

Документ подписан простой электронной подписью
 Информация о владельце:
 ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
 Должность: Ректор
 Дата подписания: 25.09.2026 12:20:50
 Уникальный программный ключ:
 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b0312303

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
 высшего образования
 «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
 Институт довузовского образования
 Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
 «Математика. Избранные вопросы»

Версия документа - 1	стр. 1 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____
----------------------	--------------	---------------------------	---------------

Приложение 4

ПРИНЯТА
 решением Ученого совета
 института довузовского образования
 ФГБОУ ВО «ЧелГУ»
 от « 16 » 09 2026 г.
 протокол № 6

УТВЕРЖДЕНА
 приказом ФГБОУ ВО «ЧелГУ»
 от « 21 » 09 2026 г.
 № 496-2

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»

Направленность программы: техническая
 Форма обучения: очная
 Трудоемкость: 120 часов
 Категория слушателей: обучающиеся 10,11 классов
 Автор программы: Май Яна Константиновна, старший преподаватель
 компьютерной топологии и алгебры
 математического факультета

Челябинск, 2026

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 2 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

РАЗДЕЛ 1. КОМПЛЕКС ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОГРАММЫ

1.1. Пояснительная записка

Программа «Математика. Избранные вопросы» является дополнительной общеразвивающей программой и предназначена для дополнительного образования обучающихся 10-11 классов общеобразовательных организаций.

Программа разработана в соответствии с нормативно-правовыми документами:

- Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (статья 34);
- приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 27 июля 2022 г. № 629 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам»;
- СанПиН 2.4.4. 3172 – 14 «Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей» (утверждены постановлением Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 04.07. 2014 г. № 41, зарегистрированы в Минюсте России 20 августа 2014 г., регистрационный номер 33660);
- Письмо Минпросвещения России от 23 января 2026 г. № АБ-254/06 «О направлении информации» (вместе с «Методическими рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ»)
- Приказ Минобрнауки Российской Федерации от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования».

Новизна программы заключается в реализации поливариантного подхода к организации образовательного процесса, использовании системы взаимосвязанных занятий, выстроенных в логической последовательности и направленных на активизацию познавательной сферы обучающихся посредством применения разнообразных педагогических технологий и форм работы, интегрирующих разные виды деятельности на основе единой темы.

Цели и задачи программы

Основная цель: совершенствование и систематизация знаний по математике, а также подготовка учащихся к итоговой аттестации.

Задачи:

Обучающие:

- улучшение усвоения и углубление знаний обучающихся по предметной области «математика» в соответствии с современными требованиями к Государственной итоговой аттестации;
- освоение алгоритмов выполнения тестовых и аналитических задач, обучение осознанному выбору ответов тестовых заданий;
- формирование навыка правильной интерпретации спорных формулировок заданий.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 3 из 25	Первый экземпляр 	КОПИЯ № _____

Развивающие:

- развитие интеллектуального потенциала обучающихся;
- развитие коммуникативных способностей обучающихся;
- развитие практических навыков, а также умения применять полученные навыки при решении нестандартных задач в других дисциплинах.

1.2. Планируемые результаты освоения программы

В результате освоения программы обучающиеся будут:

Знать:

- основные понятия, свойства и признаки делимости целых чисел, а также методы решения уравнений в целых числах;
- формулы и методы работы с арифметическими и геометрическими прогрессиями, алгоритмы решения иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств;
- ключевые тригонометрические тождества, формулы преобразований и способы отбора корней тригонометрических уравнений;
- базовые понятия и основные формулы теории вероятностей, а также принципы расчёта вероятностей в типовых задачах;
- определения, свойства и формулы, связанные с многогранниками, векторами в пространстве, параллельными прямыми, а также формулы простого и сложного процента.

Уметь:

- применять признаки делимости, находить НОД и НОК, решать уравнения в целых числах и обосновывать результаты;
- решать задачи на прогрессии, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства с учётом ОДЗ и корректности преобразований;
- преобразовывать тригонометрические выражения, выполнять отбор корней разными методами и записывать решения в требуемой форме;
- вычислять вероятности событий, использовать комбинаторные методы и применять формулы теории вероятностей к решению практических задач;
- решать геометрические и финансовые задачи: строить сечения, находить расстояния и объёмы, рассчитывать наращённые суммы, процентные ставки и суммы займа, выбирать оптимальный метод решения.

Владеть:

- навыками применения теоретических знаний для решения комбинированных и нестандартных задач, в том числе с элементами олимпиадной математики;
- техникой корректных алгебраических преобразований, умением проверять решения на наличие посторонних корней и оценивать правдоподобие результатов;

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 4 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

- пространственным воображением, навыками построения чертежей, сечений и проекций, а также умением переводить геометрическую задачу в аналитическую форму;
- векторным и координатным аппаратом для решения стереометрических задач, включая работу с уравнениями плоскостей и прямых в пространстве;
- методикой расчёта финансовых показателей и стратегиями выбора оптимального метода решения задачи (алгебраический, геометрический, координатный, табличный) с обоснованием каждого шага.

