Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Алгебра

Направление подготовки (специальность)

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Направленность (профиль)

специализация N 4 "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов"

Присваиваемая квалификация (степень)

специалист по защите информации

Форма обучения

очная

Год набора 2022

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2022 г.

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
6.1. Перечень видов оценочных средств
6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
7.1. Рекомендуемая литература
7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Алгебра» обеспечивает приобретение знаний и умений, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию логического мышления.

Целью преподавания дисциплины является обеспечение фундаментальной подготовки в важной области современной математики.

Задачами дисциплины является ознакомление с основами классической и современной алгебры, обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике, ознакомление с историей развития алгебры и с вкладом российских ученых в развитие современной алгебраической науки.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-3.1. Обладает знаниями основных математических понятий и методов.

ОПК-3.2. Имеет практический опыт использования математических методов для решения задач профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:	Б1.О.01

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Дисциплина «Алгебра» имеет разносторонние связи со многими математическими и специальными дисциплинами. Дисциплина основывается на знании числовых систем и функций, изученных в средней школе, а также в нескольких первых темах курса «Математический анализ». При изучении линейных пространств в алгебре широко используются знания, умения и наглядные представления, полученные слушателями при изучении прямой и плоскости в аналитической геометрии.

Математический анализ

Геометрия

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Полученные в алгебре знания по конечномерным пространствам над произвольными полями, служат базой для изучения действительных и комплексных пространств в курсе «Математический анализ». Знания из алгебры по теории многочленов, колец и групп широко используются в курсе «Математическая логика и теория алгоритмов». Курс «Алгебра» является базовым для криптографических дисциплин профессионального цикла.

Математическая логика и теория алгоритмов

Теория функции комплексного переменного

Криптографические протоколы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-3: Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности;

Знать:

Для достижения индикатора ОПК-3.1: Знать основные понятия и методы алгебры

Уметь:

Для достижения индикатора ОПК-3.2: Уметь использовать алгебраические методы и модели для решения прикладных задач; решать типовые задачи по алгебре; выполнять операции с алгебраическими объектами.

Владеть:

Для достижения индикатора ОПК-3.2: Владеть алгебраическими методами решения прикладных задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	основные алгебраические понятия и алгебраические методы решения прикладных задач.
3.2	**Уметь:**
3.2.1	использовать знания, полученные в курсе, для решения прикладных задач, в программировании
3.3	**Владеть:**
3.3.1	алгебраическими методами при построении модели прикладной задачи.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	**8 ЗЕТ**
Часов по учебному плану: 288 в том числе: аудиторные занятия: 180 самостоятельная работа: 36 часов на контроль: 72	Виды контроля в семестрах: экзамены 1, 2

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Алгебраические структуры			
1.1	Бинарные алгебраические операции. Ассоциативные, коммутативные операции, нейтральные элементы. Определение группы, примеры групп, свойства группы, симметрическая группа. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
1.2	Кольца и поля. Определение кольца, примеры колец. Определение поля, примеры полей. Характеристика поля. Теорема о характеристике. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
1.3	Бинарная алгебраическая операция. Группы. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
1.4	Операции с комплексными числами. Решение задач /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
1.5	Бинарная алгебраическая операция. Группы. Кольца и поля. /Ср/	1	3	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 2. Комплексные числа			
2.1	Комплексные числа. Построение поля комплексных чисел. Свойства сопряжение комплексных чисел. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
2.2	Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Корни из комплексного числа, теорема о корнях из единицы. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
2.3	Операции с комплексными числами. Решение задач /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
2.4	Контрольная работа №1. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
2.5	Комплексные числа. /Ср/	1	3	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 3. Матрицы, определители, системы			
3.1	Матрицы. Понятия матрицы, операции над матрицами. Теорема о свойствах сложения матриц и умножения матрицы на элемент кольца. Произведение матриц. Теорема о свойствах произведения матриц. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.2	Обратные матрицы. Понятие обратимости матриц. Примеры обратимых и необратимых матриц над кольцами. Теорема о свойствах обратимых матриц. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.3	Подстановки. Понятие транспонирования матрицы. Теорема о свойствах транспонирования матриц. Понятия подстановки и перестановки. Четность перестановок и подстановок. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.4	Определители. Два определения определителя и их равносильность. Теорема об определителе транспонированной матрицы. О равноправии строк и столбцов в определителе. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2

3.5	Свойства определителя. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы. Теорема об определителе треугольной матрицы. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.6	Свойства определителя. Теорема о кососимметричности определителя. Теорема о линейности определителя. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.7	Свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о свойствах алгебраических дополнений. Разложение определителя по строчке и столбцу. Понятие присоединенной матрицы. Теорема о присоединенной матрице. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.8	Свойства определителя. Теорема об определителе произведения двух матриц. Теорема об обратной матрице. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.9	Определители специального вида. Определитель Вандермонда и циркулянт. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.10	Действия с матрицами. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.11	Вычисление определителей. Решение задач. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.12	Обратная матрица.Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.13	Алгоритм Гаусса . Решение задач. /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.14	Контрольная работа №2. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
3.15	Матрицы. Подстановки. Определители. /Ср/	1	6	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 4. Многочлены			
4.1	Системы линейных уравнений. Понятие решения системы линейных уравнений, совместные и несовместные системы. Теорема об элементарных преобразованиях. Алгоритм Гаусса и следствия из него. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.2	Многочлены от одного неизвестного. Теорема Крамера. Построение кольца многочленов от одного неизвестного. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.3	Делимость многочленов. Кольца без делителей нуля. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов и в кольце целых чисел. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.4	Алгоритм Евклида. Свойства делимости многочленов и целых чисел. Наибольший общий делитель для многочленов, его свойства, алгоритм Евклида для многочленов. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.5	Свойства НОД. Теорема о линейном представлении наибольшего общего делителя. Взаимно простые многочлены и их свойства. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.6	Неприводимость многочленов. Основная теорема арифметики многочленов. Понятие производной многочлена. Теорема о кратных множителях многочлена и его производной. Отделение кратных множителей многочлена с помощью алгоритма Евклида. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2

