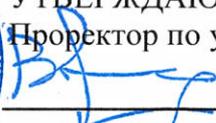


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 18.11.2025 12:28:10
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Рабочая программа дисциплины "Линейное программирование" по направлению подготовки (специальности)
"Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Информационно-управленческие
технологии ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

/ В.Е. Федоров
« 25 » 06 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
Линейное программирование

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Информационно-управленческие технологии

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год набора 2021

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) принята:

Ученым советом факультета (института, филиала): Математический факультет

Протокол заседания №/к/л 24 » 06 2021 г.

Председатель Ученого совета
математического факультета  Е.А. Сбродова

Секретарь Ученого совета
математического факультета  С.А. Никитина

Рабочая программа дисциплины (модуля) одобрена и рекомендована кафедрой

Теории управления и оптимизации

Протокол заседания № 20 от 17.06.2021

Заведующий кафедрой  Ухоботов В.И.

Автор (составитель)  к.ф.-м.н., Доцент, Никитина С.А.

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора
ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «05» декабря 2018 г. № 678-1**

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья

Рабочая программа дисциплины "Линейное программирование" по направлению подготовки (специальности) "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Информационно-управленческие технологии ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 4
--	--------

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

формирование у студентов знаний основных понятий, определений и утверждений линейного программирования, навыков применения этой теории для решения практических задач.
Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов соответствующих компетенций:
ОПК-3.1. Имеет представление об известных математических моделях, применяемых для решения задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.2. Демонстрирует умения применять и модифицировать математические модели для решения прикладных задач
ОПК-3.3. Имеет практический опыт применения и выполнения модификаций математических моделей для решения прикладных задач

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:	Б1.О.16
2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Алгебра	
Методы оптимизации	
2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Теория игр и исследование операций	

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

Знать:
Для достижения ОПК 3.1: знать примеры линейных математических моделей, применяемых для решения прикладных задач
Уметь:
Для достижения ОПК 3.2: уметь применять стандартные методы математического моделирования для решения прикладных задач
Владеть:
Для достижения ОПК 3.3: владеть навыками применения математического моделирования при решении прикладных задач

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:
3.1.1 определения, теоремы, подходы к решению задач линейного программирования
3.2 Уметь:
3.2.1 применять математические методы и модели при решении конкретных задач, рассматриваемых в рамках дисциплины
3.3 Владеть:
3.3.1 применения математического инструментария, использования математического языка и математической символики при решении прикладных задач

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 144 в том числе : аудиторные занятия : 54 самостоятельная работа : 90 :	Виды контроля в семестрах: зачеты с оценкой 7

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Введение в теорию линейного программирования			

Рабочая программа дисциплины "Линейное программирование" по направлению подготовки (специальности) "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Информационно-управленческие технологии ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
1.1	Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Примеры задач (задача о планировании производства, задача о рационе питания, задача о раскрое, задача о посевной площади). Различные формы записи ЗЛП. Переход от одной формы к другой /Лек/	7	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.2	Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Примеры задач (задача о планировании производства, задача о рационе питания, задача о раскрое, задача о посевной площади). Различные формы записи ЗЛП. Переход от одной формы к другой /Ср/	7	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
Раздел 2. Методы решения задач линейного программирования				
2.1	Выпуклые множества. Теорема о выпуклой линейной комбинации точек выпуклого множества. Выпуклое многогранное множество. Графический метод решения задачи линейного программирования. /Лек/	7	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.2	Теорема о допустимой области ЗЛП. Теорема о множестве оптимальных планов ЗЛП. Крайние точки. Формулировка теоремы о представлении. Основная теорема линейного программирования. /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.3	Понятие опорного плана ЗЛП. Теоремы о крайних точках допустимой области ЗЛП. Геометрический смысл симплекс-метода решения ЗЛП. Построение начального опорного плана в частном случае. /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.4	Симплекс-метод. Критерий оптимальности опорного плана в ЗЛП. Правило перехода к новому опорному плану. Симплекс-таблица. Пересчет симплекс-таблиц. Алгоритм симплекс-метода решения ЗЛП. Теорема о конечной сходимости симплекс-метода /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.5	Метод искусственного базиса /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.6	Решение задач линейного программирования средствами Excel /Лаб/	7	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.7	Выпуклые множества. Теорема о выпуклой линейной комбинации точек выпуклого множества. Выпуклое многогранное множество. Графический метод решения задачи линейного программирования. /Ср/	7	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.8	Теорема о допустимой области ЗЛП. Теорема о множестве оптимальных планов ЗЛП. Крайние точки. Формулировка теоремы о представлении. Основная теорема линейного программирования. /Ср/	7	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.9	Понятие опорного плана ЗЛП. Теоремы о крайних точках допустимой области ЗЛП. Геометрический смысл симплекс-метода решения ЗЛП. Построение начального опорного плана в частном случае. /Ср/	7	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.10	Метод искусственного базиса /Ср/	7	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
Раздел 3. Двойственность в линейном программировании				
3.1	Экономическая интерпретация задачи, двойственной к задаче планирования производства. Двойственная задача для стандартной ЗЛП и алгоритм её формирования. Основное неравенство теории двойственности /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.2	Достаточный признак оптимальности для пары взаимно двойственных задач. Формулировка первой теоремы двойственности /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2