Формами определения итогов реализации программы являются входная диагностика, текущий контроль, итоговое тестирование по модели ЕГЭ (согласно объему пройденного материала).

Формами (методами) определения результативности программы являются:

- педагогическое наблюдение за деятельностью слушателя на каждом занятии;
- анализ выполненных работ на предмет соответствия изученным темам;
- мониторинг знаний слушателей в динамике.
- **Категория обучающихся** – обучающиеся 16-18 лет.
- **Требования к уровню подготовки обучающихся:** без требований к уровню образования
- **Количество человек в группе:** 15 - 35.
- **Форма обучения:** очная.
- **Формы организации учебной деятельности:** групповая.
- **Режим занятий:** по субботам, по 4 академических часа (2 лекционных, 2 практических занятия).
- **Объем программы** – 120 академических часов.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 5 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы		
		Всего ауд.часов (ак.час)	Теоретическ ие занятия	Практические занятия
1	Делимость целых чисел.	4	2	2
2	Решение уравнений в целых числах.	4	2	2
3	Арифметическая и геометрическая прогрессии	4	2	2
4	Решение иррациональных уравнений и неравенств	8	4	4
5	Показательные уравнения и неравенства	4	2	2
6	Логарифмические уравнения и неравенства	4	2	2
7	Тригонометрические уравнения и неравенства.	12	6	6
8	Теория вероятности.	4	2	2
9	Параллельные прямые в пространстве.	4	2	2
10	Многогранники.	4	2	2
11	Векторы в пространстве.	4	2	2
12	Простой процент	8	4	4
13	Сложный процент	8	4	4
14	Решение задач на нахождение процентной ставки.	8	4	4
15	Решение задач на нахождение суммы займа.	8	4	4
16	Решение задач с помощью таблиц.	8	4	4
17	Решение задач на построение сечений и нахождение площадей сечений.	4	2	2
18	Решение задач на нахождение расстояний между прямой и плоскостью, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.	4	2	2
19	Планиметрия. Планиметрические задачи.	4	2	2
20	Метод координат в задачах.	4	2	2
21	Итоговое повторение	8	4	4
Итого		120	60	60

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 6 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

2.2. Календарный учебный график

Продолжительность освоения программы	30 недель, 2 учебных года
Дата начала реализации программы	26.09.2026
Дата окончания реализации программы	28.05.2028
Периодичность проведения занятий	1 раз в 2 недели, по 4 академических часа
Входной контроль	Тестирование и аналитическое задание
Итоговая аттестация	Тестирование и аналитическое задание

2.3. Содержание учебной программы

10 класс

№ п/п	Наименование разделов и тем, виды учебных занятий	Количество часов	Содержание
1.	Лекция. Делимость целых чисел.	2	Рассматриваются основные понятия теории делимости: определение делимости, свойства делимости, признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10 и другие числа. Изучаются деление с остатком, понятие наибольшего общего делителя (НОД) и наименьшего общего кратного (НОК), алгоритм Евклида для нахождения НОД. Разбираются базовые теоремы и типовые утверждения о делимости, приводятся примеры и доказательства простых свойств.
2.	Практическая работа. Делимость целых чисел.	2	Отработка навыков применения признаков делимости для быстрой проверки делимости чисел. Решение задач на нахождение НОД и НОК разными способами (разложение на простые множители, алгоритм Евклида). Выполнение упражнений на деление с остатком и доказательство утверждений о делимости. Разбор задач олимпиадного типа, где требуется использовать свойства делимости для обоснования ответа.
3.	Лекция. Решение уравнений в целых числах.	2	Знакомство с уравнениями в целых числах (диофантовыми уравнениями). Рассматриваются простейшие типы таких уравнений и методы их решения: метод перебора, разложение на множители, использование свойств делимости и

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 7 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

			оценок. Обсуждаются вопросы существования и количества целочисленных решений, типичные приёмы ограничения множества возможных значений переменных. Приводятся примеры с пошаговым объяснением логики поиска решений.
4.	Практическая работа. Решение уравнений в целых числах.	2	Решение типовых уравнений в целых числах с применением изученных методов. Отработка навыков разложения на множители и анализа делимости в контексте поиска целочисленных пар. Решение задач, где нужно доказать отсутствие целых решений или найти все возможные решения. Анализ ошибок и типичных ловушек при работе с целочисленными уравнениями.
5.	Лекция. Арифметическая и геометрическая прогрессии	2	Изложение теории арифметической и геометрической прогрессий. Рассматриваются свойства прогрессий, связь между членами, условия возрастания/убывания, особенности бесконечно убывающей геометрической прогрессии и формула её суммы. Приводятся прикладные примеры и задачи, иллюстрирующие использование прогрессий в разных контекстах.
6.	Практическая работа Арифметическая и геометрическая прогрессии	2	Решение задач на нахождение членов и сумм прогрессий по заданным условиям. Отработка применения формул в нестандартных ситуациях, включая задачи с параметрами и комбинированные задачи. Составление прогрессий по условиям задачи, нахождение неизвестных параметров (разности, знаменателя, первого члена). Решение прикладных задач, сводящихся к прогрессиям.
7.	Лекция. Решение иррациональных уравнений и неравенств	2	Изучение методов решения иррациональных уравнений и неравенств. Рассматриваются возведение в степень как основной приём, необходимость учёта области допустимых значений (ОДЗ) и проверка корней. Обсуждаются типичные ошибки, связанные с появлением посторонних корней, и способы их избежать. Для неравенств разбираются методы интервалов и равносильных переходов, приводятся схемы рассуждений.
8.	Практическая работа Решение иррациональных уравнений и неравенств	2	
9.	Лекция. Решение иррациональных уравнений и неравенств	2	
10.	Практическая работа .	2	
			Отработка решения иррациональных уравнений с одним и несколькими радикалами. Решение иррациональных неравенств с применением