4.7	Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о числе корней и степени многочлена. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.8	Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Теорема об однозначности задания многочлена своими значениями. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.9	Многочлены от нескольких неизвестных. Построение кольца многочленов от нескольких неизвестных. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.10	Симметрические многочлены. Симметрические многочлены, формулы Виета. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.11	Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.12	Построение расширения поля. Теорема о существовании корня неприводимого многочлена в некотором расширении поля и следствие из нее. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.13	Основная теорема алгебры многочленов. Доказательство основной теоремы алгебры многочленов. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.14	Корни многочленов. Рациональные корни многочленов над полем рациональных чисел. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.15	Алгоритм Евклида. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.16	Корни многочленов. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.17	Неприводимость многочленов. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.18	Симметрические многочлены. Решение задач /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.19	Контрольная работа №3. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
4.20	Многочлены. /Ср/	1	6	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 5. Экзамен			
5.1	/Экзамен/	1	36	Л1.1 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 6. Линейные пространства и линейные преобразования			
6.1	Векторные пространства и подпространства. Определение векторного пространства. Простейшие свойства векторных пространств. Определение подпространства, основные свойства подпространства. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.2	Линейная зависимость и независимость. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов, свойства линейно зависимых и независимых векторов. Критерий линейной зависимости. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.3	Полное множество. Теорема об очистке линейно полного множества, определение базиса. Теорема о выборе базиса. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.4	Базис. Теорема о дополнении до базиса. Критерий базиса. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.5	Размерность. Определение координат вектора в базисе, свойства координат вектора. Размерность пространства, теорема о размерности, следствия из нее. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2

6.6	Матрица перехода. Матрица перехода, свойства матрицы перехода. Теорема о монотонности размерности подпространств. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.7	Линейная оболочка. Теорема о пересечении подпространств. Линейная оболочка, теорема о линейной оболочке. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.8	Сумма подпространств. Сумма подпространств, теорема о сумме подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.9	Прямая сумма подпространств. Теорема о прямой сумме подпространств. Дополнение к подпространству, теорема о существовании дополнения к подпространству. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.10	Ранг матрицы. Три понятия ранга матрицы, теорема о ранге и элементарных преобразованиях. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.11	Теорема Кронекера-Капелли. Доказательство теоремы Кронекера-Капелли. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.12	Однородные системы линейных уравнений. Теорема об описании структуры решений системы линейных уравнений. Теорема о размерности пространства решений системы линейных однородных уравнений. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.13	Линейный оператор. Определение линейного оператора, теорема о свойствах линейных операторов. Операции над линейными операторами, теорема о свойствах операций над линейными операторами. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.14	Свойства линейного оператора. Теорема о задании линейного оператора на базисе и матрицей. Теорема о свойствах матриц линейных операторов. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.15	Функционалы и преобразования. Линейные функционалы. Линейные преобразования пространства. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.16	Матрицы преобразований. Матрицы линейных преобразований в разных базисах. Определение определителя матрицы линейного преобразования. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.17	Инвариантность. Инвариантные подпространства, свойства инвариантных подпространств. Характеристический многочлен линейного преобразования, теорема о характеристическом многочлене. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.18	Собственные векторы. Теорема Гамильтона-Кэли. Собственные векторы и собственные значения, теорема о нахождении собственных значений. Теорема об одномерных инвариантных подпространствах. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.19	Пространства и подпространства. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.20	Зависимость и независимость системы векторов. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.21	Базис и размерность. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.22	Линейные оболочки. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2

6.23	Контрольная работа №4. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.24	Ранг матрицы\. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.25	Однородные системы. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.26	Ядро и образ линейного оператора. Решение задач. /Пр/	2	4	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.27	Матрицы линейного преобразования. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.28	Собственные значения и векторы. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.29	Диагонализуемость оператора. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.30	Контрольная работа №5. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
6.31	Линейные пространства и линейные преобразования /Ср/	2	8	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 7. Пространства со скалярным произведением			
7.1	Пространства со скалярным произведением. Свойства пространства со скалярным произведением. Теорема Коши-Буняковского-Шварца. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.2	Ортогональность. Свойства нормы вектора. Ортогональность векторов и подпространств, теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.3	Свойства ортогональности . Ортогональное дополнение, теорема об ортогональном дополнении. Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.4	Сопряженное преобразование. Теорема о линейном функционале на пространстве со скалярным произведением. Теорема существования сопряженного преобразования. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.5	Сопряженное преобразование. Теорема о свойствах сопряженных преобразований. Теорема о матрице сопряженного преобразования. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.6	Нормальные преобразования. Теорема о собственных векторах и собственных значениях нормального преобразования. Критерий сохранения скалярного произведения линейным преобразованием. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.7	Ортогональные базисы. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.8	Ортогональное дополнение. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.9	Сопряженные преобразования. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
7.10	Пространства со скалярным произведением. /Ср/	2	5	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 8. Квадратичные формы			
8.1	Квадратичные формы. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними. Теорема о матрице квадратичной формы. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2

8.2	Канонический вид квадратичной формы. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду с помощью перехода к ортонормированному базису. Закон инерции квадратичных форм. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
8.3	Критерии . Линейная классификация квадратичных форм. Критерий положительной определенности квадратичных форм. Критерий Сильвестра. /Лек/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
8.4	Алгоритм Лагранжа. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
8.5	Контрольная работа №6. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
8.6	Квадратичные формы. /Ср/	2	5	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2
	Раздел 9. Экзамен			
9.1	/Экзамен/	2	36	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа.
Билеты к экзамену.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Вопросы для самоконтроля
1. Алгебраические операции. Ассоциативные, коммутативные операции, нейтральные элементы.
2. Определение группы, примеры групп, свойства группы, симметрическая группа.
3. Определение кольца, примеры колец.
4. Определение поля, примеры полей. Характеристика поля. Теорема о характеристике.
5. Тригонометрическая форма комплексного числа, формула Муавра.
6. Произведение матриц. Теорема о свойствах произведения матриц.
7. Понятие обратимости матриц. Примеры обратимых и необратимых матриц над кольцами. Теорема о свойствах обратимых матриц.
8. Два определения определителя и их равносильность.
9. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о свойствах алгебраических дополнений. Разложение определителя по строчке и столбцу.
10. Определитель Вандермонда и циркулянт.
11. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк. Обоснование метода.
12. Алгоритм Гаусса и следствия из него.
13. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов и в кольце целых чисел.
14. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.
15. Определение линейного оператора, теорема о свойствах линейных операторов.
16. Операции над линейными операторами, теорема о свойствах операций над линейными операторами.
17. Теорема о задании линейного оператора на базисе и матрицей.
18. Собственные векторы и собственные значения, теорема о нахождении собственных значений.
19. Пространства со скалярным произведением, простейшие свойства таких пространств.
20. Теорема Коши-Буняковского-Шварца.
21. Ортогональность векторов и подпространств, теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
22. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними.
23. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду с помощью перехода к ортонормированному базису.