Рабочая программа дисциплины "Линейное программирование" по направлению подготовки (специальности) "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Информационно-управленческие технологии ФГБОУ ВО «ЧелГУ»					стр. 6
3.3	Теорема об оптимальном плане двойственной задачи. Вторая теорема двойственности. Третья теорема двойственности. Экономический смысл теорем двойственности /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
3.4	Двойственный симплекс-метод /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
3.5	Контрольная работа №1 /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
3.6	Решение двойственных задач средствами Excel /Лаб/	7	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
3.7	Выполнение вычислительного проекта по линейному программированию /Лаб/	7	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
3.8	Экономическая интерпретация задачи, двойственной к задаче планирования производства. Двойственная задача для стандартной ЗЛП и алгоритм её формирования. Основное неравенство теории двойственности /Ср/	7	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
3.9	Достаточный признак оптимальности для пары взаимно двойственных задач. Формулировка первой теоремы двойственности /Ср/	7	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
3.10	Теорема об оптимальном плане двойственной задачи. Вторая теорема двойственности. Третья теорема двойственности. Экономический смысл теорем двойственности /Ср/	7	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
3.11	Двойственный симплекс-метод /Ср/	7	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
Раздел 4. Специальные задачи линейного программирования. Транспортная задача					
4.1	Постановка транспортной задачи (ТЗ). Особенности ТЗ. Закрытая и открытая модели транспортной задачи. Приведение открытой ТЗ к закрытой. Теоремы о свойствах ТЗ. Вырожденные и невырожденные планы ТЗ. Методы построения начального опорного плана ТЗ. Метод потенциалов решения ТЗ. Алгоритм улучшения плана ТЗ. Понятие цикла. Снятие вырожденности плана. /Лек/	7	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
4.2	Контрольная работа №2 /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
4.3	Транспортная задача и задачи, сводящиеся к транспортной /Лаб/	7	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	
4.4	Теоремы о свойствах ТЗ. Вырожденные и невырожденные планы ТЗ. Методы построения начального опорного плана ТЗ. Метод потенциалов решения ТЗ. Алгоритм улучшения плана ТЗ. Понятие цикла. Снятие вырожденности плана. /Ср/	7	16	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2	

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольные работы

Лабораторные работы
Вопросы для подготовки к зачету
Тест

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Образец контрольной работы приведен в приложении

Образец лабораторной работы приведен в приложении

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к зачету

1. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Примеры задач.
2. Различные формы записи ЗЛП. Переход от одной формы к другой.
3. Графический метод решения задачи линейного программирования.
4. Выпуклые множества. Теорема о пересечении выпуклых множеств.
5. Выпуклые множества. Теорема о выпуклой линейной комбинации точек выпуклого множества.
6. Выпуклое многогранное множество. Теорема о допустимой области ЗЛП. Теорема о множестве оптимальных планов ЗЛП. Крайние точки. Формулировка теоремы о представлении.
7. Основная теорема линейного программирования.
8. Понятие опорного плана ЗЛП. Теоремы о крайних точках допустимой области ЗЛП.
9. Геометрический смысл симплекс-метода решения ЗЛП. Построение начального опорного плана в частном случае.
10. Симплекс-метод. Критерий оптимальности опорного плана в ЗЛП.
11. Симплекс-метод. Правило перехода к новому опорному плану.
12. Симплекс-таблица. Пересчет симплекс-таблиц. Алгоритм симплекс-метода решения ЗЛП. Теорема о конечной сходимости симплекс-метода.
13. Метод искусственного базиса.
14. Экономическая интерпретация задачи, двойственной к задаче планирования производства. Двойственная задача для стандартной ЗЛП и алгоритм её формирования.
15. Основное неравенство теории двойственности. Достаточный признак оптимальности для пары взаимно двойственных задач.
16. Формулировка первой теоремы двойственности. Теорема об оптимальном плане двойственной задачи.
17. Вторая теорема двойственности.
18. Двойственный симплекс-метод.
19. Постановка транспортной задачи (ТЗ). Особенности ТЗ.
20. Закрытая и открытая модели транспортной задачи. Приведение открытой ТЗ к закрытой.
21. Теоремы о свойствах ТЗ. Вырожденные и невырожденные планы ТЗ.
22. Методы построения начального опорного плана ТЗ. Метод потенциалов решения ТЗ.
23. Алгоритм улучшения плана ТЗ. Понятие цикла. Снятие вырожденности плана.

Образец тестовых заданий приведен в приложении

6.4. Критерии оценивания

Учебным планом по данной дисциплине предусмотрен зачет с оценкой.

В течение учебного семестра студенты за каждый вид работы получают баллы. Кроме этого, на зачете максимально можно получить 20 баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за работу в семестре и за ответ на зачете. Затем полученная сумма баллов переводится в оценку. При этом допускается получение студентом автоматической оценки только по результатам работы в семестре.

Набранные баллы Оценка

25 – 49	неудовлетворительно
50 – 69	удовлетворительно
70 – 90	хорошо
91 – 100	отлично

Начисляемые баллы за выполнение плановых заданий

Посещение занятий - 10 баллов
Выполнение заданий на занятиях - 5 баллов
Лабораторная работа №1 - 8 баллов
Лабораторная работа №2 - 8 баллов
Лабораторная работа №3 - 16 баллов
Лабораторная работа №4 - 8 баллов
Контрольная работа №1 - 25 баллов
Контрольная работа №2 - 8 баллов

