

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	 МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 04.06.2025 12:47:06 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b8a8788b8722723	Рабочая программа дисциплины "Топология" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 Математика и компьютерные науки направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Топология

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является знакомство с основными понятиями и методами топологии. Формирование у студентов логического мышления, навыков в умении использовать методы топологии при решении прикладных задач, связанных с реализацией профессиональных функций.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенции ОПК-1:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.11

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Изучение данной дисциплины опирается на знания по элементарной математике, полученные студентами в средней школе, а также требует освоения следующих дисциплин:

Аналитическая геометрия

Алгебра

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Дисциплина «Топология» является предшествующей для следующих дисциплин:

Маломерная топология (научный семинар)

Алгебраическая топология

Гиперболическая геометрия

Теория узлов

Гладкие многообразия

Топология многообразий

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

Знать:

Для достижения ОПК-1.1: базовые понятия, полученные в области топологии

Уметь:

Для достижения ОПК-1.2: решать типовые задачи, формулируемые в рамках топологии

Владеть:

Для достижения ОПК-1.3: навыками использования основных понятий, теорем, законов топологии для решения задач профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:

3.1.1 способы использования фундаментальных знаний в области топологии в профессиональной деятельности

3.2 Уметь:



Рабочая программа дисциплины "Топология" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01
"Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы
в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

3.2.1 использовать фундаментальные знания в области топологии в профессиональной деятельности

3.3 Владеть:

3.3.1 использования фундаментальных знаний в области топологии в профессиональной деятельности

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость		3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	: 108	Виды контроля в семестрах: экзамены 3
в том числе	:	
аудиторные занятия	: 32	
самостоятельная работа	: 47,6	
часов на контроль	: 18	
контактная работа: 42,4		
ИКР: 10,4		

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Метрические пространства				
1.1	Метрические пространства /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
1.2	Метрические пространства /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
1.3	Метрические пространства /Ср/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
Раздел 2. Топологические пространства				
2.1	Топология /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.2	Непрерывные отображения /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.3	Замыкание /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.4	Внутренность и граница /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.5	Топология /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.6	Непрерывные отображения /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.7	Замыкание /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.8	Внутренность и граница /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.9	Основные свойства топологических пространств /Ср/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.10	Непрерывные отображения и гомеоморфизмы /Ср/	3	5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.11	Замкнутые множества и замыкание /Ср/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
2.12	Внутренность и граница /Ср/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
Раздел 3. Аксиомы отделимости				
3.1	Аксиомы отделимости /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2



Рабочая программа дисциплины "Топология" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
3.2	Связь аксиом отделимости /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
3.3	Аксиомы отделимости /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
3.4	Связь аксиом отделимости /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
3.5	Аксиомы отделимости /Ср/	3	12	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
Раздел 4. Компакты				
4.1	Компакты /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
4.2	Контрольная работа /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
4.3	Непрерывные отображения компактов /Ср/	3	8,6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
Раздел 5. Экзамен				
5.1	/Экзамен/	3	18	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2
Раздел 6. Иная контактная работа				
6.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	10,4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Опрос по теме «Метрические пространства»
Опрос по теме «Топологические пространства»
Опрос по теме «Аксиомы отделимости»
Опрос по теме «Компакты»
Контрольная работа по всем темам
Вопросы для экзамена

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Пример контрольной работы:

1. На множестве $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ определено семейство $\tau = \{0, X, \{a, b, c, d, e\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a\}\}$. Является ли τ топологией на X ?
2. Каким аксиомам отделимости удовлетворяет топологическое пространство (X, τ) из предыдущего пункта?
3. Найти замыкание, внутренность и границу подмножества $A = \{a, b, c\}$ в топологическом пространстве (X, τ) из предыдущего пункта.
4. Пусть (X, τ) – топологическое пространство, где $X = \mathbb{R}$, τ – дискретная топология. Является ли множество $[0; 1]$ компактом?