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 8 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

	Решение иррациональных уравнений и неравенств		метода интервалов и анализа ОДЗ. Проверка найденных решений, выявление и исключение посторонних корней. Разбор задач повышенной сложности, где иррациональные выражения комбинируются с другими типами уравнений.
11.	Лекция. Показательные уравнения и неравенства	2	Изложение основных методов решения показательных уравнений: приведение к одному основанию, замена переменной, группировка. Рассматриваются показательные неравенства и способы их решения с учётом монотонности показательной функции. Обсуждаются случаи с разными основаниями, комбинированные уравнения, а также типичные ошибки и способы их предотвращения.
12.	Практическая работа. Решение показательных уравнений и неравенств	2	Решение показательных уравнений с разными основаниями и уравнениями, сводимыми к квадратным. Отработка решения показательных неравенств, в том числе с переменным основанием. Применение замены переменной и других приёмов для упрощения выражений. Анализ и исправление типичных ошибок, проверка корректности преобразований.
13.	Лекция. Логарифмические уравнения и неравенства	2	Рассмотрение методов решения логарифмических уравнений: потенцирование, замена переменной, использование свойств логарифмов. Для неравенств изучаются правила перехода с учётом основания логарифма и монотонности функции. Обсуждаются требования к ОДЗ, способы контроля корректности решений и избегание потери или появления лишних корней.
14.	Практическая работа. Решение логарифмических уравнений и неравенств	2	Решение логарифмических уравнений с применением разных методов и проверкой ОДЗ. Отработка решения логарифмических неравенств, включая случаи с переменным основанием и комбинированные выражения. Разбор задач, где логарифмы сочетаются с показательными или алгебраическими частями. Проверка решений и анализ типичных ошибок.
15.	Лекция. Тригонометрические уравнения и неравенства.	2	Изучение основных типов тригонометрических уравнений и стандартных приёмов их решения: сведение к простейшим, замена переменной, разложение на множители. Рассматриваются тригонометрические неравенства и методы их решения, включая использование

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 9 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

			тригонометрического круга и числовой прямой. Обсуждаются особенности записи серий решений и учёт периодичности.
16.	Практическая работа. Решение тригонометрических уравнений и неравенств.	2	Решение тригонометрических уравнений разного уровня сложности. Отработка приёмов сведения к простейшим и использования формул. Решение тригонометрических неравенств с визуализацией на тригонометрическом круге. Формирование навыков корректной записи ответов в виде серий корней.
17.	Лекция. Преобразование тригонометрических выражений.	2	Разбор основных тригонометрических тождеств: основное тождество, формулы приведения, формулы суммы и разности, двойного угла и понижения степени. Рассматриваются приёмы упрощения выражений, приведения к более удобному виду, а также стратегии выбора нужной формулы в зависимости от структуры выражения.
18.	Практическая работа. Преобразование тригонометрических выражений.	2	Отработка применения тригонометрических формул для упрощения и преобразования выражений. Решение задач на тождественные преобразования, доказательство тождеств и нахождение значений выражений при заданных условиях. Анализ типичных ошибок при использовании формул и способы их избежать.
19.	Лекция. Отбор корней тригонометрических уравнений.	2	Изучение способов отбора корней, попадающих в заданный промежуток: с помощью тригонометрического круга, числовой прямой, неравенств. Рассматриваются особенности работы с сериями решений, способы проверки принадлежности корней промежутку, а также приёмы компактной записи итогового ответа.
20.	Практическая работа. Отбор корней тригонометрических уравнений.	2	Отработка отбора корней тригонометрических уравнений разными методами. Решение задач с заданными промежутками, включая случаи, когда промежуток нестандартный или задан в радианах/градусах. Формирование навыка аккуратной проверки и записи окончательного ответа.
21.	Лекция. Суть теории вероятности.	2	Введение в теорию вероятностей: основные понятия (случайное событие, пространство элементарных исходов, вероятность). Рассматриваются классическое и статистическое определения вероятности, правила сложения и умножения вероятностей, условная вероятность.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 10 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

