

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.06.2026 12:21:19  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8b798f5b6b77348c99a8788457474



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дополнительные главы уравнений с частными производными» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)  
**Дополнительные главы уравнений с частными производными**

Направление подготовки (специальность)  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

Направленность (профиль)  
**«Математические и компьютерные методы  
в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2026**

Челябинск, 2026 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств .....	3
2. Перечень формируемых компетенций .....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине .....	5
3.1. Виды оценочных средств .....	5
3.2. Содержание оценочных средств .....	6
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации .....	9
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации .....	9
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств .....	9
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	9



## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Дополнительные главы уравнений с частными производными.

Семестры: 8.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балльной оценки различных форм деятельности студентов.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Дополнительные главы уравнений с частными производными» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
<b>ПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок	ПК-1.1. Обладает знаниями об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований. ПК-1.2. Демонстрирует умения: проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам. ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.	Знать об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований. Уметь проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам. Владеть навыками проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/ разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
<b>ПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок	Знать об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований.	<ul style="list-style-type: none"><li>– Пространства Соболева</li><li>– Краевые задачи для эллиптических уравнений</li><li>– Смешанные задачи для параболических уравнений</li><li>– Смешанные задачи для гиперболических уравнений</li></ul>	8	1-3	Типовой расчет
	Уметь проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам.			1-18	Теоретические вопросы к зачету
	Владеть навыками проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.			1-5	Контрольная работа



Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

### 3.2. Содержание оценочных средств

Дисциплиной предусмотрено проведение контрольных работ по темам: «Пространства Соболева», «Краевые задачи для эллиптических уравнений», а также типовые расчеты по темам: «Смешанные задачи для параболических уравнений», «Смешанные задачи для гиперболических уравнений».

#### Примерный вариант контрольной работы

1. Найти общее решение уравнения в частных производных:  
 $y \partial z / \partial x - x \partial z / \partial y = 0$ . (3 балла)
2. Найти поверхность, удовлетворяющую данному уравнению и проходящую через данную линию.  
 $x \partial z / \partial x - y \partial z / \partial y = z^2(x - 3y)$ ;  $x = 1, yz + 1 = 0$ . (3 балла)
3. Найти поверхность, удовлетворяющую данному уравнению Пфаффа:  
 $(x - y)dx + z dy - x dz = 0$ . (4 балла)
4. Найти поверхность, удовлетворяющую данному уравнению и проходящую через данную линию.  
 $x \partial z / \partial x + y \partial z / \partial y = 2xy$ ;  $y = x, z = x^2$ . (5 баллов)
5. Найти фундаментальное решение оператора  
 $Lu(x, y) = u_{xx}(x, y) - u_{yy}(x, y)$ , обращаемое в нуль при  $y < 0$ . (5 баллов)

#### Примерный вариант типового расчета

##### Задача №1 (10 баллов)

Решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности  $u_t = u_{xx}$  с начальными условиями  $u(x, 0) = f(x)$  и граничными условиями  $u(0, t) = a$  ( $1, t$ ) =  $b$

№	$f(x)$	a	b	c	d
1		1.0	3.0	0.2	
2		1.2	3.5	0.4	
3		1.4	4.0	0.6	
4		1.6	4.5	0.8	
5		1.8	5.0	0.2	
6		2.0	5.5	0.4	
7		2.2	6.0	0.6	
8		2.4	6.5	0.8	
9		2.6	7.0	0.2	
10		2.8	8.0	0.4	
11		7	5	21	0.3
12		9	4	21	0.4
13		10	5	22	0.5
14		11	6	23	0.6
15		12	7	24	0.7
16		13	8	25	0.4
17		14	9	26	0.5
18		15	10	27	0.6
19		16	11	28	0.7
20		17	12	29	0.3



Задача №2 (15 баллов)

Найти решение  $U(x, y)$  методом сеток задачи Дирихле в квадрате со стороной 1 для уравнения Лапласа краевыми условиями вида  
 $U(0, y) = f_1(y)$  ( $0 \leq y \leq 1$ ),  $U(1, y) = f_2(y)$  ( $0 \leq y \leq 1$ )  
 $U(x, 0) = f_3(x)$  ( $0 \leq x \leq 1$ ),  $U(x, 1) = f_4(x)$  ( $0 \leq x \leq 1$ )