Рабочая программа дисциплины "Линейное программирование" по направлению подготовки (специальности) "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Информационно-управленческие технологии ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 8
<p>Своевременное выполнение заданий -12 баллов</p> <p>Контрольные работа №1 содержит 5 заданий, каждое из которых оценивается от 0 до 5 баллов. Максимальное количество баллов, которое можно получить за верное выполнение заданий, равно 25. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 5 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 4 баллами, допущены две ошибки – 3 баллами, допущены три ошибки – 2 баллами. Если задание выполнено частично, но выполненная часть задания не содержит ошибок, то оно оценивается 2 баллами, если выполнена половина задания, и 1 баллом, если выполнено третья часть задания. Если допущено более трех ошибок в задании или студент выполнил менее трети задания, то за него он получает 0 баллов.</p> <p>Контрольные работа №2 содержит 1 задание, которое оценивается от 0 до 8 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 8 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок.</p> <p>Выполнение заданий на занятиях оценивается от 0 до 5 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 5 баллами. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 4 баллами, допущены две ошибки – 3 баллами, допущены три ошибки – 2 баллами, допущены четыре ошибки – 1 баллом. В остальных случаях студент получает 0 баллов.</p> <p>Качество выполненной лабораторной работы оценивается в баллах. Для получения максимального количества баллов необходимо выполнить все задания лабораторной работы без ошибок в установленные сроки, подготовить отчет по лабораторной работе, ответить на вопросы преподавателя во время защиты работы. Частичное выполнение заданий, отсутствие отчета, допущенные ошибки при их выполнении или при ответе на вопросы преподавателя приводят к снижению количества баллов за лабораторную работу. Отчет по лабораторной работе должен быть оформлен в соответствии с требованиями по оформлению работ студентов, указанных в методических указаниях на сайте математического факультета. Максимальное количество баллов (4 балла) за отчет по лабораторной работе студент получает, если структура отчета и правила его оформления не нарушены. Отклонения от установленных требований приводит к снижению количества баллов. При защите отчетов каждому студенту предлагается ответить на несколько вопросов по теме лабораторной работы, позволяющих оценить степень самостоятельности выполненной работы. Если студент затрудняется ответить на один или несколько предложенных вопросов или допускает ошибки при ответе, то количество баллов за лабораторную работу может быть снижено.</p> <p>На зачете студенты выполняют тест. Продолжительность зачета – 60 минут. Студент выполняет 20 тестовых заданий. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 1 баллом.</p>	

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)				
7.1. Рекомендуемая литература				
7.1.1. Основная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Акулич И. Л.	Математическое программирование в примерах и задачах (http://e.lanbook.com/books/element.php? p11_cid=25&p11_id=2027)	Санкт- Петербург : Лань, 2011	ЭБС
Л1.2	Горлач Б. А.	Исследование операций (http://e.lanbook.com/books/element.php? p11_cid=25&p11_id=4865)	Санкт- Петербург : Лань, 2013	ЭБС
Л1.3	Ржевский С. В.	Исследование операций (http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=32821)	Санкт- Петербург : Лань, 2013	ЭБС
7.1.2. Дополнительная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Ашманов С. А., Тимохов А. В.	Теория оптимизации в задачах и упражнениях (http://e.lanbook.com/books/element.php? p11_cid=25&p11_id=3799)	Санкт- Петербург : Лань, 2012	ЭБС
Л2.2	Шелехова Л. В.	Методы оптимальных решений (https://e.lanbook.com/book/91895)	Санкт- Петербург : Лань, 2017	ЭБС
Л2.3	Грухан А. А., Ковтуненко В. Г.	Линейная алгебра и линейное программирование: учебное пособие (https://e.lanbook.com/book/99214)	Санкт- Петербург : Лань, 2018	ЭБС
7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"				

Рабочая программа дисциплины "Линейное программирование" по направлению подготовки (специальности) "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Информационно-управленческие технологии ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		стр. 9
Э1	КиберЛенинка - научная электронная библиотека (журналы) http://cyberleninka.ru	
Э2	Единое окно доступа к информационным ресурсам [Электронный ресурс] : сайт / ФГАУ ГНИИ ИТТ «Информика». – Москва, 2005 – . – URL: http://window.edu.ru/	
7.3 Перечень информационных технологий		
7.3.1 Программное обеспечение		
MS Office365		
LMS Moodle		
7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы		
1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (https://elibrary.ru/defaultx.asp?) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: https://elibrary.ru. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.		
2. Реферативная база по математике MathSciNet (https://mathscinet.ams.org/mathscinet/) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: http://www.ams.org/mathscinet/ . – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.		

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, компьютерные классы для проведения лабораторных работ, а также помещения для самостоятельной работы.
Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью (подразумевается наличие стандартных рабочих (посадочных) мест) и техническими средствами обучения (переносное и / или стационарное мультимедийное оборудование: экран, ноутбук, проектор).
Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий (мультимедийные презентации по отдельным темам, рисунки, таблицы, схемы и т.д).
Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Учебным планом по данной дисциплине самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает: <ul style="list-style-type: none"> • проработку теоретического материала по учебникам или конспекту лекций с обязательным разбором приведенных примеров; • подготовку к лабораторным занятиям; • подготовку к сдаче зачета. При планировании времени на самостоятельную работу студентам необходимо предусмотреть регулярное повторение пройденного материала. Теоретический материал, законспектированный на лекциях, необходимо дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе. В случае применения при изучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального или отложенного времени, при этом используются возможности системы дистанционного обучения Moodle и электронная почта. Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы, посредством электронной почты, сообщений системы дистанционного обучения Moodle. Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах. Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применяться компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «EIBraile-W14J G2»; ноутбуки с программой экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным

шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);

в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Вариант 1**№1. Составить математическую модель задачи**

Звероферма выращивает лисиц и норок. Имеется 10000 клеток. В одной клетке может жить либо две лисицы, либо одна норка. По плану на ферме должно быть не менее 3000 лисиц и не менее 6000 норок. В одни сутки каждой лисе необходимо 8 ед, а норке 5 ед. корма. Ферма может ежедневно закупать не более 60000 ед. корма. От реализации одной шкурки лисы ферма получит 200 ден. ед., а от одной шкурки норки – 500 ден. ед. Какое количество лисиц и норок нужно содержать на ферме для получения наибольшей прибыли?