Основные типы задач
- Сложить, умножить на число, перемножить матрицы.
- Вычислить определители второго, третьего порядков, n-го порядка специального вида.
- Найти обратную матрицу.
- Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной, методом Гаусса.
- Выполнить операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление).
- Найти тригонометрическую форму комплексного числа.

- Возвести в степень и извлечь корень из комплексного числа.
- Проверить линейную зависимость, независимость системы векторов.
- Выделить базу системы векторов.
- Найти ранг матрицы.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.
- Найти матрицу перехода от одного базиса в другому.
- Найти матрицу линейного оператора.
- Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- Вычислить скалярное произведение векторов в евклидовом и унитарном векторных пространствах. Найти длину вектора.
- Привести квадратичную форму к каноническому виду.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену 1 семестр
1. Алгебраические операции. Ассоциативные, коммутативные операции, нейтральные элементы.
2. Определение группы, примеры групп, свойства группы, симметрическая группа.
3. Определение кольца, примеры колец.
4. Определение поля, примеры полей. Характеристика поля. Теорема о характеристике.
5. Построение поля комплексных чисел.
6. Свойства сопряжение комплексных чисел.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа, формула Муавра.
8. Корни из комплексного числа, теорема о корнях из единицы.
9. Понятия матрицы, операции над матрицами. Теорема о свойствах сложения матриц и умножения матрицы на элемент кольца.
10. Произведение матриц. Теорема о свойствах произведения матриц.
11. Понятие обратимости матриц. Примеры обратимых и необратимых матриц над кольцами. Теорема о свойствах обратимых матриц.
12. Доказать, что обратимые матрицы над кольцом образуют группу по умножению.
13. Понятие транспонирования матрицы. Теорема о свойствах транспонирования матриц.
14. Понятия подстановки и перестановки. Четность перестановок и подстановок. Доказать, что транспозиция меняет четность перестановки.
15. Два определения определителя и их равносильность.
16. Теорема об определителе транспонированной матрицы. О равноправии строк и столбцов в определителе.
17. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы.
18. Теорема об определителе треугольной матрицы.
19. Теорема о кососимметричности определителя.
20. Теорема о линейности определителя.
21. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о свойствах алгебраических дополнений. Разложение определителя по строчке и столбцу.
22. Понятие присоединенной матрицы. Теорема о присоединенной матрице.
23. Теорема об определителе произведения двух матриц.
24. Теорема об обратной матрице.
25. Определитель Вандермонда и циркулянт.
26. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк. Обоснование метода.
27. Понятие решения системы линейных уравнений, совместные и несовместные системы. Теорема об элементарных преобразованиях.
28. Алгоритм Гаусса и следствия из него.
29. Теорема Крамера.
30. Построение кольца многочленов от одного неизвестного.
31. Кольца без делителей нуля. Примеры.
32. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов и в кольце целых чисел.
33. Свойства делимости многочленов и целых чисел.
34. Наибольший общий делитель для многочленов, его свойства, алгоритм Евклида для многочленов.
35. Теорема о линейном представлении наибольшего общего делителя.
36. Взаимно простые многочлены и их свойства.
37. Неприводимость многочленов, основная теорема арифметики многочленов.
38. Понятие производной многочлена. Теорема о кратных множителях многочлена и его производной. Отделение кратных множителей многочлена с помощью алгоритма Евклида.
39. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.
40. Теорема о числе корней и степени многочлена.
41. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Теорема об однозначности задания многочлена своими значениями.

42. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона.
43. Решение уравнений третьей и четвертой степени.
44. Построение кольца многочленов от нескольких неизвестных.
45. Симметрические многочлены, формулы Виета.
46. Основная теорема о симметрических многочленах.
47. Теорема о существовании корня неприводимого многочлена в некотором расширении поля и следствие из нее.
48. Основная теорема алгебры многочленов.
49. Рациональные корни многочленов над полем рациональных чисел.

Вопросы к экзамену 2 семестр
50. Определение векторного пространства. Простейшие свойства векторных пространств.
51. Определение подпространства, основные свойства подпространства.
52. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов, свойства линейно зависимых и независимых векторов.
53. Критерий линейной зависимости.
54. Теорема об очистке линейно полного множества, определение базиса.
55. Теорема о выборе базиса.
56. Теорема о дополнении до базиса.
57. Критерий базиса.
58. Определение координат вектора в базисе, свойства координат вектора.
59. Размерность пространства, теорема о размерности, следствия из нее.
60. Матрица перехода, свойства матрицы перехода.
61. Теорема о монотонности размерности подпространств.
62. Теорема о пересечении подпространств.
63. Линейная оболочка, теорема о линейной оболочке.
64. Сумма подпространств, теорема о сумме подпространств.
65. Теорема о размерности суммы подпространств.
66. Прямая сумма подпространств, теорема о прямой сумме подпространств.
67. Дополнение к подпространству, теорема о существовании дополнения к подпространству.
68. Прямая сумма пространств, теорема о прямой сумме пространств.
69. Три понятия ранга матрицы, доказать, что строчный ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях строк.
70. Доказать, что столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов.
71. Доказать, что строчный ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов.
72. Доказать, что столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях строк.
73. Доказать, что столбцовый ранг матрицы равен строчному рангу матрицы.
74. Доказать, что при элементарных преобразованиях строк минорный ранг матрицы не меняется.
75. Теорема Кронекера-Капелли.
76. Теорема об описании структуры решений системы линейных уравнений.
77. Теорема о размерности пространства решений системы линейных однородных уравнений.
78. Определение линейного оператора, теорема о свойствах линейных операторов.
79. Операции над линейными операторами, теорема о свойствах операций над линейными операторами.
80. Теорема о задании линейного оператора на базисе и матрицей.
81. Теорема о свойствах матриц линейных операторов.
82. Линейные функционалы.
83. Линейные преобразования пространства .
84. Матрицы линейных преобразований в разных базисах.
85. Определение определителя матрицы линейного преобразования, доказать, что определитель линейного преобразования определен корректно.
86. Инвариантные подпространства, свойства инвариантных подпространств.
87. Характеристический многочлен линейного преобразования, теорема о характеристическом многочлене.
88. Теорема Гамильтона-Кэли.
89. Собственные векторы и собственные значения, теорема о нахождении собственных значений.
90. Теорема об одномерных инвариантных подпространствах.
91. Доказать, что собственные векторы, соответствующие различным собственным значениям линейно независимы.
92. Пространства со скалярным произведением, простейшие свойства таких пространств.
93. Теорема Коши-Буняковского-Шварца.
94. Свойства нормы вектора.
95. Ортогональность векторов и подпространств, теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
96. Ортогональное дополнение, теорема об ортогональном дополнении.
97. Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением.
98. Линейные функционалы, теорема о линейном функционале на пространстве со скалярным произведением.
99. Сопряженное преобразование, теорема существования сопряженного преобразования.
100. Теорема о свойствах сопряженных преобразований.

