

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.09.2025 11:11:17
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f596c77a486b9a8788b83d7423



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Обобщенные функции»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности
«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Обобщенные функции

Направление подготовки (специальность)
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Направленность (профиль)
**«Математические и компьютерные методы
в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Челябинск, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	5
3.1. Виды оценочных средств	5
3.2. Содержание оценочных средств	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	9
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	9
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	9
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	9



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Обобщенные функции»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности
«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Обобщенные функции.

Семестры: 7.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Обобщенные функции» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок	ПК-1.1. Обладает знаниями об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований. ПК-1.2. Демонстрирует умения: проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам. ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.	Знать: <ul style="list-style-type: none">• обладать базовыми знаниями, полученными в области обобщенных функций. Уметь: <ul style="list-style-type: none">• проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований. Владеть: <ul style="list-style-type: none">• навыками проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью.



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ПК-1 Знать:</p> <ul style="list-style-type: none">• обладать базовыми знаниями, полученными в области обобщенных функций. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none">• проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none">• навыками проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью.	<ul style="list-style-type: none">– Пространство пробных функций D. Пространство обобщенных функций над ним– Обобщенные функции медленного роста– Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста	Контрольная работа Письменный опрос	Теоретические вопросы к экзамену

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

Перечень вопросов для подготовки к письменному опросу

1. Линейные непрерывные функционалы
2. Сходимость в нормированных и топологических пространствах
3. Слабая сходимость
4. Равномерная сходимость
5. Интеграл Лебега
6. Пространство локально интегрируемых функций
7. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.

Дисциплиной предусмотрены контрольные работы по темам "Основные необходимые сведения из функционального анализа, теории меры и интеграла Лебега, историческая справка", "Пространство пробных функций D . Пространство обобщенных функций над ним".



Примерный вариант контрольной работы

1. Функцию x^3 разложить в ряд Фурье: по синусам кратных дуг; по косинусам кратных дуг; в интервале между 0 и 2π .

2. Функцию e^{ax} переменной x разложить в ряд Фурье; написать для нее равенство Ляпунова; найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n^2 + 1)^2}$$

3. Пусть 2π -периодическая функция f суммируема на отрезке длины 2π . Убедитесь, что в таком случае для каждого $h > 0$ можно определить ее «усреднение» S , полагая

$$S(x) = \frac{1}{2h} \int_{x-h}^{x+h} f(t) dt.$$

Доказать, что функция S непрерывна и тоже имеет период 2π . По известным коэффициентам Фурье исходной функции найти коэффициенты Фурье ее усреднения.

4. Пусть гладкая на отрезке $-\pi \leq x \leq \pi$ функция $f(x)$ принимает равные значения на концах этого отрезка и «в среднем» равна нулю:

$$f(-\pi) = f(\pi), \quad \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = 0.$$



Используя равенство Ляпунова, доказать неравенство

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx \leq \int_{-\pi}^{\pi} |f'(x)|^2 dx.$$

5. Пользуясь интегральным представлением Фурье, показать, что

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos xy + y \sin xy}{1 + y^2} dy = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ \pi/2, & \text{если } x = 0, \\ \pi e^{-x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

6. Пусть $a > 0$. Найти преобразование Фурье функции $\theta(x)e^{-ax}$, где $\theta(x)$ означает функцию Хевисайда.

7. Найти преобразование Фурье «прямоугольного» импульса p_a , если

$$p_a(x) = \begin{cases} 1/2a & \text{при } |x| \leq a, \\ 0 & \text{при } |x| > a. \end{cases}$$

8. Найти преобразование Фурье функции $x^{-1} \sin ax \sin bx$.

9. Найти обратное преобразование Фурье для $f(ay)$, если

$$\text{а) } f(y) = \frac{\sin y}{y}; \quad \text{б) } f(y) = \frac{\sin^2 y}{y^2}; \quad \text{в) } f(y) = \frac{\sin^2 y}{y}.$$

Перечень вопросов к экзамену

1. Пространство основных функций
2. Пространство обобщенных функций D' . Полнота пространства обобщенных функций
3. Носитель обобщенной функции
4. Регулярные обобщенные функции
5. Сингулярные обобщенные функции
6. Формулы Сохоцкого
7. Линейная замена переменных в обобщенных функциях



8. Умножение обобщенных функций
9. Производные обобщенных функций
10. Свойства обобщенных производных
11. Первообразная обобщенной функции
12. Прямое произведение обобщенных функций. Коммутативность прямого произведения
13. Свойства прямого произведения
14. Свойства свёртки
15. Существование свертки
16. Регуляризация обобщенных функций
17. Примеры сверток. Ньютонов потенциал
18. Обобщенные функции медленного роста. Пространство Шварца
19. Структура обобщенных функций с точечным носителем
20. Прямое произведение обобщенных функций медленного роста
21. Свертка обобщенных функций медленного роста
22. Преобразование Фурье основных функций
23. Преобразование Фурье обобщенных функций
24. Свойства преобразования Фурье
25. Преобразование Фурье обобщенных функций с компактным носителем
26. Преобразование Фурье свертки



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность экзамена – 60 минут. В билете два теоретических вопроса и одно практическое задание, аналогичное заданиям в контрольной работе. За каждое выполненное теоретическое задание билета студент может получить 5 баллов, за практическое -10 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 5 (10) баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за экзамен – 20.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на экзамене.

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
56 – 65 баллов	46 – 55 баллов	40 – 45 баллов	0 – 39 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, в том числе посещаемость (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Неудовлетворительно" выставляется за 39 и менее баллов.

За 40-45 баллов оценка - "Удовлетворительно" (базовый уровень)

За 46-55 баллов оценка - "Хорошо" (средний уровень)

За 56-65 баллов оценка - "Отлично" (высокий уровень)



Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
 - студент способен дать полное представление об основных понятиях обобщенных функций, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приемы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
 - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
 - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приемы.
 - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
 - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем обобщенных функций, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
 - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

