

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 05.09.2025 12:17:42  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8768b8723723



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ»  
по направлению подготовки 24.03.03 «Баллистика и гидроаэродинамика» направленности (профилю)  
Баллистика и гидроаэродинамика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств  
для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)  
**Математический анализ**

Направление подготовки (специальность)  
**24.03.03 «Баллистика и гидроаэродинамика»**

Направленность (профиль)  
**«Баллистика и гидроаэродинамика»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2025**

Челябинск, 2025 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	3
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине .....	6
3.1. Виды оценочных средств .....	6
3.2. Содержание оценочных средств .....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации .....	20
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации.....	20
4.3 Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	21



## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 24.03.03 Баллистика и гидроаэродинамика.

Направленность: Баллистика и гидроаэродинамика.

Дисциплина: Математический анализ.

Семестры: 1,2,3.

Форма промежуточной аттестации: 1,2,3 – экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Математический анализ» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знать теорию и основные законы в области естественнонаучных и общеинженерных дисциплин. ОПК-1.2. Уметь применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Уметь применять методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	Знать: обладать базовыми знаниями в области математического анализа <ul style="list-style-type: none"><li>• правила дифференцирования, интегрирования, нахождения пределов последовательностей и функций; методы исследования рядов; понятие интеграла Римана; основные правила дифференцирования функции многих переменных; понятие кратного интеграла; методы вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; признаки сходимости функциональных рядов; представление функции в виде ряда Фурье; способы проведения научных исследований в конкретной области профессиональной деятельности.</li></ul> Уметь: уметь решать типовые задачи математического анализа <ul style="list-style-type: none"><li>• обрабатывать и представлять экспериментальные данные; вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные</li></ul>



Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
			<p>функции многих переменных; применять методы решения интегралов функции одной переменной; определять границы интегрирования в кратных интегралах; применять приложения кратных интегралов к прикладным задачам; вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; исследовать на сходимость функциональные последовательности и ряды; применять признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов. Создавать математические модели типовых профессиональных задач. Интерпретировать полученные результаты.</p> <p>Владеть: владеть навыками использования основных понятий, теорем, законов математического анализа для решения задач профессиональной деятельности</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• навыками создания научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований; основными понятиями, теоремами, законами математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.</li></ul>



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ОПК-1 Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• правила дифференцирования, интегрирования, нахождения пределов последовательностей и функций; методы исследования рядов; понятие интеграла Римана; основные правила дифференцирования функции многих переменных; понятие кратного интеграла; методы вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; признаки сходимости функциональных рядов; представление функции в виде ряда Фурье; способы проведения научных исследований в конкретной области профессиональной деятельности</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• обрабатывать и представлять экспериментальные данные; вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>– Пределы</li><li>– Дифференциальное исчисление функции одной переменной</li><li>– Интегральное исчисление функции одной переменной</li><li>– Определенный интеграл Римана и его приложения</li><li>– Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость</li><li>– Числовые ряды</li><li>– Функциональные последовательности и ряды. Ряды Фурье</li><li>– Двойные и тройные интегралы</li><li>– Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория векторного поля. Интегралы,</li></ul>	<p>Семестровая работа (типовой расчет) Контрольная работа</p>	<p>Теоретические вопросы к экзамену.</p>



<p>переменных; применять методы решения интегралов функции одной переменной; определять границы интегрирования в кратных интегралах; применять приложения кратных интегралов к прикладным задачам; вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; исследовать на сходимость функциональные последовательности и ряды; применять признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов. Создавать математические модели типовых профессиональных задач. Интерпретировать полученные результаты.</p> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• навыками создания научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований; основными понятиями, теоремами, законами математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.</li></ul>	<p>зависящие от параметра.</p>		
---	--------------------------------	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

### 3.2. Содержание оценочных средств

Типовые контрольные задания включают в себя типовой расчет (семестровую работу) и контрольные работы по темам: "Пределы", "Производные", "Интегралы", "Интеграл Римана", "Дифференцирование ФНП", "Числовые ряды", "Функциональные ряды", "Двойные и тройные интегралы", "Применение кратных интегралов".