101. Теорема о матрице сопряженного преобразования.
102. Нормальные преобразования, теорема о собственных векторах и собственных значениях нормального преобразования.
103. Критерий сохранения скалярного произведения линейным преобразованием.
104. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними.
105. Теорема о матрице квадратичной формы.
106. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
107. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду с помощью перехода к ортонормированному базису.
108. Закон инерции квадратичных форм.
109. Линейная классификация квадратичных форм.
110. Критерий положительной определенности квадратичных форм.
111. Критерий Сильвестра.

6.4. Критерии оценивания

Фонд оценочных средств представляет собой комплекс контрольных работ и экзаменационные билеты, которые позволяют оценить регулярную работу студента, направленную на формирование компетенций и достижение планируемых результатов обучения.
В ходе изучения дисциплины «Алгебра» студент должен выполнить 6 контрольных работ: в 1 и 2-м семестре – по 3 контрольные работы. В каждом семестре сдаётся экзамен. Каждая из контрольных работ оценивается в 20 баллов. Нарушение сроков без уважительной причины ведет за собой снижение баллов за контрольную работу на 2 балла за каждую неделю задержки.
Билеты для экзамена содержат 4 задания (2 практических задачи и 2 теоретических вопроса). За каждое выполненное задание билета студент может получить от 2 до 5 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 5 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то здание оценивается 4 баллами, допущены две ошибки – 3 баллами, допущены три ошибки – 2 баллами. Если задание выполнено частично, и выполненная часть задания не содержит ошибок, то оно оценивается 2 баллами. Если допущено более трех ошибок в задании или студент выполнил менее трети задания из билета, то за него он получает 0 баллов.

Наименование оценочного средства	Максимальное кол-во баллов
Билет к экзамену	20
Контрольная работа	20

В течение учебного семестра студенты за каждый вид работы получают баллы. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных в семестре, и за ответ на экзамене. Затем полученная сумма баллов переводится в оценку, согласно положению о БРС. При этом допускается получение студентом автоматической оценки только по результатам работы в семестре.

Сводная таблица рейтинга успеваемости

№	Перечень контрольных мероприятий в семестре	Максимальное кол-во баллов
1	Контрольные работы	60
2	Активная работа на занятиях в течение семестра	5
3	Посещаемость (все занятия)	5
4	Выполнение всех домашних заданий	10
	Итого	80

Критерии оценивания экзамена:

№ п/п	Набранные баллы	Оценка
1	Менее 50	неудовлетворительно
2	50 – 69	удовлетворительно
3	70 – 90	хорошо
4	91 – 100	отлично

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.2	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС
Л1.3	Кострикин А. И.	Сборник задач по алгебре: задачник: сборник задач и упражнений (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Алеев Р. Ж., Митина О. В.	Алгебра: группы, кольца, поля: учебное пособие (http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007736/aleevrz)	Челябинск : Издательство Челябинского государственног о университета, 2017	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) - тематическая электронная библиотека и база данных для исследований и учебных курсов http://www.uisrussia.msu.ru
Э2	Лекториум - просветительский проект: массовые открытые онлайн-курсы, открытый видеоархив лекций вузов России https://www.lektorium.tv

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

MS Office365

Adobe Reader

Notepad++

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992.

2. Консультант Плюс [Электронный ресурс] : справочно-правовая система : база данных / Регион. центр правовой информ. Информправо.

3. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : научная электронная библиотека [научной периодики на русском языке]. — Москва, [1999-]. - Доступ к полным текстам после регистрации из сети ЧелГУ. – URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp.

4. Moodle [Электронный ресурс]: система дистанционного обучения : [база данных] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [б.г.]. – Доступ из сети ЧелГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php.

5. Научная библиотека Челябинского государственного университета [Электронный ресурс] : [сайт] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [2001-]. – Режим доступа: http://www.lib.csu.ru/ , свободный. – Загл. с экрана.

6. Интернет университет информационных технологий [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : http://www.intuit.ru/

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа студента. На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях решаются прикладные задачи, типовые задачи по алгебре, выполняются операции с алгебраическими объектами. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволить лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, видеохостинг YouYube, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «ElBraile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:
- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);

б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);

в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Типовые задачи для подготовки к экзамену по курсу "Алгебра" для студентов группы ФФ-105 (1 семестр)

Составитель: Кораблева В.В.

1. **Алгебраическая операция и ее свойства**
   На множестве $\mathbb{N}$ задана алгебраическая операция $*$ следующим образом: $x * y = xy + 2$. Проверить корректность задания алгебраической операции и выполнение основных свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтрального, обратного элементов).

2. **Комплексные числа**

   (a) Найти значение выражения $(2+i)(1-i) + \frac{3+i}{i}$.

   (b) Записать в тригонометрической форме число $\frac{1-i}{-\sqrt{3}+i}$.

   (c) Вычислить $\left(\frac{2-2i}{\sqrt{3}-i}\right)^{120}$.

   (d) Записать в алгебраической форме элементы множества $\sqrt[4]{-16}$.

3. **Матрицы**

   Для матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ найти

   (a) $B \cdot A$;

   (b) $A \cdot B + 2C$;

   (c) значение многочлена $f(x) = x^3 - 3x + 2$ от матрицы C.

4. **Определители**

   (a) Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

   (b) Найти A^{-1}, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

   (c) Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 5 \\ -6 & -4 & 2 \end{pmatrix}$.

5. **Системы линейных уравнений**

   (a) Решить систему уравнений методом Крамера: $\begin{cases} x - y + 2z = 2, \\ 2x + 3y - 2z = 3, \\ 2x - y + 3z = 4. \end{cases}$

   (b) Найти общее решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$

6. **Многочлены**

   (a) Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 4x - 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.

   (b) Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.

   (c) Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.

   (d) Найти сумму чисел, обратных комплексным корням многочлена $f(x)$.

   (e) Выразить через элементарные симметрические многочлены многочлен $x_1^2x_2^2 + x_1^2x_3^2 + x_1^2x_4^2 + x_2^2x_3^2 + x_2^2x_4^2 + x_3^2x_4^2$.

