

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 29.06.2026 10:21:57  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bfb98f3b6cb773486b9a8788b8322523



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ» по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» направленности «Физика» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)  
**Математический анализ**

Направление подготовки (специальность)  
**03.03.02 «Физика»**

Направленность (профиль)  
**«Физика»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2026**

Челябинск, 2026 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств .....	3
2. Перечень формируемых компетенций .....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине .....	5
3.1. Виды оценочных средств .....	5
3.2. Содержание оценочных средств .....	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации .....	12
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации .....	12
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	13



## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 03.03.02 Физика.

Направленность: Физика.

Дисциплина: Математический анализ.

Семестры: 1,2,3.

Форма промежуточной аттестации: 1,2,3 – экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Математический анализ» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
<b>ОПК-1</b> Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области физико-математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках физико-математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, законов физико-математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.	Знать базовые понятия, полученные в области математического анализа. Уметь решать типовые задачи, формулируемые в рамках математического анализа. Владеть навыками использования основных понятий, теорем, законов математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/ разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
<b>ОПК-1</b> Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	Знать базовые понятия, полученные в области математического анализа.	<ul style="list-style-type: none"><li>– Пределы</li><li>– Дифференциальное исчисление функции одной переменной</li><li>– Интегральное исчисление функции одной переменной</li><li>– Определенный интеграл Римана и его приложения</li><li>– Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость</li><li>– Числовые ряды</li><li>– Функциональные последовательности и ряды. Ряды Фурье</li><li>– Двойные и тройные интегралы</li><li>– Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория векторного поля. Интегралы, зависящие от параметра.</li></ul>	1, 2, 3	1-7	Семестровая работа (типовой расчет)
	Уметь решать типовые задачи, формулируемые в рамках математического анализа.			1-5	Контрольная работа
	Владеть навыками использования основных понятий, теорем, законов математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.			1-17, 1-34, 1-29	Теоретические вопросы к экзамену

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

#### 3.2. Содержание оценочных средств

Типовые контрольные задания включают в себя типовой расчет (семестровую работу) и контрольные работы по темам: "Пределы", "Производные", "Интегралы", "Интеграл Римана", "Дифференцирование ФНП", "Числовые ряды", "Функциональные ряды", "Двойные и тройные интегралы", "Применение кратных интегралов".



### Примерные варианты контрольных работ I семестра

<b>Контрольная по разделу 1: Пределы</b>		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 7}{4x^2 - 2x + 8}$	2
2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}{x-4}$	2
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$	2
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 2}{3x^2 + 6x - 4}$	2
5	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n-2} \right)^{2n+4}$	2

<b>Контрольная по разделу 2: Производные</b>		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Найти производную $y = \frac{x^3(3x+4)}{(x+1)^3}$	2
2	Найти производную $x \cos \pi y - \sin \pi x = x - 1$	2
3	Применить формулу Тейлора $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - \operatorname{arctg} x}{\ln(1+x^3)}$	2
4	Провести полное исследование и построить график $y = 2x + 4\operatorname{arcc}tg x$	4

<b>Контрольная по разделу 3: Интегралы</b>		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int (2x+1)e^x dx$	2
2	$\int \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-4x+8}} dx$	2
3	$\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$	2
4	$\int x^2 \ln^2 x dx$	2



5	$\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$	2
---	----------------------------------	---

### Примерные варианты контрольных работ II семестра

Контрольная по разделу 4: Интеграл Римана		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$	2
2	Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = 4 - x^2$ , $y = 0$	2
3	Определить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x$ , $x = 3$ вокруг оси OX	2
4	Определить длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 4$	2
5	Определить силу давления воды на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием 8 метров и высотой 6 метров.	2

Контрольная по разделу 5: Дифференцирование функции многих переменных		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Найти частные производные $z = \frac{y^3(3x+4)}{(xy+1)^3}$	2
2	Найти частные производные $zx \cos \pi yz - y \sin \pi x = x - 1$	2
3	Найти дифференциалы первого и второго порядка $z = \frac{\arcsin yx - y^3 \operatorname{arctg} x}{\ln(1+x^3)}$	3
4	Найти экстремум функций $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$	3

Контрольная по разделу 6: Числовые ряды		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на сходимость $\sum \frac{2^k}{(k+1)!}$	2
2	Исследовать на сходимость $\sum \frac{k+2}{k^4 - 2k + 5}$	2
3	Найти сумму ряда $\sum \frac{1}{k^2}$	2



4	Исследовать на условную сходимость $\sum \frac{(-1)^k}{k+1}$	2
5	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin 2x$	2

### Примерные варианты контрольных работ III семестра

Контрольная по разделу 7: Функциональные ряды		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на равномерную сходимость $\sum \frac{x^k}{k!}$	2
2	Найти область сходимости ряда $\sum \frac{(x-3)^k}{2^k}$	2
3	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin^2 x$	2
4	Разложить в ряд Фурье $y = x - 2$	4

Контрольная по разделу 8: Двойные и тройные интегралы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^y \sqrt{1-y^2} dx$	2
2	Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x, y = -x, x = 3$	2
3	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x + 2y - 2z = 0, x = 0, y = 0, z = 0$	3
4	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x^2 + y^2 = 2y, z = 0, z = 1$	3



*Примерный вариант семестровой работы*  
*Вариант №1*

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2n+1} = 2$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8} + 1}{(n + \sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2-1} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

**Задача 6.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

**Задача 7.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

Список вопросов к экзамену

1 семестр

Часть 1:

1. Множество действительных чисел
2. Подмножество множества действительных чисел
3. Элементарные функции
4. Определение предела последовательности и свойства (не арифметические)
5. Определение предела последовательности и арифметические свойства
6. Предел последовательности и неравенства
7. Предел функции в точке и свойства
8. Критерий существования предела последовательности (понятия  $\sup$  и  $\inf$ )
9. Число  $\varepsilon$

Часть 2:

1. Предел функции и неравенства. Критерий существования предела функции
2. Замечательные пределы и эквивалентность



3. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва
4. Производная функции в точке. Ее геометрический и физический смысл
5. Производная и арифметические операции. Производная композиции. Производная обратной функции
6. Основные теоремы о дифференцируемых функций (Ролля, Лагранжа, Коши)
7. Выпуклость. Правило Лопиталя
8. Неопределенный интеграл. Свойства. Формула интегрирования по частям

## 2 семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Простейшие приемы интегрирования.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Метод Остроградского.
5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
6. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
7. Достаточные условия интегрируемости по Риману.
8. Свойства интеграла Римана. Интеграл как функция верхнего предела.
9. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Определение и свойства несобственного интеграла Римана.
11. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
12. Признаки Абеля-Дирихле сходимости несобственных интегралов.
13. Методы приближенного вычисления определенных интегралов
14. Определение и структура конечномерного пространства.
15. Сходимость в конечномерном пространстве. Его полнота.
16. Подмножества конечномерного пространства. Основные теоремы о множествах.
17. Предел функций многих переменных. Повторные пределы.
18. Непрерывность функций многих переменных. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства.
19. Линейная и евклидова структура конечномерного пространства. Линейные функции многих переменных.
20. Дифференцируемость и дифференциал функции в точке.
21. Частные производные.
22. Необходимые условия дифференцируемости функций многих переменных в точке. Локальные свойства дифференцируемых функций многих переменных.
23. Достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных.
24. Матрица Якоби. Производная по направлению. Градиент.
25. Частные производные высших порядков. Высшие производные функций многих переменных и дифференциалы.
26. Формула Тейлора.
27. Экстремумы функций многих переменных.
28. Поверхности в конечномерных пространствах и касательные пространства.
29. Критические точки плоских кривых.
30. Простейшие варианты теоремы о неявной функции. Теорема о неявной функции.
31. Условный экстремум. Его необходимый признак. Достаточный признак условного экстремума.
32. Определение и свойства меры Жордана.



33. Определение кратного интеграла Римана. Его свойства.
34. Замена переменных в кратном интеграле.

### 3 семестр

1. Криволинейные интегралы первого рода и их свойства
2. Криволинейные интегралы второго рода и их свойства
3. Поверхности в конечномерном пространстве.
4. Определение и свойства матрицы Грама.
5. Поверхностный интеграл первого рода.
6. Дифференциальные формы.
7. Ориентированные поверхности.
8. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.
9. Переход от поверхностного интеграла первого рода к поверхностному интегралу второго рода.
10. Переход от поверхностного интеграла второго рода к поверхностному интегралу первого рода.
11. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
12. Элементы векторного анализа.
13. Сумма и сходимость числового ряда.
14. Критерий Коши сходимости ряда.
15. Свойства сходящихся рядов.
16. Ряды с неотрицательными членами.
17. Признаки сравнения.
18. Ряды с положительными членами.
19. Достаточные признаки сходимости.
20. Знакопеременные ряды.
21. Достаточные признаки сходимости.
22. Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды
23. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и функциональных рядов.
24. Равномерная сходимость и непрерывность, интегрирование, дифференцируемость.
25. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара.
26. Свойства степенных рядов.
27. Ряды Тейлора.
28. Теорема Вейерштрасса.
29. Определение тригонометрического ряда. Ряды Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность экзамена – 60 минут. Суммарный балл заданий промежуточной аттестации, имеющей форму экзамена, оценивается 40 баллами. Форма проведения экзамена – письменная с последующим устным собеседованием.

Экзаменационный билет состоит из заданий 2 уровней.

Первый уровень оценивает знание и умение применять основные методы решения типовых задач курса (семестра). Максимальное количество баллов – 20.

Второй уровень оценивает знание теоретического материала, умение решать задачи, требующие комплексного использования основных методов решения, и владение математическими методами при решении профессиональных задач. Максимальное количество баллов – 20.

Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств  
Оценивание ответа на экзамене.

Критерии оценивания ответа на теоретический вопрос.

10-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
17-20 баллов (высокий уровень)	1. Полнота изложения теоретического материала; 2. Полнота и правильность решения практического задания; 3. Правильность и/или аргументированность	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.
11-16 баллов (средний уровень)	изложения (последовательность действий); 4. Самостоятельность ответа.	Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.
2-10 баллов (базовый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.
0-1 баллов (недостаточный уровень)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов,



		неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено. Т.е. студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.
--	--	---

Баллы, полученные на экзамене, суммируются с баллами за текущую аттестацию (контрольные работы + типовой расчет + посещаемость (10 баллов)).

В семестре 3 контрольных работы. Максимальное количество баллов за контрольную работу – 10 баллов. В контрольной работе 4-5 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета (семестровая работа):

В семестровой работе 7-10 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов. Максимальное количество баллов за семестровую – 20.

#### 4.3 Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, В том числе посещаемость (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Неудовлетворительно" выставляется за 59 и менее баллов.

За 60-72 баллов оценка – "Удовлетворительно" (базовый уровень)

За 73-85 баллов оценка – "Хорошо" (средний уровень)

За 86-100 баллов оценка – "Отлично" (высокий уровень)

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
- студент способен дать полное представление об основных понятиях математического анализа, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.

2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
- студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.



- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем математического анализа, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
  - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