№2.. Решить графически ЗЛП.

$$f(x) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ -3x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

№3. Решить ЗЛП.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 \rightarrow \max \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 10 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0 \end{cases}$$

№4. К задаче №2 записать двойственную задачу. Найти решение двойственной задачи, используя решение исходной задачи.

№5. Привести ЗЛП к канонической форме и заполнить первую симплекс-таблицу.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6x_3 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 2 \\ x_1 - 2x_3 = 8 \\ 3x_1 + 2x_3 \geq 5 \\ x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 2**№1. Составить математическую модель задачи**

Необходимо распилить 20 бревен длиной по 5 м каждое на бруски по 1,5 м и 2,5 м; при этом должно получиться равное количество брусков каждого размера.

Составить такой план распила, при котором будет получено максимальное число комплектов и все бревна будут распилены (в один комплект входит по одному бруску каждого размера).

№2. Решить графически ЗЛП.

$$f(x) = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ -2x_1 + 5x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

№3. Решить ЗЛП.

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{cases}$$

№4. К задаче №2 записать двойственную задачу. Найти решение двойственной задачи, используя решение исходной задачи.

№5. Привести ЗЛП к канонической форме и заполнить первую симплекс-таблицу.

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \rightarrow \max \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - 4x_4 \leq 3 \\ 4x_2 + 2x_4 \geq 5 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 1. Решить транспортную задачу

Пункт назнач. Пункт отправ.	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	Запасы
A ₁	3	1	2	5	20
A ₂	1	3	4	2	25
A ₃	3	6	5	6	30
Потребности	15	15	15	20	

Вариант 2. Решить транспортную задачу

Пункт назнач. Пункт отправ.	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	Запасы
A ₁	1	7	12	2	20
A ₂	2	3	8	4	30
A ₃	3	5	4	6	20
Потребности	20	30	10	20	

Лабораторная работа № 4

Транспортная задача

Цель работы – научиться составлять математическую модель экономической задачи в виде транспортной задачи и находить её решение средствами Excel.

Задачи работы:

- уметь составить математическую модель экономической задачи в виде транспортной задачи;
- уметь привести исходные данные транспортной задачи к стандартному заданию транспортной задачи закрытого типа;
- уметь находить оценки свободных клеток таблицы поставок;
- уметь находить опорный план транспортной задачи;
- уметь находить оптимальный план транспортной задачи;
- уметь решить транспортную задачу средствами Excel;
- приобрести навыки решения различных задач, сводящихся к транспортным задачам линейного программирования;
- уметь объяснить полученные решения транспортной задачи и дать на основе их рекомендации;
- уметь выделять экономические задачи, математические модели которых сводятся к транспортной задаче.

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ. Всего требуется решить три ТЗ (стандартная задача, задача о назначении, задача об организации оптимальной системы снабжения).

I. Стандартная модель транспортной задачи (ТЗ)

Пусть имеется некоторый однородный продукт, сосредоточенный на нескольких складах. Пусть имеется m поставщиков с резервами (запасами) товара $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$. Имеется соответственно n потребителей с потребностями b_1, b_2, \dots, b_n . Цена за перевозку единицы товара (например, за 1т.) известны. Именно, пусть c_{ij} – цена перевозки единицы товара от i -го поставщика j -му потребителю.

Задание транспортной задачи и ее решение удобно осуществлять с помощью транспортной таблицы (матрицы) следующего вида.

Таблица 1

Потребитель Поставщики.		b_1	b_2	...	b_j	...	b_n
a_1		c_{11}	c_{12}	...	c_{1j}	...	c_{1n}
		x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}
a_2		c_{21}	c_{22}	...	c_{2j}	...	c_{2n}
		x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}
...	
a_i		c_{i1}	c_{i2}	...	c_{ij}	...	c_{in}
		x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}
...	
a_m		c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mj}	...	c_{mn}
		x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mj}	...	x_{mn}

В левых верхних углах рабочих клеток таблицы записываем цены перевозок (c_{11} – цена перевозки единицы товара от первого поставщика первому потребителю, c_{ij} – цена перевозки единицы товара от i -го поставщика к j -му потребителю).

В самих клетках (по центру) будут размещаться планируемые перевозки. В общем случае x_{ij} обозначается планируемый объем перевозки товара от i -го поставщика j -му потребителю.

Из каждого склада весь продукт должен быть вывезен. Это значит, что должно быть выполнено условие

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad j = 1, \dots, n. \quad (1)$$

С другой стороны, потребности j -го пункта назначения должны быть полностью удовлетворены. Это означает, что

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad i = 1, \dots, m. \quad (2)$$

Величины x_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$ требуется определить. Эти величины должны быть определены такими, чтобы общая стоимость перевозок была минимальной.

Обозначим общую стоимость через f , она выражается суммой произведений каждой планируемой перевозки за соответствующую цену, т.е.

$$f = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + \dots + c_{m1}x_{m1} + \dots + c_{mn}x_{mn} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \quad (3)$$

т.е. сумма произведений в каждой клетке таблицы).

Целью решения задачи является определение таких значений x_{ij} , при которых f принимает наименьшее из возможных значений.

Теперь можно дать математическую формулировку задачи (без обращения к ее содержательному экономическому смыслу). На множестве неотрицательных решений системы ограничений (1) и (2) найти такое решение X при котором линейная функция (3) принимает минимальное значение.