Типовые задачи к экзамену по курсу «Алгебра» для студентов ФФ-105 (2 семестр)

1. Являются ли линейно независимыми следующие векторы $a_1 = (4, -5, 2, 6)$, $a_2 = (2, -2, 1, 3)$, $a_3 = (6, -3, 3, 9)$, $a_4 = (4, -1, 5, 6)$?

2. Образуют ли подпространство векторы пространства $\mathbb{R}^n$, координаты которых удовлетворяют уравнению $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = a$, где вещественное число a фиксировано.

3. Доказать, что каждая из систем векторов $E = \{(2, 1, 2), (3, -1, 4), (2, 4, 1)\}$ и $F = \{(-1, 0, 1), (2, 1, 0), (1, 2, -1)\}$ является базисом, найти матрицу перехода от E к F и координаты вектора $x = (8, -4, 4)$ в базисах E и F.

4. Найти размерность и какой-нибудь базис линейной оболочки системы векторов $a_1 = (1, -1, -2, 1)$, $a_2 = (2, , 2 -1, -1)$, $a_3 = (1, -1, -1, 1)$, $a_4 = (1, -5, 1, 1)$, $a_5 = (-1, -2, 1, 1)$.

5. Найти базисы суммы и пересечения линейных оболочек $Lin((1, 3, -2, 1), (3, 1, 0, 1), (9, 4, -1, 4))$ и $Lin((-1, -2, 1, 1), (-1, -9, 6, 1), (-1, 5, -4, 1))$.

6. Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы
$$\begin{cases} x_1 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

7. Отображение $\varphi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ задано правилом $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (-x_1 + x_2 - 3x_3, x_1 - x_2 + 3x_3, -x_2 + 2x_3, x_1 + x_3)$. Является ли φ линейным оператором? В случае положительного ответа найти его матрицу в базисах пространства $\mathbb{R}^3$: $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$ и $\mathbb{R}^4$: $f_1 = (1, 0, 0, 0)$, $f_2 = (1, 1, 0, 0)$, $f_3 = (1, 1, 1, 0)$, $f_4 = (1, 1, 1, 1)$; найти базис ядра и базис образа отображения φ.

8. Линейное преобразование φ задано матрицей $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ в некотором базисе. Найти:

   (a) собственные векторы и собственные значения преобразования φ,

   (b) жорданову нормальную форму преобразования φ (жорданов базис можно не искать).

9. С помощью процесса ортогонализации построить ортогональный базис линейной оболочки векторов $(1, 2, 2, -1)$, $(1, 1, -5, 3)$, $(3, 2, 8, -7)$.

10. Найти базис ортогонального дополнения линейной оболочки векторов $(1, 1, 1, 1)$, $(1, 2, 2, -1)$, $(1, 0, 0, 3)$.

11. Пусть e_1, e_2 —ортонормированный базис евклидова пространства и преобразование φ имеет в базисе e_2, $e_1 - e_2$ матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$. Найти матрицу сопряженного преобразования φ^* в этом базисе.

12. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе линейного преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.

13. На векторном пространстве $\mathbb{C}$ над полем $\mathbb{R}$ задано отображение $f(u, v) = Re(u\overline{v})$. Проверить, будет ли данное отображение билинейной формой. В случае положительного ответа найти матрицу данной билинейной формы в базисе $\{1, i\}$.

14. Пусть билинейная форма Φ задана в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$ матрицей $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

    Найти:

    (a) значение билинейной формы Φ на векторах $x = (1, 0, 3)$, $y = (-1, 2, -4)$, заданных своими координатами в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$;

    (b) матрицу билинейной формы Φ в базисе $\{e_1 - e_2, e_1 + e_3, e_1 + e_2 + e_3\}$.

15. Методом Лагранжа привести квадратичную форму $3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$ к каноническому виду.

16. При каких значениях параметра λ квадратичная форма $5x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ является положительно определенной.

Контрольная работа №4.
Вариант 1

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x + 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 2

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 2 над полем из пяти элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 3

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 4

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 4x + 1$ и $g(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 5

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ и $g(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -2$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 6

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 4x + 1$ и $g(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 7

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ и $g(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 8x + 4$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 8

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ и $g(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x + 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 9

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 10

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 4x - 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 11

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x + 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 12

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 13

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 14

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 4x + 1$ и $g(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 15

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ и $g(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -2$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 16

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 4x + 1$ и $g(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 17

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ и $g(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 8x + 4$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 18

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ и $g(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x + 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 19

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 20

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 4x - 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 21

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x + 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 22

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 23

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 3 над полем из трех элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа №4.
Вариант 24

1. Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 4x + 1$ и $g(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ и его линейное разложение.
2. Определить кратность корня $x = -1$ многочлена $f(x)$.
3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 1$.
4. Найти все вещественные корни многочлена $g(x)$.
5. Найти все неприводимые многочлены степени 5 над полем из двух элементов.
6. Решить задачу 1 над полем из двух элементов.

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0 \\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0 \\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 3

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0 \\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0 \\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 2

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0 \\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0 \\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 4

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0 \\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0 \\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 5

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 7

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0\\ -3 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 6

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 8

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1\\ 0 & 5 & 1\\ 0 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 9

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\operatorname{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и} \quad \operatorname{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0 \\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0 \\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 10

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\operatorname{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и} \quad \operatorname{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0 \\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0 \\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 11

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\operatorname{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и} \quad \operatorname{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0 \\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0 \\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 12

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\operatorname{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и} \quad \operatorname{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0 \\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0 \\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 13

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big)\quad \text{и}\quad \mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3,3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 14

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big)\quad \text{и}\quad \mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3,x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 15

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big)\quad \text{и}\quad \mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3,3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 16

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big)\quad \text{и}\quad \mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3,4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 17

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 18

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 19

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 20

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 21

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 22

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 23

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0\\ -3 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 24

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1\\ 0 & 5 & 1\\ 0 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 25

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3,3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 26

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3,x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 27

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3,3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 28

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3,4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 29

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 30

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 31

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 32

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 33

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 34

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 35

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0\\ -3 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 36

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1\\ 0 & 5 & 1\\ 0 & -6 & 0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 37

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 39

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 38

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 40

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 41

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 43

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 42

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 44

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 45

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0 \\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0 \\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 47

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0 \\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0 \\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 46

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0 \\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0 \\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 48

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0 \\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0 \\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 49

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big)\quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3,3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 51

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big)\quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3,3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 50

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big)\quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3,x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 52

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big)\quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3,4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 53

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 55

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0\\ -3 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 54

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 56

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1\\ 0 & 5 & 1\\ 0 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 57

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 58

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0\\ 1 & 5 & 0\\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 59

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0\\ -3 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 60

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0 \end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1\\ 0 & 5 & 1\\ 0 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 61

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 63

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 62

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 64

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 65

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 66

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 67

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 68

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 69

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3,3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 70

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3,x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 71

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3,3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 72

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$

2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$

3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.

