

Документ подписан простой электронной подписью	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ	
Информация о владельце:	Федеральное государственное бюджетное образовательное	
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич	учреждение высшего образования	
Должность: Ректор	«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 07.04.2025 16:06:07	Рабочая программа дисциплины "Статистическое моделирование" по направлению подготовки (специальности)	стр. 1
Уникальный идентификатор: 02.03.02	Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю)	
04c19ed8bfb98f3b16ab77a48c6b9a8788b8733737	Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Статистическое моделирование

Направление подготовки (специальность)

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль)

Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2023

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2023 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Статистическое моделирование" по направлению подготовки (специальности)
02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю)
Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины — изложить основные результаты и методы статистического моделирования на современном языке и в достаточно полном объеме.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенций ПК1:

ПК-1.1. Обладает знаниями о методологии и этапах выполнения научно-исследовательской работы; о методах решения научных задач; о методике подготовки отчета, в том числе выпускной квалификационной работы

ПК-1.2. Демонстрирует умения: обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию и результаты исследований; выполнять под научным руководством научно-исследовательскую или опытно-конструкторскую разработку в конкретной области профессиональной деятельности.

ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности; подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.В.1.ДВ.01.02

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Теория вероятностей

Математическая статистика

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Преддипломная практика

Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПК-1: Способность проводить под научным руководством локальные научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности

Знать:

Основные методы статистического моделирования, базовые вероятностные модели, применяемые для описания систем в области профессиональной деятельности.

Уметь:

проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы в области фундаментальной информатики и информационных технологий.

Владеть:

Имеет навыки: научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности; подготовки научных обзоров, публикаций по тематике проводимых исследований связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:

3.1.1 основные методы статистического моделирования и важные приложения к решению фундаментальных задач

3.1.2

3.1.3 способы сбора и обработки информации

3.2 Уметь:

3.2.1 выбрать подходящую вероятностную модель и реализовать ее на ЭВМ для задач, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями

3.2.2 интерпретировать результаты обработки информации

3.3 Владеть:



3.3.1 методами статистического моделирования применительно к задачам фундаментальной информатики и информационных технологий

3.3.2 методами анализа и обработки информации

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	З ЕТ
Часов по учебному плану : 108 в том числе : аудиторные занятия : 30 самостоятельная работа : 34,8 часов на контроль : 36 контактная работа: 37,2 ИКР: 7,2	Виды контроля в семестрах: экзамены 8

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Статистическое моделирование случайных величин			
1.1	Статистическое моделирование случайных величин /Лек/	8	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.2	Статистическое моделирование случайных величин /Ср/	8	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
	Раздел 2. Статистическое моделирование многомерных распределений			
2.1	Статистическое моделирование случайных величин /Лек/	8	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.2	Статистическое моделирование векторных случайных величин /Ср/	8	2,8	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
	Раздел 3. Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности			
3.1	Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности /Лек/	8	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.2	Метод Монте-Карло приближенного вычисления интегралов и примеры его применения в теории надежности /Ср/	8	8	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
	Раздел 4. Общие понятия теории случайных процессов			
4.1	Общие понятия теории случайных процессов /Лек/	8	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.2	Общие понятия теории случайных процессов /Ср/	8	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
	Раздел 5. Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний			
5.1	Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний /Лек/	8	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
5.2	Марковские случайные процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний /Ср/	8	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
	Раздел 6. Потoki однородных событий и их свойства			
6.1	Потoki однородных событий и их свойства /Лаб/	8	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2



Рабочая программа дисциплины "Статистическое моделирование" по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю) Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
6.2	Потоки однородных событий и их свойства /Ср/	8	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2
Раздел 7. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов				
7.1	Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов /Лаб/	8	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1
7.2	Системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов /Ср/	8	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э2
Раздел 8. Экзамен				
8.1	Экзамен /Экзамен/	8	36	Л1.1 Л1.2Л2.1
Раздел 9. Иная контактная работа				
9.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	8	7,2	Л1.2

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Семестровые (домашние) задания,
экзаменационная контрольная работа.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Пример семестрового задания см. Приложение

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к экзамену; Пример экзаменационного билета см. Приложение.

6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине определяется на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.

Итоговая оценка выставляется, исходя из количества баллов, набранных в течение семестра и полученных за экзамен

Начисляемые рейтинговые баллы.

(По каждой позиции указывается максимальный балл)

Домашние (семестровые) задания 3 части – 20+20+20=60 баллов

Решение задач из лекций - 10

Посещаемость - 10

Экзаменационная контрольная работа - 20

Итого 100 баллов

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретический вопрос. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного на практических занятиях и вынесенного на самостоятельную работу. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

Максимальный балл за одну часть семестрового задания – 20 баллов.

Максимальный балл за решение задач из лекций — 10 баллов.