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n \\ x_{ij} \geq 0 \end{array} \right. \quad (T3)$$

Исследование задачи и ее решение начинается с подсчета сумм товара, соответственно имеющегося у поставщиков (уравнение баланса по строкам)

$$a_1 + a_2 + \dots + a_i + \dots + a_m = \sum_{i=1}^m a_i$$

и требуемого всеми потребителями (уравнение баланса по столбцам)

$$b_1 + b_2 + \dots + b_i + \dots + b_n = \sum_{j=1}^n b_j$$

Определение. Если $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$, то транспортная задача называется

закрытой. Если же $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$, то задача называется открытой.

Приведение открытой транспортной задачи к закрытой

Если же $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$, то для решения задачи необходимо произвести сбалансирование (уравнивание) поставок и потребностей.

Делается это путем введения фиктивного поставщика или фиктивного потребителя в зависимости от соотношения между собой сумм $\sum_{i=1}^m a_i$ и $\sum_{j=1}^n b_j$:

Если $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$, то вводится под номером $m+1$ фиктивный поставщик

с поставкой $a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$

Если $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$, то вводится под номером $n+1$ фиктивный потребитель

с потребностью $b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$.

С введением фиктивного поставщика в транспортной таблице дополнительно появляются n рабочих клеток (дополнительная строка), если же добавлен фиктивный потребитель, то возникает дополнительно m рабочих клеток (дополнительный столбец).

Фиктивная строка или фиктивный столбец должны быть нейтральными по отношению к процедуре оптимального выбора плановых перевозок. Нейтральность может быть обеспечена тем, что все цены в фиктивных клетках выбираются одинаковыми. А чтобы эти цены при поставках на фиктивные клетки не влияли на значение целевой функции f их берут все равными нулю.

На практике возможны ситуации, когда в определенных направлениях перевозки продукции невозможны, например, по причине ремонта транспортных магистралей. Такие ситуации моделируются с помощью введения так называемых запрещающих тарифов c_{ij}^3 . Запрещающие тарифы должны сделать невозможными, то есть совершенно невыгодными, перевозки в соответствующих направлениях. Для этого величина запрещающих тарифов должна превышать максимальный из реальных тарифов, используемых в модели.

Пример построения модели ТЗ

Пусть необходимо организовать оптимальные по транспортным расходам перевозки муки с двух складов в три хлебопекарни. Ежемесячные запасы муки на складах равны 79,515 и 101,925 т, а ежемесячные потребности хлебопекарен составляют 68,5, 29,5 и 117,4 т соответственно. Мука на складах хранится и транспортируется в мешках по 45 кг. Транспортные расходы (руб./т) по доставке муки представлены в табл.4.2. Между первым складом и второй хлебопекарней заключен договор о гарантированной поставке 4,5 т муки ежемесячно. В связи с ремонтными работами временно невозможна перевозка из второго склада в третью хлебопекарню.

Таблица 2

Транспортные расходы по доставке муки (руб./т)

Склады	Хлебопекарни		
	X1	X2	X3
C1	350	190	420
C2	400	100	530

ТЗ представляет собой задачу ЛП, которую можно решать симплекс-методом, что и происходит при решении таких задач в Excel. В то же время существует более эффективный вычислительный метод – **метод потенциалов**, в случае применения которого используется специфическая структура условий ТЗ и, по существу, воспроизводятся шаги симплекс-метода. Исходя из этого, в лабораторной работе необходимо построить модель задачи вида (ТЗ), пригодную для ее решения методом потенциалов.

Определение переменных

Обозначим через x_{ij} [меш.] количество мешков с мукой, которые будут перевезены с i -го склада в j -ю хлебопекарню.

Проверка сбалансированности задачи

Прежде чем проверять сбалансированность задачи, надо исключить объем гарантированной поставки из дальнейшего рассмотрения. Для этого вычтем 4,5 т из следующих величин:

- из запаса первого склада $a_1 = 79,515 - 4,5 = 75,015$ т мес.;
- из потребности в муке второй хлебопекарни $b_2 = 29,5 - 4,500 = 25,000$ т мес.

Согласно условию задачи мука хранится и перевозится в мешках по 45 кг, то есть единицами измерения переменных x_{ij} являются мешки муки. Но запасы муки на складах и потребности в ней магазинов заданы в тоннах. Поэтому для проверки баланса и дальнейшего решения задачи приведем эти величины к одной единице измерения – мешкам. Например, запас муки на первом складе равен 75,015 т/мес., или 1667 меш. мес., а потребность первой хлебопекарни составляет 68 т/мес., или 1512 меш. мес. Округление при расчете потребностей надо проводить в большую сторону, иначе потребность в муке не будет удовлетворена полностью.

Для данной ТЗ имеет место соотношение

$$\underbrace{1667 + 2265}_{3932 \text{ меш./мес.}} < \underbrace{1512 + 556 + 2609}_{4677 \text{ меш./мес.}}$$

Ежемесячный суммарный запас муки на складах меньше суммарной потребности хлебопекарен на $4677 - 3932 = 745$ мешков муки, откуда следует вывод: ТЗ является открытой.

Приведение транспортной задачи к закрытому виду

Стоимость перевозки муки должна быть отнесена к единице продукции, то есть к 1 мешку муки. Так, например, тариф перевозки из первого склада в третий магазин равен $420 \text{ руб. т} \cdot 0,045 \text{ т меш.} = 18,90 \text{ руб. меш.}$

Для установления баланса необходим дополнительный *фиктивный* склад, то есть дополнительная строка в транспортной таблице задачи. Фиктивные тарифы перевозки зададим равными нулю.

Невозможность доставки грузов со второго склада в третью хлебопекарню задается в модели с помощью *запрещающего* тарифа, который должен превышать величину *фиктивного* тарифа, например, $c_{23}^3 = 100,00 \text{ руб./меш.}$

Окончательно, транспортная задача представлена в таблице 3.