4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3,4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.

5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.

6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 73

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 74

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 75

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2
Вариант 76

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и} \quad \mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 77

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,-1,1,-1),\ (1,-2,1,-2),\ (3,3,3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,2,3,4),(-2,-1,0,1),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+2x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+4x_2+7x_3+4x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+3x_3, 3x_1+2x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&-2&0\\1&0&0\\1&2&3\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 79

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,1,-1,1),\ (1,2,1,2),\ (5,5,5,5)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,4,7,10),(-2,0,2,4),(1,2,4,8)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((1,1,1,1),(1,-3,9,-27)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=0\\ 3x_1+x_2+3x_3+x_4=0\\ 7x_1+5x_2+7x_3+5x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(3x_1+2x_2+x_3, 3x_1+2x_2+3x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}4&1&0\\-3&0&0\\2&2&2\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 78

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(1,1,1,1),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,3,9,27),(-2,-1,0,1),(1,3,5,7)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,2,4,8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0\\ 3x_1+3x_2+3x_3+x_4=0\\ 8x_1+8x_2+7x_3+3x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+3x_2+4x_3, x_1+x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}0&-6&0\\1&5&0\\3&2&1\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Контрольная работа 2

Вариант 80

1. Линейно зависимы ли векторы
$$(-1,4,-1,4),\ (1,-2,1,-2),\ (-3,3,-3,3)?$$
2. Найти базисы суммы и пересечения подпространств
$$\mathrm{Lin}\big((1,-3,9,-27),(-3,-1,1,3),(1,3,6,10)\big) \quad \text{и}$$
$$\mathrm{Lin}\big((2,2,2,2),(1,-2,4,-8)\big).$$
3. Для системы
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ 5x_1+3x_2+x_3-x_4=0\\ 11x_1+8x_2+5x_3+2x_4=0\end{cases}$$
найти ранг основной матрицы и фундаментальную систему решений.
4. Задано отображение φ из $\mathbf{R}^3$ в $\mathbf{R}^2$ формулой
$$\varphi(x_1,x_2,x_3)=(4x_1+3x_2+2x_3, 4x_1+3x_2+x_3).$$
   (a) Проверить, что φ — линейный оператор.
   (b) Записать его матрицу в стандартных базисах $\mathbf{R}^3$ и $\mathbf{R}^2$.
   (c) Найти базисы его ядра и образа.
5. Линейное преобразование пространства $\mathbf{R}^3$ задано матрицей
$$\begin{pmatrix}3&2&1\\0&5&1\\0&-6&0\end{pmatrix}.$$
Найти его собственные значения и собственные векторы.
6. Пусть P — поле из двух элементов. Сколько базисов в пространстве P^3?

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 1.

1. Алгебраические операции. Ассоциативные, коммутативные операции, нейтральные элементы.

2. Два определения определителя и их равносильность.

3. Вычислить определитель
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

4. Вычислить произведение всех комплексных корней n-ой степени из 1.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 2.

1. Определение кольца, примеры колец.

2. Теорема о кососимметричности определителя.

3. Найти общие решения системы линейных уравнений $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x - z = -2 \end{cases}$.

4. Вычислить сумму всех комплексных корней n-ой степени из 1.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 3.

1. Определение поля, примеры полей. Характеристика поля. Теорема о характеристике.

2. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона.

3. Найти наибольший общий делитель многочленов
$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и
$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ и его линейное разложение.

4. Пусть комплексные числа z_1, z_2, z_3 соответствуют вершинам параллелограмма A_1, A_2, A_3. Найти число, соответствующее вершине, противоположной A_2.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 4.

1. Понятие производной многочлена. Теорема о кратных множителях многочлена и его производной. Отделение кратных множителей многочлена с помощью алгоритма Евклида.

2. Теорема об определителе треугольной матрицы.

3. Решить матричное уравнение
$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 5 \\ -6 & -4 & 2 \end{pmatrix}.$

4. Использую формулу Муавра, выразить $\cos 4x$ через $\cos x$ и $\sin x$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 5.

1. Тригонометрическая форма комплексного числа, формула Муавра.

2. Теорема об определителе транспонированной матрицы. О равноправии строк и столбцов в определителе.

3. Найти наибольший общий делитель многочленов
$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и
$g(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ и его линейное разложение.

4. Доказать, что если α — первообразный корень степени n из 1, то $\overline{\alpha}$ — тоже первообразный корень степени n из 1.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 6.

1. Кольца без делителей нуля. Примеры.

2. Произведение матриц. Теорема о свойствах произведения матриц.

3. Вычислить определитель
$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$

4. Доказать, что след (сумма диагональных элементов) произведения двух квадратных матриц не зависит от порядка сомножителей.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 7.

1. Свойства сопряжения комплексных чисел.
2. Теорема о линейном представлении наибольшего общего делителя.
3. Записать в алгебраической форме элементы множества $\sqrt[3]{-i}$.
4. Доказать, что обратимые матрицы над кольцом образуют группу по умножению.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 8.

1. Определение группы, примеры групп. Симметрическая группа.
2. Построение поля комплексных чисел.
3. Изобразить на комплексной плоскости множество точек z, удовлетворяющих условию $\mid z-2 \mid= Re(z)+2$.
4. Для каких чисел λ имеет решение матричное уравнение $XYX^{-1}Y^{-1} = \lambda E$?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 9.

1. Теорема об обратной матрице.
2. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов и в кольце целых чисел.
3. Решить матричное уравнение:
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$
4. Как измениться обратная матрица A^{-1}, если в данной матрице A к i-ому столбцу прибавить j-й, умноженный на число α?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 10.

1. Понятия подстановки и перестановки. Четность перестановок и подстановок. Доказать, что транспозиция меняет четность перестановки.

2. Понятие присоединенной матрицы. Теорема о присоединенной матрице.

3. Вычислить определитель
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

4. Использую формулу Муавра, выразить $\sin 3x$ через $\cos x$ и $\sin x$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 11.

1. Теорема о числе корней и степени многочлена.

2. Основная теорема о симметрических многочленах.

3. Изобразить на комплексной плоскости множество точек z, удовлетворяющих условию $| z-1 | + | z+1 |= 3$.

4. Как измениться произведение AB матриц A и B, если переставить i-ю и j-ю строки матрицы A?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 12.

1. Корни из комплексного числа, теорема о корнях из единицы.

2. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.

3. Найти наибольший общий делитель многочленов
$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$ и
$g(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1$ и его линейное разложение.

4. Пусть ε первообразный корень нечетной степени n из 1. Доказать, что $-\varepsilon$ — первообразный корень степени $2n$ из 1.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 13.

1. Симметрические многочлены. Формулы Виета.

2. Теорема Крамера.

3. Найти общие решения системы линейных уравнений
$\begin{cases} x - y - z = 1 \\ y - z = -2 \end{cases}.$

4. Как измениться обратная матрица A^{-1}, если в данной матрице A к i-й строке прибавить j-ю, умноженную на число α?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 14.

1. Понятия матрицы, операции над матрицами. Теорема о свойствах сложения матриц и умножения матрицы на элемент кольца.

2. Свойства делимости многочленов и целых чисел.

3. Записать в алгебраической форме элементы множества $\sqrt[3]{i}$.

4. Доказать, что обратимые матрицы над кольцом образуют группу по умножению.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 15.

1. Понятие транспонирования матрицы. Теорема о свойствах транспонирования матриц.

2. Теорема о линейности определителя.

3. Найти наибольший общий делитель многочленов
$f(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 4x + 1$ и
$g(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ и его линейное разложение.

4. Отметить произвольно на плоскости один из корней восьмой степени из комплексного числа z и нарисовать остальные корни.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 16.

1. Понятие решения системы линейных уравнений, совместные и несовместные системы. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Теорема об элементарных преобразованиях.

2. Понятие обратимости матриц. Примеры обратимых и необратимых матриц над кольцами. Теорема о свойствах обратимых матриц.

3. Решить матричное уравнение:
$X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Найти наибольший общий делитель многочлена $(x-1)^3(x+1)^2(x+2)$ и его производной.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 17.

1. Взаимно простые многочлены и их свойства.

2. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы.

3. Найти общие решения системы линейных уравнений
$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}.$

4. Как измениться произведение AB матриц A и B, если переставить i-й и j-й столбцы матрицы B?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 18.

1. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о свойствах алгебраических дополнений. Разложение определителя по строчке и столбцу.

2. Неприводимость многочленов. Основная теорема арифметики многочленов.

3. Вычислить определитель
$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$

4. Как измениться обратная матрица A^{-1}, если в данной матрице A i-ю строку умножить на число α, не равное нулю?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 19.

1. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк. Обоснование метода.
2. Теорема об определителе произведения двух матриц.
3. Решить матричное уравнение:
$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 3 \\ -7 & 3 & -3 \end{pmatrix}.$
4. Решить уравнение $x^5 + 243 = 0$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 20.

1. Определитель Вандермонда и циркулянт.
2. Теорема о корнях из единицы.
3. Найти наибольший общий делитель многочленов
$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ и
$g(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ и его линейное разложение.
4. Отметить произвольно на плоскости один из корней шестой степени из комплексного числа z и нарисовать остальные корни.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.А. Соловьев

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 21.

1. Наибольший общий делитель для многочленов, его свойства, алгоритм Евклида для многочленов.
2. Теорема о линейности определителя.
3. Записать в алгебраической форме элементы множества $\sqrt[3]{1+i}$.
4. Как измениться произведение AB матриц A и B, если к i-й строке матрицы A прибавить j-й строку, умноженную на число α?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.А. Соловьев

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 22

1. Теорема об обратной матрице.

2. Теорема об однозначности задания многочлена своими значениями.

3. Найти наибольший общий делитель многочленов
$f(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 7x^2 + 4x + 1$ и
$g(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.

4. Как измениться обратная матрица A^{-1}, если в данной матрице A переставить i-ю и j-ю строки?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.А. Соловьев

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 1.

1. Критерий базиса.

2. Пространства со скалярным произведением. Теорема о простейших свойствах таких пространств.

3. Доказать, что если векторы a_1, a_2, a_3 линейно зависимы и вектор a_3 не выражается линейно через векторы a_1 и a_2, то a_1 и a_2 различаются между собой лишь числовым множителем.

4. Выяснить, можно ли матрицу

$$\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

линейного преобразования привести к диагональному виду путем перехода к новому базису.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 2.

1. Определение линейного оператора. Теорема о свойствах линейных операторов.

2. Закон инерции квадратичных форм.

3. Доказать, что если векторы $a_1, a_2 \dots, a_k$ линейно независимы, а векторы $a_1, a_2 \dots, a_k, b$ линейно зависимы, то вектор b линейно выражается через $a_1, a_2 \dots, a_k$.

4. Доказать, что каждая из двух заданных систем векторов является базисом, и найти связь между координатами одного и того же вектора в этих базисах:
$S = \{(1, 2, 1), (2, 3, 3), (5, 11, 5)\}$, $S' = \{(3, 5, 8), (5, 14, 13), (6, 23, 15)\}$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 3.

1. Линейные преобразования пространства. Матрицы линейного преобразования в разных базисах.

2. Теорема о матрице квадратичной формы.

3. Пусть A — матрица положительно определенной вещественной квадратичной формы. Доказать, что существует обратимая матрица S, такая, что $A = S^t S$.

4. Дополнить до ортогонального базиса четырехмерного пространства систему векторов $(1, 1, 1, 0)$, $(1, -2, 1, 0)$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 4.

1. Теорема о выборе базиса.
2. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними.
3. Доказать, что коммутирующие линейные преобразования комплексного векторного пространства имеют общий собственный вектор.
4. Линейное преобразование пространства $\mathbb{R}^3$ задано матрицей $\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти его собственные значения и векторы.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 5.

1. Определение подпространства. Теорема об основных свойствах подпространства.
2. Критерий положительной определенности квадратичных форм.
3. Доказать, что если скалярный квадрат любого вектора евклидова пространства равен сумме квадратов координат этого вектора, то базис, в котором берутся координаты, ортонормированный.
4. Выделить базис линейной оболочки системы векторов $a_1 = (4, 3, -1, 1, -1)$, $a_2 = (2, 1, -3, 2, -5)$, $a_3 = (1, -3, 0, 1, -2)$, $a_4 = (1, 5, 2, -2, 6)$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 6.

1. Собственные векторы и собственные значения. Теорема о нахождении собственных значений.
2. Теорема Лагранжа.
3. Доказать, что функции t^k, t^l, $\ldots$, t^r линейно независимы, если вещественные числа $k, l, \ldots, r$ различны.
4. Пусть в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^4$
$L = Lin((1, -1, 1, -1), (1, -2, 1, -2), (3, 3, 3, 3))$. Найти ортонормированный базис подпространства L.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 7.