Максимальный балл за экзаменационную контрольную работу — 20 баллов. Этот балл складывается из баллов, полученных за каждый вопрос в билете. В билете – 1 теоретический вопрос и 3 задачи.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за экзамен:

0-49 баллов - неудовлетворительно (2);

50-69 баллов - удовлетворительно (3);

70-90 баллов - хорошо (4);

91-100 баллов - отлично (5).

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
---------------------	----------	-------------------	--------



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Статистическое моделирование" по направлению подготовки (специальности)
02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю)
Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Пригарин С. М.	Статистическое моделирование многомерных гауссовских распределений: учебное пособие для вузов (https://urait.ru/bcode/494790)	Москва : Юрайт, 2022	ЭБС
Л1.2	Михайлов Г. А., Войтишек А. В.	Статистическое моделирование. Методы Монте-Карло: учебное пособие для вузов (https://urait.ru/bcode/516333)	Москва : Юрайт, 2023	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Емельянов Г. В., Скитович В. П.	Задачник по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие	Санкт-Петербург: Лань, 2007	
Л2.2	Герасименко А. А., Шульгин И. В.	Статистическое моделирование электрических нагрузок в задаче определения интегральных характеристик систем распределения электрической энергии: монография (https://znanium.com/catalog/document?id=84746)	Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2014	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (https://elibrary.ru/defaultx.asp?) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: https://elibrary.ru . – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей. – Текст : электронный.
Э2	Справочник «Информо» (http://www.informio.ru/) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: http://www.informio.ru/ . – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей. – Текст : электронный.

Справочник «Информо» (<http://www.informio.ru/>) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: <http://www.informio.ru/>. – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом. Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные занятия (20 ч.), лабораторные занятия (10 ч.) и самостоятельная работа (34,8 ч.). На лекционных и лабораторных занятиях обсуждение теоретического материала сочетается с решением задач. Студенту желательно активно участвовать в проведении аудиторных занятий, задавать вопросы, высказывать свою точку зрения по поводу обсуждаемой проблемы, задачи. Умение обосновывать свою точку зрения, нахождения компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

Важным моментом при изучении любой дисциплины является организация самостоятельной работы. Проработку теоретического материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершении темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину. При этом следует обращаться к



различным источникам информации (помимо рекомендованной литературы поиск нужного материала в интернете). Желательно регулярно выполнять домашние занятия. Они могут содержать не только задачи, но и проработку нового теоретического материала.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и руководителя практики осуществляется в режиме реального времени (чат), или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, чаты, электронная почта).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с руководителем практики по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «E1Braile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Cle vy с большими кнопками и с разделяющей клавиши



накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);
- в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

1 часть семестрового задания

1 задание

1. Реализовать алгоритм моделирования дискретной случайной величины, закон распределения которой задан формулой: $P(n) = C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$, $n = 0, 1, 2, \dots, 50$.

Используя полученную реализацию, вычислить суммы рядов методом Монте-Карло:

- $\sum_{n=0}^{50} n \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.1;
- $\sum_{n=0}^{50} \left(\frac{n!}{n!}\right) \cdot C_{50}^n \cdot 0.3^n \cdot 0.7^{50-n}$ с точностью до 0.01.

2 задание

1. Вычислить значение интеграла методом Монте-Карло с точностью до 0.001:

$$\int_a^b dx \int_1^\infty dy \int_{-\infty}^\infty \ln(x) \cdot e^{-xy-(yz)^2} dz,$$

где параметры задачи $a \in \mathbb{R}$ и $b \in \mathbb{R}$ принимают значения $1 < a < 10$, $1 < b < 10$.

2 часть семестрового задания

Задания первой части

1. Найдите математическое ожидание, дисперсию и автоковариационную функцию случайного процесса $X(t) = \alpha e^{-t}$, где α - случайная величина, распределенная равномерно на отрезке $[-1; 1]$.

Задания второй части

1. Дан случайный процесс $X(t) = U \cos \omega_0 t + V \sin \omega_0 t$, где U, V - некоррелированные случайные величины, $M(U) = M(V) = 0$, $D(U) = D(V) = D = const$, $\omega_0 = const$. Будет ли $X(t)$ стационарным в широком смысле?

3 часть семестрового задания

Вариант 1

Предположим, что система массового обслуживания находится в стационарном режиме работы и входящий поток заявок простейший пуассоновский с интенсивностью λ заявок в час, число обслуживающих каналов $n = 3$ (каналы работают независимо друг от друга), среднее время обслуживания одним каналом одного требования - m минут (распределение времени обслуживания - показательное) и максимально возможное число заявок в СМО $N = 7$ (если в СМО уже есть 7 заявок, то поступающая заявка теряется). Требуется смоделировать работу СМО на ЭВМ и численно определить вероятность отказа (потери заявки) с точностью до 0.01. Результат сравнить с аналитическим решением. Параметры задачи λ и m - целые положительные числа.