### Примерные варианты контрольных работ I семестра

Контрольная по разделу 1: Пределы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 7}{4x^2 - 2x + 8}$	2
2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}{x-4}$	2
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$	2
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 2}{3x^2 + 6x - 4}$	2
5	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n-2} \right)^{2n+4}$	2

Контрольная по разделу 2: Производные		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Найти производную $y = \frac{x^3(3x+4)}{(x+1)^3}$	2
2	Найти производную $x \cos \pi x - \sin \pi x = x - 1$	2
3	Применить формулу Тейлора $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - \operatorname{arctg} x}{\ln(1+x^3)}$	2
4	Провести полное исследование и построить график $y = 2x + 4 \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x$	4

Контрольная по разделу 3: Интегралы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int (2x+1)e^x dx$	2
2	$\int \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-4x+8}} dx$	2
3	$\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$	2
4	$\int x^2 \ln^2 x dx$	2



5	$\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$	2
---	----------------------------------	---

### Примерные варианты контрольных работ II семестра

Контрольная по разделу 4: Интеграл Римана		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int_9 \frac{dx}{\sqrt[4]{x}-1}$	2
2	Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = 4 - x^2$ , $y = 0$	2
3	Определить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x$ , $x = 3$ вокруг оси OX	2
4	Определить длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 4$	2
5	Определить силу давления воды на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием 8 метров и высотой 6 метров.	2

Контрольная по разделу 5: Дифференцирование функции многих переменных		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Найти частные производные $z = \frac{y^3(3x+4)}{(xy+1)^3}$	2
2	Найти частные производные $zx \cos \pi z - y \sin \pi x = x - 1$	2
3	Найти дифференциалы первого и второго порядка $z = \frac{\arcsin yx - y^3 \arctg x}{\ln(1+x^3)}$	3
4	Найти экстремум функций $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$	3

Контрольная по разделу 6: Числовые ряды		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на сходимость $\sum \frac{2^k}{(k+1)!}$	2
2	Исследовать на сходимость $\sum \frac{k+2}{k^4 - 2k + 5}$	2



3	Найти сумму ряда $\sum \frac{1}{k^2}$	2
4	Исследовать на условную сходимость $\sum \frac{(-1)^k}{k+1}$	2
5	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin 2x$	2

### Примерные варианты контрольных работ III семестра

Контрольная по разделу 7: Функциональные ряды		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на равномерную сходимость $\sum \frac{x^k}{k!}$	2
2	Найти область сходимости ряда $\sum \frac{(x-3)^k}{2^k}$	2
3	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin^2 x$	2
4	Разложить в ряд Фурье $y = x - 2$	4

Контрольная по разделу 8: Двойные и тройные интегралы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^y \sqrt{1-y^2} dx$	2
2	Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x, y = -x, x = 3$	2
3	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x + 2y - 2z = 0, x = 0, y = 0, z = 0$	3
4	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x^2 + y^2 = 2y, z = 0, z = 1$	3

Контрольная по разделу 9: Применение кратных интегралов		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Найти координаты центра масс однородной плоской фигуры $y^2 \leq x \leq 2 - y$	2



2	Найти момент инерции относительно координат фигуры $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$	2
3	Найти длину дуги кривой $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$	3
4	Вычислить интеграл $\iint_S (x + y + z) dS$ , где $S$ – часть плоскости $x + 2y + 4z = 4$ , выделяемая условиями $x, y, z \geq 0$	3

Примерный вариант типового расчета.

1 семестр

Тема Пределы

1. Найдите область определения функции  $y = \ln \left( \frac{x^2 - 4}{x^4 + 5x^2 - 6} \right)$ .
2. Найдите суперпозиции функций  $f \circ g$  и  $g \circ f$  и их области определения, если  $f(x) = \arcsin x$  и  $g(x) = \frac{1}{4x - \pi}$ .
3. Постройте эскизы графиков функций  $y = f(x)$ ,  $y = f(|x|)$ ,  $y = |f(x)|$ , если  $f(x) = \frac{x - 2}{x + 1}$ .
4. Постройте эскиз графика функции, заданной неявно:  $|x + y| + |x - y| = 3$ .
5. Докажите, используя определение предела последовательности (т. е. для  $\varepsilon$  найдите соответствующее значение  $N(\varepsilon)$ ), что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n - 1} = \frac{1}{3}$ .
6. Вычислите пределы последовательностей:  
а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n}{(n + 1)^4 - (n - 1)^4}$ ; б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n + 1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}^{2n+3}$ ;  
в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 3n - 2} - \sqrt{n^2 - 3} \right)$ ; г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n + 1}{3n - 1} \right)^{2n+3}$ .
7. Вычислите пределы функций:  
а)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3 + x} - \sqrt{2x}}$ ;  
в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{9 - 2x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}$ .
8. Используя теорему о замене б. м. эквивалентными, найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{2x} - 7^{-x}}{2 \operatorname{tg} x - \operatorname{arctg} x}$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ» по направлению подготовки 24.03.03 «Баллистика и гидроаэродинамика» направленности (профилю) Баллистика и гидроаэродинамика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 12

1 семестр  
Тема Производные



1. Найдите производную функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} x \cdot \sin \frac{7}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

в точке  $x_0 = 0$  по определению.