			Обсуждаются базовые принципы подсчёта исходов и роль комбинаторики в теории вероятностей.
22.	Практическая работа. Теория вероятности. Решение задач.	2	Решение задач на классическое определение вероятности с применением комбинаторных методов. Отработка правил сложения и умножения вероятностей, решение задач на условную вероятность. Анализ типовых ситуаций и формирование навыков правильной интерпретации условий задачи.
23.	Лекция. Параллельные прямые в пространстве.	2	Изучение взаимного расположения прямых в пространстве. Рассматриваются определение и свойства параллельных прямых, признаки параллельности, связь с плоскостями. Обсуждаются теоремы о параллельных прямых и их применение в геометрических рассуждениях, а также особенности визуализации пространственных конфигураций.
24.	Практическая работа. Параллельные прямые в пространстве.	2	Решение задач на доказательство параллельности прямых в пространстве и нахождение углов между ними. Отработка построения чертежей и анализа взаимного расположения объектов. Применение теорем для обоснования утверждений и решения стереометрических задач.
25.	Лекция. Многогранники.	2	Знакомство с основными видами многогранников (призмы, пирамиды, правильные многогранники). Рассматриваются элементы многогранников (грани, рёбра, вершины), формулы для вычисления площадей поверхностей и объёмов. Обсуждаются свойства правильных и полуправильных многогранников, а также способы описания их структуры.
26.	Практическая работа. Объёмы многогранников. Задачи на объёмы многогранников.	2	Решение задач на вычисление объёмов и площадей поверхностей многогранников. Отработка применения формул для разных типов фигур. Решение комбинированных задач, где требуется найти объём части многогранника или сравнить объёмы нескольких фигур. Анализ типичных ошибок и способов их избежать.
27.	Лекция. Векторы в пространстве.	2	Изложение основ векторной алгебры в пространстве: определение вектора, операции над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), скалярное произведение. Рассматриваются координаты вектора, связь с

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 11 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

			координатами точек, нахождение длины вектора и угла между векторами. Обсуждается применение векторов в решении геометрических задач.
28.	Практическая работа. Векторы в пространстве.	2	Отработка действий с векторами в координатной форме. Решение задач на нахождение скалярного произведения, угла между векторами, длины вектора. Применение векторов для решения стереометрических задач, включая нахождение расстояний и углов.
29.	Лекция. Систематизация изученного. Подведение итогов.	2	Обобщение и структурирование пройденного материала: выделение ключевых тем и методов, сопоставление разных типов уравнений и неравенств, объединение геометрических и алгебраических подходов. Рассматриваются типичные стратегии решения задач, универсальные приёмы и частые ошибки. Формируется целостная картина курса и понимание взаимосвязей между темами.
30.	Итоговая практическая работа.	2	Комплексная работа, включающая задачи по всем основным темам программы. Проверка способности применять изученные методы для решения комбинированных и нестандартных задач. Отработка выбора оптимального пути решения, аккуратного оформления и проверки результатов. Оценка уровня освоения программы и готовности к дальнейшему изучению математики.
ИТОГО		60	

11 класс

№ п/п	Наименование разделов и тем, виды учебных занятий	Количество часов	Содержание
1	Лекция. Простой процент.	2	Изучение понятия процента и принципа расчёта простого процента. Разбор формулы наращённой суммы при простых процентах, порядка определения процентных платежей и сроков операций. Анализ типовых условий финансово-экономических задач, правил интерпретации параметров и подстановки значений в формулу. Отработка типовых задач на расчёт дохода по вкладу/кредиту, определение суммы с
2	Практическая работа. Простой процент.	2	
3	Лекция. Простой процент.	2	
4	Практическая работа. Простой процент.	2	

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 12 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

			процентами, нахождение времени или ставки при заданных параметрах. Закрепление навыков интерпретации условий финансово-экономических задач и корректного подставления значений в формулы. Проверка результатов и анализ возможных ошибок в расчётах.
5	Лекция. Сложный процент.	2	Введение в понятие сложного процента, сравнение со схемой простых процентов, механизм капитализации процентов. Изучение формул наращивания по сложным процентам, случаев начисления процентов несколько раз в год и непрерывного начисления. Анализ влияния частоты капитализации на итоговую сумму, понятие эффективной процентной ставки. Решение задач на расчёт будущей стоимости вклада/долга по схеме сложных процентов. Сравнение доходности схем с простыми и сложными процентами, расчёт эффективной процентной ставки. Отработка применения формул при разной периодичности начисления процентов (ежемесячно, ежеквартально, ежегодно).
6	Практическая работа. Сложный процент.	2	
7	Лекция. Сложный процент.	2	
8	Практическая работа. Сложный процент.	2	
9	Лекция. Решение задач на нахождение процентной ставки.	2	Рассматриваются случаи простых и сложных процентов, вывод формул для ставки, анализ чувствительности результата к изменению входных параметров. На практике решаются задачи, где требуется найти ставку при известных суммах, сроках и результатах начисления процентов, включая ситуации с частичными платежами и разными периодами начисления. Закрепляется навык проверки корректности полученного значения ставки и интерпретации экономического смысла.
10	Практическая работа. Решение задач на нахождение процентной ставки.	2	
11	Лекция. Решение задач на нахождение процентной ставки.	2	
12	Практическая работа. Решение задач на нахождение процентной ставки.	2	
13	Лекция. Решение задач на нахождение суммы займа.	2	Подходы к расчёту первоначальной суммы займа (текущей стоимости) при заданной ставке и сроке. Изучаются формулы дисконтирования
14	Практическая работа.	2	