Таблица 3

Склады	Хлебопекарни			Запас, мешки
	X1	X2	X3	
C1	15,75	8,55	18,90	1667
C2	18,00	4,50	100,00	2265
C3	0,00	0,00	0,00	745
Потребность, мешки	1512	556	2609	$\sum 4677$

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

На складах хранится мука, которую необходимо завезти в хлебопекарни. Номера складов и номера хлебопекарен выбираются в соответствии с вариантами табл. 4. Текущие тарифы перевозки муки [руб./т], ежемесячные запасы муки [т/мес.] на складах и потребности хлебопекарен в

муке [т/мес.] указаны в табл. 5. При этом необходимо учитывать, что из-за ремонтных работ временно нет возможности перевозить муку с некоторых складов в некоторые хлебопекарни. В табл. 4 это показано в графе "Запрет перевозки" в формате № склада x № хлебопекарни. Например, «2x3» обозначает, что нельзя перевозить муку со склада № 2 в хлебопекарню № 3. Кроме того, необходимо учесть, что некоторые хлебопекарни имеют договоры на гарантированную поставку муки с определенных складов. В табл. 4 это показано в графе "Гарантированная поставка" в формате № склада x № хлебопекарни = объем поставки. Например, «1x4=40» обозначает, что между складом № 1 и магазином № 4 заключен договор на обязательную поставку 40 т муки. Необходимо организовать поставки наилучшим образом, учитывая, что мука хранится и транспортируется в мешках весом по 50 кг.

Таблица 4

Номера складов, хлебопекарен, запрещенные и гарантированные поставки

№ Варианта	№ Складов	№ Хлебопекарен	Запрет перевозки	Гарантированная поставка, т/мес.
1	1, 2, 3	1, 2, 3, 4	2x2, 3x4	3x3=50
2	2, 3, 4, 5	1, 2, 5	2x2, 3x5	3x2=40
3	1, 2, 4	1, 2, 3, 5	1x5, 2x3	4x3=45
4	1, 2, 3, 4	3, 4, 5	3x3, 4x5	3x5=40
5	1, 2, 5	2, 3, 4, 5	1x4, 5x3	1x5=60
6	1, 2, 3, 5	2, 3, 5	5x5, 2x2	3x5=30
7	2, 3, 4	2, 3, 4, 5	3x3, 2x5	4x3=45
8	1, 2, 3, 5	1, 2, 4	1x2, 5x4	3x2=20
9	2, 3, 5	1, 2, 3, 5	5x1, 3x5	5x2=30
10	2, 3, 4, 5	2, 3, 4	5x4, 3x2	4x3=35
11	3, 4, 5	1, 2, 3, 4	3x4, 5x1	4x1=40
12	1, 2, 3, 4	1, 2, 3	3x2, 4x1	2x2=50

Запасы, потребности и тарифы перевозок

Склады	Хлебопекарни					Запас, т/мес.
	1	2	3	4	5	
1	400	600	800	200	200	80
2	300	100	500	600	500	70
3	500	200	100	600	300	60
4	300	700	200	400	900	55
5	200	500	800	200	400	65
Спрос, т/мес.	77,86	56,78	58,88	62,44	73,92	

II. Задача о назначениях

Пусть для выполнения каждой работы требуется один и только один ресурс (один человек, одна автомашина и т.д.), а каждый ресурс может быть использован на одной и только одной работе. То есть ресурсы не делимы между работами, а работы не делимы между ресурсами. Таким образом, задача о назначениях является частным случаем ТЗ.

Задача о назначениях имеет место при назначении людей на должности или работы, автомашин на маршруты, водителей на машины, при распределении групп по аудиториям, научных тем по научно-исследовательским лабораториям и т.п.

Исходные параметры модели задачи о назначениях

1. n – количество ресурсов, m – количество работ.
2. $a_i = 1$ – единичное количество ресурса A_i ($i = 1, \dots, n$), например: один работник; одно транспортное средство; одна научная тема и т.д.
3. $b_j = 1$ – единичное количество работы B_j ($j = 1, \dots, m$), например: одна должность; один маршрут; одна лаборатория.
4. c_{ij} – характеристика качества выполнения работы B_j с помощью ресурса A_i . Например, компетентность i -го работника при работе на j -й должности; время, за которое i -е транспортное средство перевезет груз по j -

му маршруту; степень квалификации i -й лаборатории при работе над j -й научной темой.

Искомые параметры

1. x_{ij} – факт назначения или неназначения ресурса A_i на работу B_j

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } i\text{-й ресурс не назначен на } j\text{-ю работу} \\ 1, & \text{если } i\text{-й ресурс назначен на } j\text{-ю работу} \end{cases}$$

2. $f(x)$ – общая (суммарная) характеристика качества распределения ресурсов по работам.

Модель задачи о назначениях

$$\begin{cases} f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n \\ x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } i\text{-й ресурс не назначен на } j\text{-ю работу} \\ 1, & \text{если } i\text{-й ресурс назначен на } j\text{-ю работу} \end{cases} \end{cases}$$

Постановка задачи о назначениях

Отдел кадров предприятия устроил конкурсный набор специалистов на две вакантные должности. На эти новые места (НМ) претендуют 3 прежних сотрудника (ПС), уже работающие в других отделах, и 4 новых сотрудника (НС). Номера новых сотрудников, новых и прежних мест выбираются по вариантам из табл. 6. Номера прежних мест являются номерами прежних сотрудников.

Отдел кадров оценил по десятибалльной шкале компетентность новых сотрудников (табл. 7) и прежних сотрудников (табл. 8) для работы и на новых местах, и на прежних местах (ПМ), то есть занимаемых прежними сотрудниками. Необходимо учесть, что руководство предприятия, во-первых, предпочитает, чтобы прежние сотрудники не претендовали на места друг друга, и, во-вторых, не намерено увольнять прежних сотрудников. Необходимо распределить сотрудников по должностям наилучшим образом.