2. Найдите производные функций:

а)  $y = e^{ax} \left( \frac{1}{2a} + \frac{a \cos 2bx + 2b \sin 2bx}{2(a^2 + 4b^2)} \right)$ ;

б)  $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}$ ;

в)  $f(x) = \left( \frac{\psi(x)}{\varphi(x)} \right)^{10}$ , где  $\varphi$  и  $\psi$  дифференцируемые функции на  $\mathbb{R}$ ;

г)  $\begin{cases} x(t) = t^2 + t + 1, \\ y(t) = \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + t + 1 \end{cases}$  в точке  $M(1, 1)$ ;

д)  $3x^2 + 2xy + 2y^2 + 3x - 4y = 0$  в точке  $M(-2, 1)$ .

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = 2x^2 + 3$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

4. Найдите дифференциал  $dy$  функции  $y = x\sqrt{4-x^2} + a \arcsin \frac{x}{2}$ .

5. Найдите предел функции, используя правило Лопиталя:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +0} x^2 \cdot \left( \ln \frac{1}{x} \right)^3$ .

6. Разложите функцию  $f(x) = \sin(\cos x - 1)$  по формуле Маклорена до  $o(x^6)$ .

7. Найдите предел функции, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$$

8. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2} \text{ на отрезке } [1, 4].$$

9. Проведите полное исследование функции и постройте её график:

а)  $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$ ; б)  $y = (2x + 5)e^{-2(x+2)}$ .



1. Найдите первообразную функции  $f(x) = \frac{5x^5 - 3x^4 - \sqrt{x} + 2}{x^2}$ , график которой проходит через точку  $A(1; -1)$ .
2. Найдите:
  - а)  $\int (1 - 6x)e^{2x} dx$ ;
  - б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$ ;
  - в)  $\int \operatorname{tg} x \ln \cos x dx$ ;
  - г)  $\int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx$ ;
  - д)  $\int \frac{3x^3 + 6x^2 + 5x - 1}{(x+1)^2(x^2+2)} dx$ .
3. Вычислите определенные интегралы:
  - а)  $\int_{2 \operatorname{arctg} \frac{1}{3}}^{2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}} \frac{dx}{\sin x(1 - \sin x)}$ ;
  - б)  $\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ .
4. Используя аддитивность определенного интеграла, вычислите  $\int_0^2 x \cdot |1 - x^2| dx$ .
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = \cos x \sin^2 x$ ,  $y = 0$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ).
6. Найдите длину дуги графика функции  $y = 2 + \operatorname{arcsin} \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}$  при  $\frac{1}{4} \leq x \leq 1$ .
7. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OX$  фигуры, ограниченной графиками функций  $y = xe^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ .



1. Найдите и изобразите на плоскости область определения функции:

$$z = \sqrt{2x + y} + \sqrt{x - 2y}.$$

2. Вычислите

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left( \frac{\sin(x^2 + y^2) \cos(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \right).$$

3. Пользуясь правилом дифференцирования сложной функции, найдите  $\frac{du}{dt}$ , если  $u = e^{x^2 + 3y^5}$ , где  $x = \sin 2t$ ,  $y = t^3$ .

4. Найдите производные  $z'_x$  и  $z'_y$  от функции, заданной неявно:

$$x^2 + z^2 - 2y^2 - 5x^2 + 10z^3 - 5 = 0.$$

5. Найдите дифференциалы 1-го и 2-го порядков функции:

$$z = \sin^2(2x + y).$$

6. Используя понятие дифференциала, найдите приближенное значение функции  $f(x; y) = x^y$  в точке  $(1,04; 2,05)$ .

7. Составьте уравнения касательной прямой и нормальной плоскости для линии  $x = t$ ,  $y = t^2$ ,  $z = 1 - \frac{t}{2}$  в точке  $(2; 4; 0)$ .