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 13 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

	Решение задач на нахождение суммы займа.		для простых и сложных процентов, понятие современной стоимости, учётная ставка. На практических занятиях отрабатываются задачи на определение суммы кредита/вклада, исходя из требуемой будущей стоимости, анализ условий досрочного погашения, расчёт графиков платежей. Особое внимание уделяется различию между наращением и дисконтированием и выбору подходящей формулы.
15	Лекция. Решение задач на нахождение суммы займа.	2	
16	Практическая работа. Решение задач на нахождение суммы займа.	2	
17.	Лекция. Решение задач с помощью таблиц.	2	Использование табличного представления данных для структурирования условий задач и упрощения расчётов. Рассматриваются приёмы составления таблиц для финансовых задач (платежи, остатки, проценты), планирование шагов решения, визуализация зависимостей. На практике обучающиеся учатся заполнять таблицы по условию, выводить промежуточные значения, проверять согласованность данных, использовать таблицы для многошаговых задач. Отрабатываются навыки систематизации информации и избегания ошибок при работе с большим количеством параметров.
18.	Практическая работа. Решение задач с помощью таблиц.	2	
19.	Лекция. Решение задач с помощью таблиц.	2	
20.	Практическая работа. Решение задач с помощью таблиц.	2	
21.	Лекция. Решение задач на построение сечений и нахождение площадей сечений.	2	Методы построения сечений многогранников (призмы, пирамиды) с помощью следов, параллельных прямым, проекций. Изучаются правила соединения точек, лежащих в одной грани, и построения линий пересечения плоскостей. На практике выполняются построения сечений по заданным точкам, определяются формы полученных многоугольников, рассчитываются площади сечений с использованием планиметрических формул и свойств фигур. Закрепляются навыки пространственного воображения и точного графического представления.
22	Практическая работа. Решение задач на построение сечений и нахождение площадей сечений.	2	
23	Лекция. Решение задач на нахождение расстояний между прямой и плоскостью, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.	2	Геометрические методы и формулы для нахождения расстояний в пространстве. Рассматриваются способы определения расстояния от точки до плоскости, между параллельными плоскостями, между скрещивающимися прямыми (через общий перпендикуляр, через объём тетраэдра, координатный метод). На практике решаются

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 14 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

24	Практическая работа. Решение задач на нахождение расстояний между прямой и плоскостью, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.	2	задачи с применением векторов и координат, отрабатываются алгоритмы выбора оптимального метода в зависимости от условия. Особое внимание уделяется обоснованию выбора метода и проверке результата несколькими способами.
25	Лекция. Планиметрия. Планиметрические задачи.	2	Повторение ключевых тем планиметрии: свойства треугольников, четырёхугольников, окружностей; признаки подобия и равенства фигур; формулы площадей и длин. Изучаются типовые приёмы решения задач: дополнительные построения, использование пропорций, применение теорем синусов и косинусов, координатный и векторный методы. На практике разбираются задачи повышенной сложности, требующие комбинирования нескольких идей, отрабатывается навык анализа условия, поиска инвариантов и проверки правдоподобности ответа.
26	Практическая работа. Планиметрия. Планиметрические задачи.	2	
27	Лекция. Метод координат в задачах.	2	Применение координатного метода для решения геометрических задач на плоскости и в пространстве. Изучаются формулы расстояния между точками, деления отрезка в заданном отношении, уравнения прямых и плоскостей, скалярное произведение векторов. На практике решаются задачи на нахождение углов, расстояний, площадей, доказательство параллельности и перпендикулярности с помощью координат. Отрабатывается навык выбора системы координат, упрощающей вычисления, и перехода от геометрической модели к алгебраической.
28	Практическая работа. Метод координат в задачах.	2	
29	Лекция. Итоговая беседа.	2	Обобщение изученного материала, систематизация методов решения задач по всем темам. На итоговой беседе обсуждаются типичные ошибки, эффективные стратегии решения, связь между разными разделами курса. Зачётная практическая работа включает комплексные задания, требующие применения нескольких тем одновременно (например, финансовая задача с табличным представлением, геометрическая задача с координатным методом). Цель — проверить
30	Зачет (практическая работа): Итоговое повторение.	2	

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 15 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

		уровень сформированности навыков самостоятельного анализа условия и выбора оптимального способа решения.
ИТОГО		60

РАЗДЕЛ 3. ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Итоговая аттестация

Итоговая аттестация

Форма аттестации: тестовые и аналитические задания.

Оценочные материалы: приложение 1, приложение 2.

РАЗДЕЛ 4. ВОСПИТАНИЕ

4.1. Цель, задачи, целевые ориентиры воспитания детей

Содержание воспитательной работы в рамках программы определяется возрастными особенностями обучающихся (16-18 лет) и местом реализации (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»).

