

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 06.03.2024 06:08:40 Уникальный программный ключ: 09192418019853350755486193078088783077	Рабочая программа дисциплины "Алгебра" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 Математика и компьютерные науки направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Алгебра

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Топологические и аналитические методы исследования математических моделей

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2024

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2024 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины является обеспечение фундаментальной подготовки в важной области современной математики, ознакомление с основами классической и современной алгебры, обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике, ознакомление с историей развития алгебры и с вкладом российских ученых в развитие современной алгебраической науки.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.02

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Изучение данной дисциплины опирается на знания по элементарной математике, полученные студентами в средней школе, а также требует предварительных знаний по дисциплинам:

Математический анализ

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Данная дисциплина является предшествующей для дисциплин:

Дифференциальная геометрия

Дискретная математика

Дифференциальные уравнения

Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование

Математическая логика и теория алгоритмов

Топология многообразий

Теория графов (научный семинар)

Теория групп

Алгоритмическая топология (научный семинар)

Функциональный анализ

Уравнения с частными производными

Гладкие многообразия

Вычислительная топология

Гиперболическая геометрия

Алгебраическая топология

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

Знать:

Для достижения ОПК-1.1: основные понятия, результаты и методы алгебры, область их применения

Уметь:

Для достижения ОПК-1.2: использовать полученные теоретические знания в профессиональной деятельности



Владеть:

Для достижения ОПК-1.3: методами решения задач с помощью аппарата современной алгебры

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	способы консультирования и использования фундаментальных знаний в области алгебры
3.2	Уметь:
3.2.1	консультировать и использовать фундаментальные знания в области алгебры
3.3	Владеть:
3.3.1	консультирования и использования фундаментальных знаний в области алгебры

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	11 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 396	Виды контроля в семестрах: экзамены 1, 2 зачеты 1, 2, 3
в том числе :	
аудиторные занятия : 218	
самостоятельная работа : 84,5	
часов на контроль : 63	
контактная работа: 248,5	
ИКР: 30,5	

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Алгебраические структуры				
1.1	Бинарные алгебраические операции /Лек/	1	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.2	Кольца и поля /Лек/	1	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.3	Бинарная алгебраическая операция. Группы. Кольца и поля. /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.4	Алгебраические структуры /Ср/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 2. Комплексные числа				
2.1	Комплексные числа /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.2	Тригонометрическая форма комплексного числа /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.3	Операции с комплексными числами /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.4	Действия с комплексными числами /Ср/	1	5,3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 3. Матрицы, определители, системы				



3.1	Матрицы /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.2	Обратные матрицы /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.3	Подстановки /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.4	Определители /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.5	Свойства определителя /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.6	Свойства определителя /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.7	Свойства определителя /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.8	Свойства определителя /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.9	Определители специального вида /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.10	Системы линейных уравнений /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.11	Действия с матрицами /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.12	Вычисление определителей /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.13	Обратная матрица /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.14	Метод Гаусса /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.15	Матрицы, определители, системы /Ср/	1	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 4. Многочлены				
4.1	Многочлены от одного неизвестного /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.2	Делимость многочленов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.3	Алгоритм Евклида /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3



4.4	Свойства НОД /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.5	Неприводимость многочленов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.6	Корни многочленов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.7	Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.8	Многочлены от нескольких неизвестных /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.9	Симметрические многочлены /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.10	Построение расширения поля /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.11	Основная теорема алгебры многочленов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.12	Корни многочленов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.13	Алгоритм Евклида /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.14	Корни многочленов /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.15	Неприводимость многочленов /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.16	Симметрические многочлены /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.17	Симметрические многочлены /Ср/	1	5	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 5. Линейные пространства				
5.1	Векторные пространства и подпространства /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.2	Линейная зависимость и независимость /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.3	Полное множество /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.4	Базис /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3