8. Исследуйте на экстремум функцию:

$$z = 2xy - 6x^2 - y^2 + 4y.$$

9. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $z = (x - 2)^2 + 2y^2$  на замкнутом множестве, ограниченном линиями  $x = 0$ ,  $y = 2 - x$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$ .



**Исследуйте на сходимость ряды.**

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(n\sqrt{n})}{n\sqrt{n} \operatorname{arctg}(n^2 + 1)}$$

2. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{(n-1)! \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{n+2}}\right)}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2+2n-2}$$

4. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\ln(1+n^2)(1+n^2) \ln \ln(1+n^2)}$$

5. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)}{2n+1}$$

6. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos(3n+2)}{n^2+n-1}$$

7. Вычислите сумму ряда с точностью  $\alpha = 0,01$ :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}$$

Укажите наименьшее количество слагаемых, необходимое для этого.

8. Найдите область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}) \left(\frac{2x+3}{x-1}\right)^{n-1}$$

Исследуйте его на сходимость в граничных точках его области сходимости.

9. Используя разложения функций в степенные ряды, вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{x^2} + \cos(2x) - 3 - \frac{5}{3}x^4}{2 \ln(1-x^2) + \operatorname{arctg}(2x^2) + x^4}$$

10. Вычислите десятую производную в нуле от функции

$$y = x^2 e^{2x^2}$$



1. Измените порядок интегрирования:

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx.$$

2. Вычислите интеграл, перейдя к полярным координатам:

$$\int_0^3 dy \int_{3-\sqrt{9-y^2}}^{3+\sqrt{9-y^2}} \sqrt{36-x^2-y^2} dx.$$

Постройте область интегрирования.

3. С помощью двойного интеграла найдите объем тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 3, z = 0.$$

4. С помощью тройного интеграла найдите объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 2y, z = \frac{5}{4} - x^2, z = 0.$$

5. Найдите работу силы  $\vec{F} = (x^2 - 2y)\vec{i} + (y^2 - 2x)\vec{j}$  при перемещении вдоль отрезка MN от точки M(-4; 0) к точке N(0; 2).

6. Найдите центр тяжести плоской фигуры, ограниченной кривыми:

$$x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

Сделайте чертеж.

7. Найдите массу тела, объем которого задан ограничивающими его поверхностями:

$$64(x^2 + y^2) = z^2, y = 0, z = 0 (y \geq 0, z \geq 0).$$

$$\rho = \frac{5}{4}(x^2 + y^2) \text{ — плотность тела.}$$

8. Найти момент инерции однородного ( $\rho = 1$ ) шара радиуса R, если ось вращения проходит через его центр тяжести.

Перечень вопросов к экзамену (I семестр)

Раздел 1:

1. Множество действительных чисел. Принцип точной верхней грани. Аксиома Архимеда.
2. Предел последовательности и его свойства.
3. Критерий Коши сходимости последовательностей.
4. Критерий Вейерштрасса. Число e.
5. Подпоследовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
6. Предел функции в точке и его свойства.
7. Предел функции и арифметические операции. Предел функции и неравенства. Предел композиции функций.



8. Критерий Коши существования предела функции.
9. Замечательные пределы и эквивалентные функции.
10. Односторонние пределы. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация разрывов.
11. Глобальные свойства непрерывных функций.

Раздел 2:

12. Множества и отображения.
13. Элементарные функции.
14. Производная функции и ее свойства.
15. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
16. Формула Тейлора.
17. Достаточное условие экстремума. Выпуклость и вогнутость функции.
18. Правило Лопиталя.

Раздел 3:

19. Первообразная и неопределенный интеграл и его свойства.
20. Простейшие приемы интегрирования.
21. Интегрирование рациональных функций.
22. Метод Остроградского.
23. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
24. Интегрирование тригонометрических функций
25. Подстановки Эйлера

Перечень вопросов к экзамену (II семестр)

Раздел 4:

1. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
2. Свойства интеграла Римана.
3. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
6. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.