Целью воспитания является развитие личности, самоопределение и социализация детей на основе социокультурных, духовно-нравственных ценностей и принятых в российском обществе правил и норм поведения в интересах человека, семьи, общества и государства, формирование чувства патриотизма, гражданственности, уважения к памяти защитников Отечества и подвигам Героев Отечества, закону и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа Российской Федерации, природе и окружающей среде (Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации», ст. 2, п. 2).

Задачами воспитания по программе являются:

- усвоение слушателями знаний норм, духовно-нравственных ценностей, традиций российского общества через формирование представлений о ценности научного познания, знакомство с биографиями российских учёных;
- информирование слушателей, организация общения между ними на содержательной основе целевых ориентиров воспитания;
- формирование и развитие личностного отношения слушателей к указанным нормам, ценностям и традициям через развитие познавательного интереса как личностно значимого отношения к учёбе и самообразованию, формирование эмоционально-ценностного отношения к собственным открытиям, воспитание уважения к чужому труду и мнению;
- приобретение слушателями опыта поведения, общения, межличностных и социальных отношений в составе малой группы и в парах.

Целевые ориентиры воспитания детей по программе направлены на формирование:

- интереса к технической деятельности, истории техники в России и мире, к достижениям российской и мировой технической мысли;
- понимание значения техники в жизни российского общества;
- навыков определения достоверности и этики технических идей;
- воли, упорства, дисциплинированности в реализации проектов.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 16 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

4.2. Формы и методы воспитания

Решение задач информирования детей, создания и поддержки воспитывающей среды общения и успешной деятельности, формирования межличностных отношений на основе российских традиционных духовных ценностей осуществляется на каждом из учебных занятий.

Основной формой воспитания слушателей при реализации программы является учебное занятие, в ходе которого слушатели усваивают информацию, имеющую воспитательное значение; получают опыт деятельности, в которой формируются, проявляются и утверждаются ценностные, нравственные ориентации; осознают себя способными к нравственному выбору; участвуют в освоении и формировании среды своего личностного развития, творческой самореализации.

Ключевые методы воспитательной деятельности, используемые при реализации программы: беседа и обсуждение; взаимопроверка работ; создание воспитывающих ситуаций; педагогическое требование (с учётом преимущественного права на воспитание детей их родителей (законных представителей), индивидуальных и возрастных особенностей детей); поощрение, создание ситуации успеха, одобрение и поддержка, переключение в деятельности.

4.3. Условия воспитания, анализ результатов

Воспитательный процесс осуществляется в условиях группы слушателей на базе реализации программы в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» в соответствии с нормами и правилами работы организации.

Анализ результатов воспитания проводится в процессе педагогического наблюдения за поведением детей, их общением, отношениями детей друг с другом, в коллективе, их отношением к педагогам, к выполнению своих заданий по программе. Косвенная оценка результатов воспитания, достижения целевых ориентиров воспитания по программе проводится путём опросов родителей в процессе реализации программы и после её завершения. Анализ результатов воспитания по программе не предусматривает определение персонифицированного уровня воспитанности, развития качеств личности конкретного слушателя. Получение общего представления о воспитательных результатах реализации программы, продвижения в достижении определённых в программе целевых ориентиров воспитания, влияния реализации программы на коллектив обучающихся является заданием для корректировки воспитательной работы в следующие периоды. Результаты, полученные в ходе оценочных процедур, используются только в виде агрегированных усреднённых и анонимных данных.

4.4. Календарный план воспитательной работы

№ п/п	Название события/мероприятия	Сроки	Форма проведения	Практический результат и информационный продукт, иллюстрирующий успешное достижение цели события
1.	День открытых дверей	Ноябрь	Встречи с представителями	Пост в соцсетях

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 17 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

			факультетов, институтов ЧелГУ	
2.	Каникулы с ЧелГУ	Ноябрь	Мастер-классы	Пост в соцсетях
3.	День открытых дверей	Январь- февраль	Встречи с представителями факультетов, институтов ЧелГУ, работодателями, мастер-классы	Пост в соцсетях
4.	Один день из жизни студента ЧелГУ	Март	Открытые лекции, практические и лабораторные занятия	Пост в соцсетях
5.	День открытых дверей	Апрель	Встречи с представителями факультетов, институтов ЧелГУ, студенческим активом, ответственным секретарем приемной комиссии	Пост в соцсетях

РАЗДЕЛ 5. КОМПЛЕКС ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

5.1. Материально-технические условия реализации программы

Помещение для проведения занятий должно отвечать санитарным нормам. Каждый обучающийся имеет индивидуальное рабочее место (стул, стол). Рабочее место педагога оборудовано персональным ноутбуком или компьютером, принтером, маркерной или меловой доской.

5.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы

Основные методы организации занятий:

- словесные (беседа),
- практические (выполнение заданий),
- лабораторные (демонстрационные опыты),
- наглядные (показ видеоматериалов).