1. Теорема Кронекера-Капелли.

2. Теорема Коши – Буняковского..

3. Доказать, что векторы $v_1, v_2, \dots, v_n$ образуют базис векторного пространства, если все векторы через них линейно выражаются, и хотя бы один вектор выражается через них однозначно.

4. Привести с помощью алгоритма Лагранжа к диагональному виду квадратичную форму $2x_1x_3 + x_2^2 + x_2x_3$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 8.

1. Теорема об очистке линейно полного множества. Определение базиса.

2. Нормальные преобразования. Теорема о собственных векторах и собственных значениях нормального преобразования.

3. Пусть линейное преобразование φ векторного пространства V удовлетворяет условию: $\varphi^2 = \varepsilon$. Пусть $S = \{v|\varphi(v) = v\}$ и $T = \{v|\varphi(v) = -v\}$. Доказать, что S и T — инвариантные подпространства преобразования φ.

4. Найти размерность суммы и размерность пересечения подпространств $Lin(v_1, v_2)$ и $Lin(u_1, u_2)$, где $v_1 = (1, 2, 1, 0)$, $v_2 = (-1, 1, 1, 1)$, $u_1 = (2, -1, 0, -1)$, $u_2 = (1, -1, 3, 7)$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 9.

1. Инвариантные подпространства. Теорема об одномерных инвариантных подпространствах.

2. Теорема о свойствах нормы вектора.

3. Пусть все векторы пространства являются собственными векторами преобразования φ. Доказать, что $\varphi = \lambda\varepsilon$ для некоторого числа λ из основного поля.

4. Найти базис суммы двух подпространств $Lin(v_1, v_2)$ и $Lin(u_1, u_2)$, где $v_1 = (1, 2, 1, 0)$, $v_2 = (-1, 1, 1, 1)$, $u_1 = (2, -1, 0, -1)$, $u_2 = (1, -1, 3, 7)$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 10.

1. Доказать, что столбцовый ранг матрицы равен строчному рангу матрицы.

2. Сопряженное преобразование, теорема существования сопряженного преобразования.

3. Пусть линейное преобразование φ векторного пространства V удовлетворяет условию: $\varphi^2 = E$. Пусть $S = \{v|\varphi(v) = v\}$ и $T = \{v|\varphi(v) = -v\}$. Доказать, что S и T подпространства пространства V и $V = S \oplus T$.

4. Дополнить до базиса систему векторов $(1, 1, 1, 0)$, $(0, 1, 1, 1)$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 11.

1. Доказать, что столбцовый ранг равен строчному рангу.

2. Ортогональность векторов и подпространств. Теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации.

3. Написать матрицу дифференцирования в пространстве многочленов степени $\leqslant n$ от одного неизвестного в базисе $1, t, \dfrac{t^2}{2}, \ldots, \dfrac{t^n}{n!}$. Вычислить характеристический многочлен этого преобразования.

4. Найти базис подпространства $Lin(v_1, v_2, v_3)$, если $v_1 = (1, 1, 1, 0)$, $v_2 = (1, 1, 0, 1)$, $v_3 = (1, 0, 1, 1)$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 12.

1. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов, свойства линейно зависимых и независимых векторов.

2. Ортогональное дополнение. Теорема об ортогональном дополнении.

3. Доказать, что фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений есть базис ортогонального дополнения к системе строк матрицы коэффициентов при неизвестных.

4. Привести с помощью алгоритма Лагранжа к диагональному виду квадратичную форму $4x_1x_3 + 2x_1^2 + x_1x_2$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 13.

1. Доказать, что столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов.
2. Теорема о матрице сопряженного преобразования.
3. Доказать, что если собственный вектор преобразования φ^2 принадлежит положительному собственному значению, то φ имеет собственный вектор.
4. Выделить все независимые подсистемы системы векторов $a_1 = (4, -5, 2, 6)$, $a_2 = (2, -2, 1, 3)$, $a_3 = (6, -3, 3, 9)$, $a_4 = (4, -1, 5, 6)$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 14.

1. Критерий линейной зависимости.
2. Теорема о матрице сопряженного преобразования.
3. В пространстве многочленов степени $\leqslant 3$ над полем вещественных чисел в базисе $1, x, x^2, x^3$ написать матрицу квадратичной формы, если соответствующая ей билинейная форма имеет вид $\Phi(f(x), g(x)) = \int\limits_0^1 x f(x) g(x) dx$.
4. Векторы a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 — линейно независимы. Является ли линейно зависимой система векторов $b_1 = 3a_1 + 4a_2 - 5a_3 - 2a_4 + 4a_5$, $b_2 = 8a_1 + 7a_2 - 2a_3 + 5a_4 - 10a_5$, $b_3 = 2a_1 - a_2 + 8a_3 - a_4 + 2a_5$?

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 15.

1. Размерность пространства, теорема о размерности, следствия из нее.
2. Линейные функционалы. Теорема о строении линейного функционала на пространстве со скалярным произведением.
3. Пусть линейное преобразование φ векторного пространства V перестановочно со всеми линейными преобразованиями этого пространства. Доказать, что $\varphi = \lambda\varepsilon$ для некоторого числа λ из основного поля.
4. Указать систему линейных уравнений, которая задает ортогональное дополнение подпространства $Lin((1, 0, 0, 2, 5), (0, 1, 0, 3, 4), (0, 0, 1, 4, 7))$.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Экзамен по алгебре, специальность 10.05.03 — Информационная безопасность автоматизированных систем
Билет 16.

1. Дополнение к подпространству, теорема о существовании дополнения к подпространству.
2. Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением.
3. Доказать, что ядро и образ линейного оператора φ инвариантные подпространства.
4. В евклидовом пространстве дано подпространство $Lin((1,0,2,1),(2,2,-1,6),(8,4,-6,1))$. С помощью процесса ортогонализации построить ортогональный базис этого подпространства.

Составитель В.В.Кораблева

Зав.кафедрой КБиПА А.Н. Ручай

Рабочая программа дисциплины (модуля) одобрена и рекомендована:

Проректор по учебной работе утверждено 30.05.2022 В.Е. Федоров

Ученым советом физического факультета

Протокол заседания № 08 от 26.05.2022

Председатель Ученого совета
физического факультета согласовано Д.А. Захарьевич

Заседанием кафедры компьютерной безопасности и прикладной алгебры

Протокол заседания № 11 от 06.05.2022

Заведующий кафедрой согласовано А.Н. Ручай

Автор (составитель) А.Н. Ручай

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1