x+y+5)-1$, при условии $y(0)=e-5$.
2. Найти e^{tA} при: $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
3. Даны два различных решения y_1 и y_2 линейного неоднородного уравнения первого порядка. Выразить через них общее решение этого уравнения.
4. Нормальная неоднородная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Вид решения. Метод вариации постоянных для решения линейной системы.
5. Линейные уравнения второго порядка. Приведение к самосопряженному виду, к виду без первой производной (с помощью замены независимого переменного и с помощью замены неизвестной функции).

БИЛЕТ 9.

1. Решить уравнение: $(x^2y^3+y)dx+(x^3y^2+x)dy=0$.
2. Решить систему уравнений $\dot{x}=Ax$: $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$, $\lambda_1=-1$, $\lambda_2=1$, $\lambda_3=2$.
3. При каких a и b каждое решение уравнения $y''+ay'+by=0$ обращается в нуль на бесконечном множестве точек?
4. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Вид решения. Определение квазимногочлена. Теорема о виде частного решения.
5. Показательная функция матрицы. Ряд от матрицы.

Билеты для проведения экзамена в 4 семестре.

БИЛЕТ 1.

1. Для задачи Коши $\dot{x} = xt^6$, $x(0) = 1$ построить последовательные приближения $x_0(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$.
2. Для уравнения $\dot{x} = \operatorname{tg} x$ найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость.
3. Найти производную от решения данного дифференциального уравнения по параметру μ при $\mu = 0$: $y' = y - x + \mu x e^{2y}$, $y(1) = 2 - \mu$.
4. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности, следствие.
5. Задача Коши для квазилинейного уравнения, теорема о существовании единственного решения задачи Коши (формулировка), геометрический смысл условия теоремы.

БИЛЕТ 2.

1. Для уравнения $\dot{x} = x^{1/3}t^3$ найти первый интеграл $V(t, x) = const$.
2. Для системы уравнений $\begin{cases} \dot{x} &= 5x + 3y \\ \dot{y} &= -y - 3x \end{cases}$ нарисовать фазовый портрет и исследовать на устойчивость нулевое решение.
3. Найти производную от решения задачи $y' = 2xy + \sin y$, $y(1) = y_0$ по y_0 при $y_0 = 0$.
4. Непродолжаемые решения. Предложение о существовании непродолжаемого решения.
5. Дискриминантная кривая, особое решение дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной.

БИЛЕТ 3.

1. Для задачи Коши $x\dot{x} = t^3$, $x(0) = 1$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Нарисовать фазовый портрет и исследовать на устойчивость положения равновесия системы $\ddot{x} = -2x + 4x^3$.
3. Для системы уравнений $\begin{cases} \dot{x} &= 2x + y \\ \dot{y} &= 4y + 3x \end{cases}$ построить два независимых первых интеграла.
4. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части уравнения. Следствие о непрерывной зависимости решений от начальных условий.
5. Методы решения уравнений, неразрешенных относительно производной: разрешение относительно производной, метод введения параметра. Уравнения Клеро.

БИЛЕТ 4.

1. Для задачи Коши $\dot{x} = xt^3$, $x(0) = 1$ построить три последовательных приближения $x_0(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$.
2. Для системы уравнений $\begin{cases} \dot{x} &= 2y - 3x \\ \dot{y} &= y - 2x \end{cases}$ нарисовать фазовый портрет и исследовать на устойчивость нулевое решение.
3. Решить уравнение $y'^2 - (x + y + y/x)y' + y + y^2/x = 0$ и выделить интегральные кривые, проходящие через точку $M_1(1, 0)$ или через точку $M_2(0, 0)$.
4. Дифференцируемость решения по начальным значениям, система уравнений в вариациях.
5. Уравнения, допускающие понижение порядка. Промежуточные интегралы.

БИЛЕТ 5.

1. Решить уравнение: $yy'' + 1 = y'^2$.
2. Нарисовать фазовый портрет системы $\ddot{x} = -3x^2 + 4x$.
3. В зависимости от параметра $\varepsilon \in \mathbb{R}$ исследовать на устойчивость нулевое решение системы уравнений $\begin{cases} \dot{x} &= -y - \varepsilon x + x^3 \\ \dot{y} &= y^3 + x. \end{cases}$
4. Непродолжаемые решения. Предложение о существовании непродолжаемого решения.
5. Фазовые пространства. Фазовые траектории. Критерий положения равновесия. Связь геометрической и кинематической интерпретаций решений нормальной системы.

БИЛЕТ 6.