Вопросы для опросов:

Определение метрики
Определение открытого множества
Свойства открытых множеств в метрическом пространстве
Две формулировки определения непрерывного отображения метрических пространств
Определение топологии
Определение дискретной топологии
Определение индуцированной топологии
Определение топологии конечных дополнений
Определение фактор-топологии
Определение непрерывного отображения топологических пространств
Определение гомеоморфизма
Определение замкнутого множества
Свойства замкнутых множеств
Определение внутренности множества
Определение замыкания множества



Теорема о существовании и единственности внутренности множества

Определение границы множества

Теорема о границе и замыкании

Определение аксиомы T_0

Определение аксиомы T_2

Определение аксиомы T_4

Определение покрытия топологического пространства

Теорема о аксиоме T_1

Определение компакта

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы для экзамена:

1. Метрическое пространство. Примеры метрик. Открытое множество. Свойства открытых множеств.
2. Два определения непрерывного отображения метрических пространств. Теорема об их эквивалентности.
3. Топологическое пространство. дискретная и анти-дискретная топологии. Топология конечных дополнений.
4. Топологическое пространство. Индуцированная топология.
5. Топологическое пространство. Фактор-топология.
6. Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфизм. Теорема о суперпозиции непрерывных отображений.
7. Замкнутое множество. Свойства замкнутых множеств.
8. Замыкание множества. Теорема о существовании и единственности замыкания.
9. Внутренность множества. Теорема о существовании и единственности внутренности.
10. Граница множества. Теорема о границе и замыкании.
11. Аксиомы отделимости T_0 , T_1 , T_2 , T_3 и T_4 . Теорема об аксиоме T_1 .
12. Аксиомы отделимости T_0 , T_1 , T_2 , T_3 и T_4 . Теорема о связи аксиом отделимости.
13. Функция расстояния между множествами. Теорема о непрерывности расстояния.
14. Теорема о нормальности метрических пространств.
15. Покрытие топологического пространства. Компактное топологическое пространство. Примеры.
16. Теорема о непрерывном отображении компакта.
17. Теорема об образе компакта при непрерывном отображении.
18. Теорема о подмножестве Хаусдорфова компакта.
19. Теорема о компакте в R^n .
20. Определение фундаментальной группы.
21. Теорема о корректности операции в фундаментальной группе.
22. Теорема о тривиальности фундаментальной группы пространства R^n .
23. Теорема о независимости фундаментальной группы от выбора базисной точки.

6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется в форме опросов по каждой из четырёх тем и в форме контрольной работы;
- промежуточный контроль осуществляется в форме письменного экзамена в конце семестра.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для опросов и контрольной работы:

- опрос по теме «Метрические пространства» - 5 баллов;
- опрос по теме «Топологические пространства» - 5 баллов;
- опрос по теме «Аксиомы отделимости» - 5 баллов;
- опрос по теме «Компакты» - 5 баллов;
- контрольная работа - 30 баллов.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за опросы, контрольную работу и баллы, полученные на экзамене (50 максимум). Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

- от 0 до 64 баллов – «неудовлетворительно»;
- от 65 до 77 баллов – «удовлетворительно»;
- от 78 до 89 баллов – «хорошо»;
- от 90 до 100 баллов – «отлично».



7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Матвеев С. В.	Алгоритмическая топология и классификация трехмерных многообразий: монография (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63262)	Москва : МЦНМО, 2007	ЭБС
Л1.2	Подран В. Е.	Элементы топологии: учебное пособие для вузов (https://e.lanbook.com/book/147138)	Санкт-Петербург : Лань, 2020	ЭБС
Л1.3	Мищенко А. С., Фоменко А. Т.	Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69322)	Москва : Физматлит, 2004	ЭБС
Л1.4	Кузовлев В. П.	Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275554)	Москва : Физматлит, 2012	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Виро О. Я., Иванов О. А., Нецветаев Н. Ю., Харламов В. М.	Элементарная топология: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=64196)	Москва : МЦНМО, 2010	ЭБС
Л2.2	Бурбаки Н., Крачковский С. Н., Райков Д. А.	Общая топология: основные структуры: монография (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112130)	Москва : Наука, 1968	ЭБС

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

2. Реферативная база по математике MathSciNet (<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

3. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

4. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студента. На лекциях и семинарских занятиях излагается основное содержание тем программы,



рассматриваются основные методы и приёмы решения задач.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать лекционные занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал лекции, с указанием даты проведения лекции и темы;
- посещать практические (семинарские) занятия, на которых рассматриваются основные методы и приёмы решения задач. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