Рекомендации к решению задачи о назначениях

1. Процесс приведения задачи о назначениях к сбалансированному виду имеет свои особенности по сравнению с ТЗ. Если задача не является закрытой из-за нехватки работ или исполнителей в количестве k_{ab} , то для создания баланса надо ввести такое же количество k_{ab} фиктивных строк или столбцов.

2. Особенностью решения данной задачи является моделирование системы предпочтений, сложившейся у руководства предприятия по описанному в условии задачи кадровому вопросу.

3. В задаче о назначениях увольнение прежнего сотрудника или принятие на работу нового сотрудника моделируется попаданием единицы в фиктивный столбец матрицы решений задачи, поэтому для запрещения или разрешения таких ситуаций необходимо использовать соответствующие "тарифы". Значения "тарифов" c_{ij}^3 выбираются в зависимости от направления оптимизации ЦФ задачи о назначениях (max или min). При этом руководствуются принципом "невыгодности" запрещенных назначений. Так, если $f(x)$ – это общая компетентность работников, то в качестве запрещающих надо выбирать нулевые компетентности. А если $f(x)$ – это общее время прохождения машинами транспортных маршрутов, то в качестве запрещающих надо выбирать значения, превосходящие по величине максимальные реальные значения c_{ij} .

4. При решении задач о назначении в Excel необходимо учитывать, что переменные x_{ij} являются булевыми.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Таблица 6

Номера сотрудников и мест их работы для конкретного варианта

№ варианта	Новые сотрудники (НС)	Места работы прежних сотрудников (ПМ)	Новые места (НМ)
1	3, 4, 7, 8	1, 2, 3	1, 2
2	1, 2, 5, 6	2, 5, 6	2, 3
3	5, 6, 7, 8	1, 2, 5	3, 4
4	3, 4, 5, 6	4, 5, 6	1, 4
5	1, 2, 3, 4	2, 3, 4	2, 4
6	2, 4, 6, 8	3, 4, 6	1, 3
7	1, 3, 5, 7	2, 3, 6	1, 4
8	2, 3, 6, 7	3, 4, 5	2, 3
9	1, 4, 5, 8	2, 3, 5	3, 4
10	2, 3, 4, 5	1, 2, 6	1, 2
11	4, 5, 6, 7	1, 3, 5	2, 4
12	1, 2, 7, 8	2, 4, 6	1, 3

Таблица 7

Компетентность новых сотрудников

	НМ1	НМ2	НМ3	НМ4	ПМ1	ПМ2	ПМ3	ПМ4	ПМ5	ПМ6
НС1	6	5	7	6	5	6	7	6	7	5
НС2	5	5	8	8	7	6	4	5	8	8
НС3	6	7	5	6	4	5	4	5	6	6
НС4	7	8	7	6	5	7	6	8	5	5
НС5	7	6	6	5	5	4	5	5	4	6
НС6	8	8	9	7	6	7	8	7	9	8
НС7	9	8	9	9	8	7	8	9	8	7
НС8	7	7	8	9	7	8	9	6	7	8

Таблица 8

Компетентность прежних сотрудников

	НМ1	НМ2	НМ3	НМ4	Занимаемое место
ПС1	7	6	6	7	7
ПС2	8	9	7	7	8
ПС3	6	5	6	6	6
ПС4	7	9	6	8	8
ПС5	8	7	8	8	7
ПС6	4	5	6	4	5

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Ежемесячный спрос на продукцию [шт.], емкость оптовых баз [шт.] и тарифы [руб./шт.] за доставку продукции с оптовых баз к потребителям приведены в табл. 9. Ежемесячные объемы производства [шт.], емкость оптовых баз [шт.] и суммарные затраты [руб./шт.] на производство и доставку продукции от изготовителей к оптовым базам приведены в табл. 10. Ежемесячные объемы производства [шт.], спрос на продукцию [шт.] и суммарные затраты [руб./шт.] на производство и доставку продукции от изготовителей к потребителям приведены в табл. 11.

Номер варианта состоит из двух цифр. Первая цифра (0 или 1) выбирается в табл. 9 и табл. 11 по вертикали, а в табл. 10 – по горизонтали. Вторая цифра (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) выбирается в табл. 9 и табл. 11 по горизонтали, а в табл. 10 – по вертикали. Таким образом, номера вариантов имеют вид 01, 02, ..., 06, 11, 12, ..., 16.

Таблица 9

Параметры перевозок из оптовых баз к потребителям

			Потр-ль А		Потр-ль Б		Потр-ль В		Потр-ль Г		Потр-ль Д		Запас
			Вариант		Вариант		Вариант		Вариант		Вариант		
			0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	
Оптовая база 1	Вариант	1	15	18	12	12	11	14	10	16	20	14	300
		2	12	20	32	28	14	25	22	19	36	40	540
		3	20	12	15	10	28	20	30	22	17	11	720
		4	20	35	32	25	36	18	20	34	25	15	620
		5	14	20	25	14	18	22	15	30	21	14	560
		6	22	14	20	10	25	32	30	35	24	18	780
Оптовая база 2	Вариант	1	20	10	14	16	25	30	24	32	15	24	420
		2	16	15	20	11	31	18	20	40	17	30	380
		3	21	28	12	20	24	35	15	21	24	45	460
		4	16	16	27	14	20	20	21	25	28	38	350
		5	15	31	34	20	14	15	18	30	20	22	410
		6	14	30	10	26	18	16	24	36	34	25	450
Оптовая база 3	Вариант	1	12	20	36	18	20	27	16	18	36	35	730
		2	16	12	26	10	32	42	34	14	10	16	690
		3	20	15	20	16	36	28	30	20	18	10	620
		4	18	28	15	26	28	31	18	40	20	27	580
		5	15	24	35	35	40	34	10	35	35	40	740
		6	22	32	28	14	25	20	35	24	20	35	610
Спрос на товар			600	480	550	750	420	360	780	200	400	180	