Методы, в основе которых лежит уровень деятельности обучающихся:

- репродуктивные методы обучения (обучающиеся воспроизводят полученные знания и освоенные способы деятельности),
- частично-поисковые методы обучения (участие обучающихся в коллективном поиске),
- исследовательские методы обучения (овладение методами самостоятельной работы).

Информационное обеспечение программы: аудио-, видео- и презентационные материалы.

Учебно-методический комплект включает:

1. Общеразвивающая программа.
2. Оценочные материалы
3. Подборка тестов

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 18 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

5.3. Список литературы

1. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования, одобренная решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з). – URL: <https://fgosreestr.ru/wp-content/uploads/2015/07/Primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-srednego-obshhego-obrazovaniya.pdf>

5.3.1. Основная литература

1. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия. 10–11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углублённый уровни. — 12-е изд. — М.: Просвещение, 2023. — 287 с.
2. Мордкович А. Г., Семёнов П. В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций (углублённый уровень): в 2 ч. Ч. 1: учебник. — 9-е изд., стер. — М.: Мнемозина, 2024. — 448 с.
3. Ященко И. В., Высоцкий И. Р., Захаров П. И. и др. ЕГЭ-2025. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко. — М.: Национальное образование, 2024. — 224 с.

5.3.2. Дополнительная литература

1. Пратусевич М. Я., Столбов К. М., Головин А. Н. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: профильный уровень. — М.: Просвещение, 2022. — 415 с.
2. Звавич Л. И., Рязановский А. Р. Алгебра в 9–11 классах: пособие для учителя. — М.: Дрофа, 2021. — 320 с.
3. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Геометрия. 10 класс: задачник для классов с углублённым и профильным изучением математики. — М.: Дрофа, 2023. — 256 с.

5.3.3. Интернет-ресурсы

1. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» (ФИПИ). Открытый банк заданий ЕГЭ по математике. — URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege> (дата обращения: 20.08.2026).
2. Портал «Решу ЕГЭ». Образовательный ресурс для подготовки к ЕГЭ: математика (профильный уровень). — URL: <https://math-ege.sdangia.ru> (дата обращения: 20.08.2026).
3. Реестр примерных основных общеобразовательных программ Министерства просвещения РФ. — URL: <https://fgosreestr.ru> (дата обращения: 20.08.2026).

5.3.4. Словари и справочники

1. Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике. — М.: АСТ, 2022. — 512 с.
2. Цыпкин А. Г. Справочник по математике для средних учебных заведений. — М.: ОНИКС, 2023. — 480 с.
3. Большой энциклопедический словарь. Математика / гл. ред. Ю. В. Прохоров. — М.: Большая российская энциклопедия, 2021. — 845 с.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 19 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ В 10 КЛАССЕ

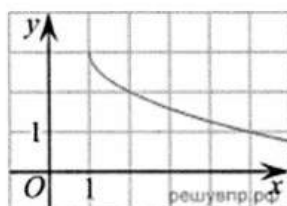
1. В четверг цена на некоторый товар поднялась на 30%. В пятницу цена на него поднялась еще на 10%. На сколько процентов подорожал товар по сравнению со своей первоначальной ценой?

2. Найдите значение выражения $\frac{11a^6b^3 - (3a^2b)^3}{4a^6b^6}$ при $b = 2$.

3. Вычислите: $-38 \operatorname{tg} 62^\circ \operatorname{tg} 28^\circ$.

4. Найдите первый член арифметической прогрессии, если сумма двадцати пяти первых членов прогрессии равна 250 и $d = 3$.

5. На рисунке изображен график функции $f(x) = b - \sqrt{x+a}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -8$.



6. Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

В ответе запишите найденное значение, умноженное на $\frac{23}{\sqrt{6}}$.

7. а) Решите уравнение $2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x - 3 = 0$.

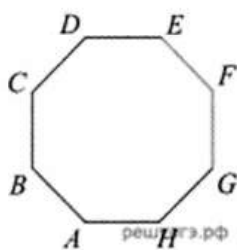
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

8. Решите неравенство $\sqrt{x+1} + 1 \geq x$.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 20 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

9. Постройте график функции $y = \frac{2x+1}{2x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

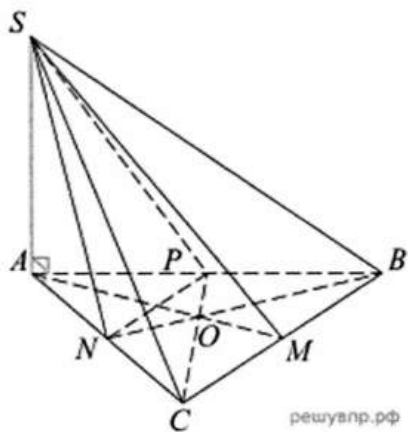
10.



$ABCDEFGH$ — правильный восьмиугольник. Найдите угол EFG . Ответ дайте в градусах.

11. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен 7,5, а $AB = 2$.

12.