N	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
10	$1+n/2$	$y^2 \cdot n/2$	$(1-x)+n/2$	$(1+n/2) \cdot (1-x)^2$
11	$n/2$	$\frac{n-10}{2} \cdot \cos(\frac{\pi \cdot y}{2})$	$\frac{n}{2} \cdot \cos(\frac{\pi \cdot x}{2})$	$((n-10)/2) \cdot x^2$

Задача №3 (15 баллов)

*Аналитически решить неоднородную задачу Дирихле в круге.*

Найти потенциал внутри круга радиуса  $R$  точечного источника  $q$ , расположенного во внутренней точке  $C(r_c; \alpha)$ , если на границе круга распределение потенциала определено функцией  $U(R, \varphi)$ ,  $P(r_p, \varphi)$ -текущая точка. Решить неоднородную задачу Дирихле с неоднородными граничными условиями :

$$\Delta U = q \cdot \delta(r - \rho; \varphi - \alpha); \quad r = r_p/R; \quad 0 < r < 1; \quad \rho = r_c/R$$

(ГУ)  $U(R, \varphi)$

№	$U(R, \varphi)$	n	q	$\rho$	$\alpha$
1	$U(R, \varphi) = \begin{cases} R \cdot \cos(\varphi), & -\pi/2 \leq \varphi < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq \varphi < -\pi/2 \end{cases}$ $R = n$	1	1	0.3	1
		2	1	0.6	1/2
		3	1	0.9	1/3
		4	2	0.1	1/4
		5	2	0.4	1.3
2	$U(R, \varphi) = \begin{cases} R \cdot \sin(\varphi), & -\pi/2 \leq \varphi < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq \varphi < -\pi/2 \end{cases}$ $R = n$	6	2	0.8	1.6
		7	3	0.2	1.8
		8	3	0.5	2
		9	3	0.9	2.3
		10	4	0.7	2.5
3	$U(R, \varphi) = \begin{cases} R \cdot \cos^2(\varphi), & -\pi/2 \leq \varphi < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq \varphi < -\pi/2 \end{cases}$ $R = n - 10$	11	4	0.8	2.75
		12	4	0.6	3
		13	5	0.4	3.3
		14	5	0.2	3.6
		15	5	0.1	3.8
4	$U(R, \varphi) = \begin{cases} R \cdot \sin^2(\varphi), & 0 \leq \varphi < \pi \\ 0, & \pi \leq \varphi < 2\pi \end{cases}$ $R = n - 15$	16	2.5	0.2	0.2
		17	3.5	0.3	0.5
		18	4.5	0.4	1
		19	5.5	0.5	1.2
		20	6.5	0.6	1.4

Перечень вопросов к зачету

1. Определение пространств Соболева и их основные свойства.
2. Неравенство Стеклова.
3. Эквивалентные нормы в пространствах Соболева.
4. Ядро усреднения и усредненные функции.
5. Плотность гладких функций в пространствах Соболева.
6. Неравенство Пуанкаре.
7. Полнота пространств Соболева.
8. Теоремы вложения.



9. Компактность операторов вложения.
10. След функций.
11. Компактность оператора следа.
12. Продолжение функций через границу области.
13. Неизотропные пространства Соболева.
14. Определение обобщенных решений первой, второй и третьей краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.
15. Теоремы существования и единственности обобщенных решений краевых задач.
16. Определение обобщенных собственных функций краевых задач.
17. Свойства собственных значений и собственных функций.
18. Полнота системы собственных функций в пространствах Соболева.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание итоговой контрольной студент может получить от 1 до 5 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается максимальным баллом. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за зачет – 10.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
72 – 80 баллов	62 – 71 балл	48 – 60 баллов	0 – 47 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

##### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, в том числе посещаемость (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Не зачтено" выставляется за 47 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 48 баллов и более.

48-60 баллов Зачтено (базовый уровень);

61-71 баллов Зачтено (средний уровень);

72-80 баллов Зачтено (высокий уровень).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке зачтено:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы,



навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.

- студент способен дать полное представление об основных понятиях дополнительных глав уравнений с частными производными использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.

2. Средний уровень соответствует оценке зачтено:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
- студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины.

3. Базовый уровень соответствует оценке зачтено:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем дополнительных глав уравнений с частными производными, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
- студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.

4. Низкий уровень соответствует оценке не зачтено.