Перечень вопросов к экзамену

1. Опишите мультипликативный датчик, генерирующий равномерное распределение на $[0,1]$.
2. Опишите общий алгоритм моделирования данного дискретного распределения с помощью мультипликативного датчика. Нарисуйте блок-схему алгоритма.
3. Опишите стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины с помощью мультипликативного датчика.
4. Как на базе мультипликативного датчика моделируется Γ -распределение с плотностью

$$f(x, \alpha, k) = \begin{cases} \frac{\alpha^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\alpha x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

где $k \in N$ (распределение Эрланга k -го порядка)? Ответ обосновать.

5. Опишите алгоритм метода суперпозиции моделирования случайных величин. Как смоделировать распределение с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, & 0 \leq x \leq 1, a_n \geq 0 \\ 0, & x \notin [0,1] \end{cases}$$

с использованием порядковых статистик? Составьте блок-схему алгоритма.

6. Опишите алгоритм метода исключения моделирования случайных величин. На каких теоремах он базируется?
7. Как моделируется стандартное нормальное распределение на базе центральной предельной теоремы? Практические рекомендации.
8. Моделирование χ^2 распределения с $2n$ степенями свободы ($n \in N$) с помощью мультипликативного датчика.
9. Свойства изотропных случайных векторов и их использование при статистическом моделировании n независимых, нормально распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.
10. Доказать, что если α_1 и α_2 – независимые случайные величины, равномерно распределенные на $[0,1]$, то $\eta_1 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \cos 2\pi \alpha_2$, $\eta_2 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \sin 2\pi \alpha_2$ – независимые случайные величины со стандартным нормальным законом распределения.
11. Стандартный метод моделирования случайных векторов и метод исключения.
12. Моделирование невырожденного многомерного нормального закона.
13. Определение случайного процесса, его конечномерных распределений. Числовые характеристики случайного процесса: математическое ожидание, дисперсия, ковариационная и автокорреляционная функции, их свойства. Гауссовские случайные процессы. Временные ряды.
14. Метод Монте-Карло для вычисления интегралов и среднего времени безотказной работы схем, состоящих из большого числа элементов.

15. Статистическое моделирование потоков Пальма, простейшего потока и потоков Эрланга.
16. Общие понятия теории случайных процессов.
17. Случайные процессы с марковским свойством, непрерывным временем и конечным числом состояний, переходные вероятности. Что означает однородность по времени таких процессов, сепарабельность и стохастическая непрерывность? Уравнения Колмогорова-Чепмена.
18. Теорема о существовании плотностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния для однородного марковского процесса с конечным числом состояний, сепарабельного и стохастически непрерывного.
19. Прямая и обратная системы Колмогорова.
20. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний и система уравнений для стационарного распределения вероятностей состояний. Формулировка эргодической теоремы.
21. Что такое поток однородных событий? Какой случайный процесс обычно связывают с потоком однородных событий? Определение основных свойств потоков событий: а) стационарность; б) ординарность; в) отсутствие последствия; г) ограниченное последствие. Как определяется интенсивность потока?
22. Определение пуассоновского потока. Простейший поток событий и вывод для него формул для вероятностей появления k событий за время t . Какой закон распределения вероятностей времени между двумя последовательными событиями простейшего потока?
23. Потоки Пальма и Эрланга. Объясните, почему “поток Эрланга можно получить просеиванием” простейшего потока событий и как? В каком случае поток Пальма будет потоком с последствием?
24. Для системы массового обслуживания с ограниченной очередью без приоритетов, у которой входящий поток заявок простейший, а время обслуживания каналом заявки имеет показательное распределение, найти: а) плотность вероятностей перехода из одного состояния в другое и выхода из данного состояния; б) стационарное распределение вероятностей состояний системы; в) операционные характеристики для стационарного режима (средняя длина очереди, среднее время ожидания в очереди, вероятность отказа, вероятность, что заявка будет стоять в очереди, доля времени простоя обслуживающей системы, среднее число занятых каналов).

Пример билета для экзаменационной контрольной работы

Пример экзаменационного билета.

1. Прямая и обратная системы Колмогорова.

2. Вычислить интеграл методом Монте-Карло:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} |\sin x| dx$$

3. Платная стоянка для автомобилей имеет 40 мест. Считается, что поток автомашин, прибывающих на стоянку – простейший с интенсивностью 15 авт./час. Известно, что время пребывания автомобиля на стоянке распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{-x}$, $x > 0$, средним 3 часа. Оплата почасовая: 15 руб/час. Определить среднюю выручку владельца за одну неделю.

4. Автозаправочная станция имеет 4 бензоколонки. Входящий поток автомашин простейший с интенсивностью 1.5 авт/мин. Если все колонки заняты, автомобиль уезжает. Время заправки распределено с плотностью $p(x) = \frac{1}{25} (e^{-x} + x^4 e^{-x})$, $x > 0$ и средним 4.84 мин.

Определить среднее число занятых колонок в установившемся режиме работы.