Дана треугольная пирамида $SABC$ с вершиной S , в основании которой лежит правильный треугольник ABC . Отрезки AM , BN и CP являются медианами, точка O — точка пересечения медиан. Отрезок SA перпендикулярен плоскости основания.

Выберите из предложенного списка пары перпендикулярных прямых.

- 1) прямые SA и SN
- 2) прямые CM и AO
- 3) прямые SA и BP
- 4) прямые OM и CP
- 5) прямые SM и NP

В ответе запишите номера выбранных пар прямых без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 21 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

13. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды $SABC$ равно 10, а косинус угла ASB

при вершине боковой грани равен $\frac{17}{25}$. Точка M — середина ребра SC . Найдите косинус угла между прямыми BM и SA .

14. В денежно-вещевой лотерее на 100 000 билетов разыгрывается 1300 вещевых и 850 денежных выигрышей. Какова вероятность получить вещевой выигрыш?

15. В магазине «Оптика» продаются солнцезащитные очки. В витрине представлены 16 моделей, из них 13 — с антибликовым покрытием и 9 — с фотохромным покрытием. Очков без покрытия нет. Сколько моделей имеют и антибликовое, и фотохромное покрытие?

16. Симметричный игральный кубик бросают два раза. Сумма выпавших очков оказалась не меньше чем 4, но не больше чем 9. Какова при этом условии вероятность того, что во второй раз выпало столько же очков, сколько в первый?

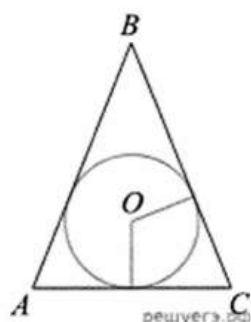
17. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 22 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

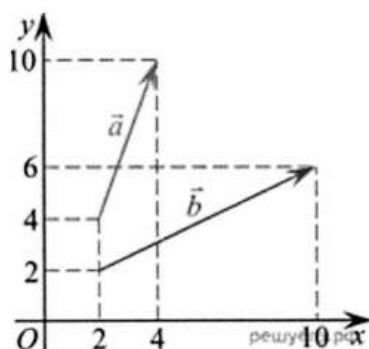
ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ В 11 КЛАССЕ

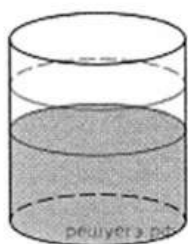
- Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



- Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



- В цилиндрический сосуд налили 2000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 23 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____

4. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?
5. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно пять мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно четыре мишени»?
6. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,2. Вероятность события «К вечеру в втором автомате закончится кофе» равна 0,6. Считая эти события независимыми, найдите математическое ожидание числа автоматов, в которых к вечеру закончится кофе.

$$-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}.$$

7. Найдите корень уравнения:

$$\frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}.$$

8. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если

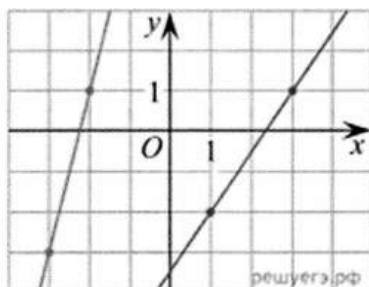
9. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.

10. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 3$ моль воздуха объёмом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при

сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$ — постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10 350 Дж?

11. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200 000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42 000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1 000 000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.
12. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 24 из 25	Первый экземпляр ☒	КОПИЯ № _____



13. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

$$1 - 4 \cos^2 \left(x - \frac{5\pi}{12} \right) = \sqrt{3} \cos 2x.$$

14. а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi \right]$.

15. Длина диагонали куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ равна 3. На луче A_1C отмечена точка P так, что $A_1P = 4$.

- а) Докажите, что $PBDC_1$ — правильный тетраэдр.
- б) Найдите длину отрезка AP .

16. Решите неравенство:

$$\frac{(x^2 + x) \lg(x^2 + 2x - 2)}{|x - 1|} \geq \frac{\lg(-x^2 - 2x + 2)^2}{x - 1}.$$

17. В бассейн проведены три трубы. Первая труба наливает 30 м^3 воды в час. Вторая труба наливает в час на $3V \text{ м}^3$ меньше, чем первая ($0 < V < 10$), а третья труба наливает в час на $10V \text{ м}^3$ больше первой. Сначала первая и вторая трубы, работая вместе, наливают 30%

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Институт довузовского образования			
Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика. Избранные вопросы»			
Версия документа - 1	стр. 25 из 25	Первый экземпляр <u>✓</u>	КОПИЯ № _____

бассейна, а затем все три трубы, работая вместе, наливают оставшиеся 0,7 бассейна. При каком значении V бассейн быстрее всего наполнится указанным способом?

18. Известно, что $ABCD$ трапеция, $AD = 2BC$, AD , BC — основания. Точка M такова, что углы ABM и MCD прямые.

а) Доказать, что $MA = MD$.

б) Расстояние от M до AD равно BC , а угол ADC равен 55° . Найдите угол BAD .

19. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$ имеет хотя бы одно решение.

20. а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99?

б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.

в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?