Параметры перевозок от изготовителей к оптовым базам

Изг-ль	Вариант	Оптовая база 1						Оптовая база 2						Оптовая база 3						Произ-во
		ВАРИАНТ						ВАРИАНТ						ВАРИАНТ						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	
Изг-ль 1	0	27	18	12	20	24	10	10	14	9	8	12	16	31	27	20	25	17	22	510
	1	14	25	29	30	12	11	7	20	12	17	19	8	28	30	24	18	10	12	480
Изг-ль 2	0	15	19	24	28	17	30	21	14	20	15	17	7	25	36	21	17	31	12	620
	1	20	27	14	10	29	21	14	10	9	16	20	6	24	18	30	26	18	31	570
Изг-ль 3	0	11	7	26	20	9	6	22	18	10	19	24	14	27	30	15	10	19	21	660
	1	15	7	22	18	10	13	17	12	19	21	15	10	27	18	10	21	30	14	280
Изг-ль 4	0	26	10	28	15	7	19	20	15	11	18	12	27	20	15	19	25	11	20	420
	1	20	25	14	9	11	18	16	27	19	10	14	20	21	32	36	25	18	12	390
Запас		300	540	720	620	560	780	420	380	460	350	410	450	730	690	620	580	740	610	450

Параметры перевозок от изготовителей к потребителям

			Потр-ль А		Потр-ль Б		Потр-ль В		Потр-ль Г		Потр-ль Д		Произ-во
			Вариант		Вариант		Вариант		Вариант		Вариант		
			0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	
Изготовитель 1	Вариант	1	10	2	2	12	1	14	10	6	20	14	510
		2	26	37	12	45	10	24	39	14	35	42	200
		3	11	28	6	10	18	20	22	34	16	14	550
		4	25	8	12	17	5	40	25	32	38	30	720
		5	24	14	27	40	48	35	21	30	12	40	200
		6	16	24	14	30	42	50	35	22	30	52	420
Изготовитель 2	Вариант	1	24	8	18	30	20	35	14	40	26	30	400
		2	10	12	50	58	8	58	20	58	48	26	800
		3	32	16	45	34	10	16	32	8	25	16	250
		4	26	35	42	52	35	30	30	22	38	20	480
		5	16	20	30	38	26	48	50	50	48	52	900
		6	20	12	48	44	30	22	25	18	15	20	420
Изготовитель 3	Вариант	1	32	28	54	40	16	28	28	24	10	20	460
		2	10	30	60	30	20	35	38	50	44	28	650
		3	8	24	25	21	52	42	50	48	48	22	800
		4	15	40	38	28	25	10	20	15	12	10	160
		5	18	37	16	32	40	35	9	10	25	16	360
		6	26	34	20	46	45	30	14	26	24	10	480
Изготовитель 4	Вариант	1	16	41	30	17	55	45	45	50	46	30	790
		2	24	30	24	35	23	28	38	30	30	25	510
		3	30	25	37	20	30	32	35	28	25	9	560
		4	16	20	18	33	48	50	48	52	50	20	800
		5	22	36	10	42	36	48	40	48	45	24	700
		6	28	40	40	25	18	20	28	16	18	15	400
Спрос на товар			600	480	550	750	420	360	780	200	400	180	

Вопрос 1. В чем сущность геометрического способа решения задачи линейного программирования?

Варианты ответов

1. В наглядном представлении целевой функции и переборе опорных планов
2. В наглядном представлении области допустимых решений, опорных планов, оптимального решения
3. В наглядном представлении двойственных оценок
4. В наглядном представлении области допустимых решений и приведении ограничений неравенств к равенствам

Вопрос 2. Какой из ответов не соответствует процедуре нахождения оптимального плана решения задачи линейного программирования геометрическим методом?

Варианты ответов

1. Строится многоугольник допустимых решений
2. Строится одна из линий уровня функции цели
3. Линия уровня функции цели передвигается параллельно самой себе до тех пор, пока она имеет общие точки с многоугольником допустимых решений
4. Линию уровня целевой функции поворачиваем и передвигаем до тех пор, пока она не совпадет с одной из сторон многоугольника допустимых решений

Вопрос 3. Если при перемещении линии уровня целевой функции параллельно самой себе она будет иметь в крайнем положении одну общую точку с многоугольником допустимых решений, то задача линейного программирования

Варианты ответов

1. Имеет единственное решение
2. Не имеет решений
3. Имеет бесконечное множество решений

Вопрос 4. Каков экономический смысл целевой функции в задаче о распределении ресурсов?

Варианты ответов

1. Прибыль от реализации произведенной продукции
2. Количество сырья первого вида, затраченного на производство продукции
3. Количество сырья второго вида, затраченного на производство продукции
4. Стоимость сырья, затраченного на производство

Вопрос 5. Общая формулировка транспортной задачи заключается в составлении плана перевозок некоторого однородного груза от фиксированного количества поставщиков к фиксированному количеству потребителей, при котором...

Варианты ответов

1. весь груз будет доставлен за минимальное время
2. расходы по перевозке будут оптимальны
3. все маршруты равны и затраты на перевозку оптимальны
4. суммарные затраты на перевозку были бы минимальны
5. суммарные расходы на перевозку будут максимальны