1. Решить уравнение: $x^2y'^2 = xyy' + 1$.
2. Нарисовать фазовый портрет и исследовать на устойчивость положения равновесия системы $\ddot{x} = 3x^2 - 6x$.
3. Для уравнения $\dot{x} = x^{1/5}t^5$ найти первый интеграл $V(t, x) = const$.
4. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Производная функции в силу системы уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости. Пример.
5. Уравнения, допускающие понижение порядка. Уравнения, несодержащие явно искомой функции или независимого переменного.

БИЛЕТ 7.

1. Решить уравнение: $(y')^2 - yy'' = (y/x)^2$.
2. Для уравнения $\dot{x} = \ln(1+x)$ найти положение равновесия и исследовать его на устойчивость.
3. Для уравнения $\dot{x} = \mu\sqrt{\ln x} + xt$, $x(0) = 1 - \dfrac{\mu}{\sqrt{2}}$ найти $\left.\dfrac{\partial x(t,\mu)}{\partial \mu}\right|_{\mu=0}$.
4. Предложение о выходе непродолжаемого решения за границу ограниченного замкнутого множества, следствие для автономной системы.
5. Понятие автономной системы и нормальной автономной системы. Кинематическая интерпретация решения автономной системы. Совпадение двух траекторий.

БИЛЕТ 8.

1. Для задачи Коши $\dot{x} = x^2/t$, $x(1) = 1$ построить три последовательных приближения $x_0(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$.
2. Для системы уравнений построить два независимых первых интеграла: $\begin{cases} \dot{x} &= x - y \\ \dot{y} &= y - 4x. \end{cases}$
3. При каких a особая точка системы $\dot{x} = a(x+y)$, $\dot{y} = a^2 y$ является седлом?
4. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметра.
5. Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях. Приведение к полной производной.

БИЛЕТ 9.

1. Решить уравнение: $(y')^2 + 2yy'' = 0$.
2. Для уравнения $\dot{x} = \cos x$ найти положение равновесия и исследовать его на устойчивость.
3. При каких a, b, c, d для каждого решения системы $\dot{x} = ax + by$, $\dot{y} = cx + dy$ полярный угол точки $(x(t), y(t))$ возрастает при увеличении t?
4. Теорема о дифференцируемости по параметру высоких порядков, следствие о разложении решения по степеням малого параметра.
5. Дискриминантная кривая, особое решение дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Оценка за дисциплину формируется на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Если студент не согласен с оценкой, полученной по результатам текущего контроля, студент проходит мероприятие промежуточной аттестации в виде выполнения письменной работы, включающей два теоретических вопроса и три задачи. На выполнение работы отводится 90 минут. Максимальное возможное количество баллов за работу составляет 25 баллов.

Студент оформляет работу на отдельном листе и сдает преподавателю на проверку. В этом случае оценка за дисциплину рассчитывается на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации. Фиксация результатов учебной деятельности по дисциплине проводится в день экзамена при личном присутствии студента.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

Критерии оценивания контрольных работ:

Каждая задача оценивается из максимума в 5 баллов:

5 баллов: решение полное и без вычислительных ошибок;

4 балла: решение записано не достаточно полно либо имеются незначительные вычислительные ошибки;

3 балла: в решении присутствуют серьезные недочеты либо решение изложено с пробелами в рассуждениях и вычислительными ошибками;

2 балла: приведены верные мысли, но решение изложено в общих чертах, не до конца, либо с вычислительными ошибками, повлекшими неправильный ход решения;

1 балл: приведены верные идеи на начальном этапе решения;

0 баллов; за полное отсутствие решения.

Если полученная сумма превышает 25 баллов, то превышение засчитывается, как бонусный балл.

Критерии оценивания проверки домашних заданий по всем разделам:

15 баллов: решены без ошибок 91-100% домашних заданий;

14 баллов: решены без ошибок 85-90% домашних заданий;

13 баллов: решены без ошибок 79-84% домашних заданий;
12 баллов: решены без ошибок 72-78% домашних заданий;
11 баллов: решены без ошибок 66-71% домашних заданий;
10 баллов: решены без ошибок 61-65% домашних заданий;
9 баллов: решены без ошибок 56-60% домашних заданий;
8 баллов: решены без ошибок 51-55% домашних заданий;
7 баллов: решены без ошибок 43-50% домашних заданий;
6 баллов: решены без ошибок 36-42% домашних заданий;
5 баллов: решены без ошибок 30-35% домашних заданий;
4 балла: решены без ошибок 26-31% домашних заданий;
3 балла: решены без ошибок 21-25% домашних заданий;
2 балла: решены без ошибок 11-20% домашних заданий;
1 балл: решены без ошибок 5-10% домашних заданий;
0 баллов: решены без ошибок менее 5% домашних заданий либо решение задач отсутствует.