Раздел 5:

7. Свойства открытых и замкнутых множеств
8. Свойства компактных множеств
9. Критерий компактности
10. Локальные свойства непрерывных функций
11. Глобальные свойства непрерывных функций
12. Достаточное условие дифференцируемости
13. Матрица Якоби
14. Локальные свойства дифференцируемых функций
15. Локальный экстремум
16. Теорема о неявной функции

Раздел 6:

17. Сумма и сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости.
18. Свойства сходящихся рядов. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
19. Ряды с неотрицательными членами. Критерий Вейерштрасса. Признаки



20. сравнения.
21. Обобщенный гармонический ряд.
22. Признаки сходимости Даламбера, Коши. Ряды Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле.
23. Теорема Коши об абсолютно сходящихся рядах. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

#### Перечень вопросов к экзамену (III семестр)

##### Раздел 7:

1. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей.
2. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
3. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов.
4. Равномерная сходимость функциональных рядов.
5. Непрерывность и интегрируемость функциональных рядов.
6. Дифференцируемость функциональных рядов.
7. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
8. Формула Коши – Адамара.
9. Свойства степенных рядов.
10. Ряды Тейлора.
11. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
12. Теорема Вейерштрасса.
13. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций.
14. Тригонометрическая система.
15. Равномерная сходимость ряда Фурье.
16. Признаки сходимости ряда Фурье в точке.

##### Раздел 8:

17. Определение кратного интеграла Римана. Критерий интегрируемости. Достаточные условия интегрируемости.
18. Свойства кратного интеграла. Интеграл по множеству меры нуль.
19. Сведение двойного интеграла по прямоугольнику к повторному интегралу. Сведение кратного интеграла по элементарной области к повторному интегралу.
20. Формула замены переменных в кратном интеграле.

##### Раздел 9:

21. Поверхности в конечномерном пространстве и касательные пространства.
22. Определение и свойства матрицы Грама.
23. Поверхностный интеграл первого рода и его свойства.
24. Дифференциальные формы. Ориентированные поверхности.
25. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.
26. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
27. Элементы векторного анализа.

Практические задачи экзаменационного билета аналогичны заданиям пункта 3.2.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность экзамена – 60 минут. Суммарный балл заданий промежуточной аттестации, имеющей форму экзамена, оценивается 40 баллами. Форма проведения экзамена – письменная с последующим устным собеседованием.

Экзаменационный билет состоит из заданий 2 уровней.

Первый уровень оценивает знание и умение применять основные методы решения типовых задач курса (семестра). Максимальное количество баллов – 20.

Второй уровень оценивает знание теоретического материала, умение решать задачи, требующие комплексного использования основных методов решения, и владение математическими методами при решении профессиональных задач. Максимальное количество баллов – 20.

Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств  
Оценивание ответа на экзамене.

Критерии оценивания ответа на теоретический вопрос.

10-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
17-20 баллов (высокий уровень)	1. Полнота изложения теоретического материала; 2. Полнота и правильность решения практического задания; 3. Правильность и/или аргументированность изложения	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.
11-16 баллов (средний уровень)	(последовательность действий); 4. Самостоятельность ответа.	Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.
2-10 баллов (базовый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием



		основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.
0-1 баллов (недостаточный уровень)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено. Т.е. студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Баллы, полученные на экзамене, суммируются с баллами за текущую аттестацию (контрольные работы + типовой расчет + посещаемость (10 баллов)).

В семестре 3 контрольных работы. Максимальное количество баллов за контрольную работу – 10 баллов. В контрольной работе 4-5 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов.

Оценка "Не зачтено" выставляется за 5 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 6-10 баллов.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета (семестровая работа):

В семестровой работе 7-10 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов.

Максимальное количество баллов за семестровую – 20.

Оценка "Не зачтено" выставляется за 10 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 11–20 баллов.

#### 4.3 Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, В том числе посещаемость (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Неудовлетворительно" выставляется за 59 и менее баллов.

За 60-72 баллов оценка – "Удовлетворительно" (базовый уровень)

За 73-85 баллов оценка – "Хорошо" (средний уровень)

За 86-100 баллов оценка – "Отлично" (высокий уровень)



Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
  - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
  - студент способен дать полное представление об основных понятиях математического анализа, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
  - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
  - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
  - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
  - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем математического анализа, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
  - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.



**Фонд оценочных средств дисциплины (модуля) одобрен и рекомендован:**

Проректор по учебной работе                      утверждено 24.02.25                      А.А. Саламатов

Ученым советом физического факультета

Протокол заседания № 05 от 06.02.2025

Председатель Ученого совета  
физического факультета

согласовано

М.А. Загребин

**Заседанием кафедры математического анализа**

Протокол заседания № 07 от 24.01.2025

Заведующий кафедрой

согласовано

В.Е. Федоров

Автор (составитель)

М.В. Плеханова

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1**