Критерии оценивания для проверки конспектов лекций:

Проверка конспектов лекций производится в конце каждого семестра, оцениваются:
наличие в конспекте студента всех пройденных тем лекций - 5 баллов
полнота конспекта - 4 балла
аккуратность оформления - 1 балл

Критерии оценивания для теста:

Студент отвечает на тест, состоящий из 10 вопросов, правильный ответ на каждый вопрос оценивается в 1 балл. Время на прохождение тестирования - 30 минут. Студенту дается одна попытка для прохождения теста в LMS Moodle.

Критерии оценивания для активной познавательной деятельности на практических занятиях:

На каждом практическом занятий студент может получить 2 балла:
посещаемость - 1 балл;
работа у доски - 1 балл;
В противном случае баллы не начисляются. В конце семестра баллы за посещаемость переводятся пропорционально из максимума в 10 баллов, баллы за работу у доски переводятся пропорционально из максимума в 15 баллов.

Критерии оценивания экзамена:

Экзаменационный билет содержит 2 теоретических вопроса и 3 задачи. Экзаменационная работа оценивается в 25 баллов, при этом каждое задание оценивается в 5 баллов.

Критерии оценивания теоретического вопроса:
5 баллов: Студент отлично знает материал, приводит точные и полные доказательства. Студент практически не допускает ошибок.
4 балла: Студент хорошо знает материал. Однако, допускает незначительные ошибки и неточности при доказательстве теорем.
3 балла: Студент знаком с материалом, знает определения и формулировки теорем. Студент допускает грубые фактические ошибки, при доказательстве теорем, либо не доводит доказательство до конца.
2 балла: Студент излагает материал с трудом, с грубыми фактическими ошибками.
1 балл: Студент не знает основных положений вопроса, не ориентируется в основных понятиях.
0 баллов: Студент отказывается от ответов на вопрос.
Критерии оценивания решения задачи:
5 баллов: Задача решена верно.
4 балла: Задача решена с незначительными ошибками.
3 балла: Задание выполнено не менее, чем на 60 процентов.
2 балла: Ход решения верный, но решение содержит одну грубую ошибку.
1 балл: Задание начато, но не выполнено, допущены грубые ошибки.
0 баллов: Студент отказывается от решения задачи.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Семестр 3(Указано максимальное количество баллов)
Проверка конспекта лекций: 10
Проверка домашних заданий по всем разделам: 15
Активная познавательная деятельность на практических занятиях: 25
Контрольная работа №1 (Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной): 25
Контрольная работа №2 (Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами): 25
Тест за 3 семестр: 10
Итог 110
Экзамен 25

Семестр 4(Указано максимальное количество баллов)
Проверка конспекта лекций: 10
Проверка домашних заданий по всем разделам: 15

Активная познавательная деятельность на практических занятиях: 25
Контрольная работа №3 (Теоремы существования, уравнения неразрешенные относительно производной и уравнения, допускающие понижение порядка): 25
Контрольная работа №4 (Дифференцируемость по параметру, фазовые портреты, первые интегралы, устойчивость): 25
Тест за 4 семестр: 10
Итог 110
Экзамен 25

Итоговая оценка выставляется, исходя из набранной суммы баллов:
0-49 баллов – «неудовлетворительно»
50-69 баллов – «удовлетворительно»
70-90 баллов – «хорошо»
91 и более – «отлично».

Особенности проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Продвинутый уровень сформированности компетенций соответствует оценке «отлично»:
   - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки самостоятельного доказательства утверждений и полного воспроизведения определений, понятий и доказательств известных утверждений и теорем;
   - студент способен решить любую задачу из пройденного материала и объяснить своё решение.
2. Базовый уровень соответствует оценке «хорошо»:
   - предполагает формирование компетенций на среднем уровне: формируются навыки воспроизведения определений, понятий и доказательств известных утверждений и теорем;
   - студент способен решить задачи из пройденного материала и объяснить своё решение.

3. Пороговый уровень соответствует оценке «удовлетворительно»:
   - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: формируются навыки воспроизведения определений, понятий и формулировок известных утверждений и теорем;
   - студент способен отвечать на вопросы в форме теста. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень характеризуется несформированностью компетенций на начальном уровне по завершении изучения дисциплины, соответствует оценке «неудовлетворительно».

02.03.01 Математика и компьютерные науки, направленность (профиль) "Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях", ФОС по дисциплине "Дифференциальные уравнения", 2025 год набора, очная форма обучения.

Фонд оценочных средств дисциплины (модуля) одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе	утверждено 24.02.25	А.А. Саламатов

Ученым советом математического факультета

Протокол заседания № 6 от 20.02.2025

Председатель Ученого совета математического факультета	согласовано	Е.А. Сбродова

Заседанием кафедры теории управления и оптимизации

Протокол заседания № 8 от 20.02.2025

Заведующий кафедрой	согласовано	И. В. Изместьев
Автор (составитель)		С. Р. Алеева

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1