5.5	Размерность /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.6	Матрица перехода /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.7	Пространства и подпространства Зависимость и независимость системы векторов /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.8	Базис и размерность /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
5.9	Линейные пространства /Ср/	2	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 6. Линейные операторы				
6.1	Линейный оператор /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
6.2	Свойства линейного оператора /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
6.3	Функционалы и преобразования /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
6.4	Матрицы преобразований /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
6.5	Собственные векторы /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
6.6	Ядро и образ линейного оператора /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
6.7	Матрицы линейного преобразования /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
6.8	Собственные значения и векторы /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
6.9	Нормальная Жорданова форма /Ср/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 7. Пространства со скалярным произведением				
7.1	Пространства со скалярным произведением /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.2	Ортогональность /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.3	Свойства ортогональности /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.4	Сопряженное преобразование /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3



7.5	Нормальные преобразования /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.6	Ортогональные базисы /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.7	Ортогональное дополнение /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.8	Ортогональность /Ср/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 8. Квадратичные формы				
8.1	Квадратичные формы /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.2	Канонический вид квадратичной формы /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.3	Алгоритм Лагранжа Критерий Сильвестра /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.4	Положительно определённые квадратичные формы /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.5	Квадратичные формы /Ср/	2	7,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 9. Основные структуры				
9.1	Группы. Основные определения и теоремы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.2	Циклические группы /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.3	Порядок /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.4	Кольца. Основные определения и теоремы /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.5	Основные структуры /Ср/	3	12	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 10. Конечные поля				
10.1	Поля. Основные определения и теоремы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
10.2	Основная теорема о конечных полях /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
10.3	Построение конечного поля и вычисления /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3



10.4	Свойства мультипликативной группы поля /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
10.5	Подполя /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
10.6	Автоморфизмы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
10.7	Неподвижные элементы. След и норма /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
10.8	Минимальный многочлен элемента /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
10.9	Конечные поля /Ср/	3	12,7	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 11. Многочлены над конечными полями				
11.1	Неприводимые многочлены /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
11.2	Порядок многочлена /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
11.3	Дискретные логарифмы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
11.4	Линейные рекуррентные последовательности /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
11.5	Характеристический многочлен и сопровождающая матрица последовательности /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
11.6	Многочлены над конечными полями /Ср/	3	12	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 12. Экзамен				
12.1	Экзамен в 1-ом семестре /Экзамен/	1	27	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
12.2	Экзамен во 2-ом семестре /Экзамен/	2	36	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 13. Иная контактная работа				
13.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	1	12,7	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.2	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	2	14,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.3	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	3,3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ



6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Контрольные работы;
2. Вопросы для экзамена.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Основные типы задач для контрольных работ

- Сложить, умножить на число, перемножить матрицы.
- Вычислить определители второго, третьего порядков, n -го порядка специального вида.
- Найти обратную матрицу.
- Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной, методом Гаусса.
- Выполнить операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление).
- Найти тригонометрическую форму комплексного числа.
- Возвести в степень и извлечь корень из комплексного числа.
- Проверить линейную зависимость, независимость системы векторов.
- Выделить базу системы векторов.
- Найти ранг матрицы.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.
- Найти матрицу перехода от одного базиса в другому.
- Найти матрицу линейного оператора.
- Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- Вычислить скалярное произведение векторов в евклидовом и унитарном векторных пространствах. Найти длину вектора.
- Привести квадратичную форму к каноническому виду.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

Первый семестр:

1. Алгебраические операции. Ассоциативные, коммутативные операции, нейтральные элементы.
2. Определение группы, примеры групп, свойства группы, симметрическая группа.
3. Определение кольца, примеры колец.
4. Определение поля, примеры полей. Характеристика поля. Теорема о характеристике.
5. Построение поля комплексных чисел.
6. Свойства сопряжение комплексных чисел.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа, формула Муавра.
8. Корни из комплексного числа, теорема о корнях из единицы.
9. Понятия матрицы, операции над матрицами. Теорема о свойствах сложения матриц и умножения матрицы на элемент кольца.
10. Произведение матриц. Теорема о свойствах произведения матриц.
11. Понятие обратимости матриц. Примеры обратимых и необратимых матриц над кольцами. Теорема о свойствах обратимых матриц.
12. Доказать, что обратимые матрицы над кольцом образуют группу по умножению.
13. Понятие транспонирования матрицы. Теорема о свойствах транспонирования матриц.
14. Понятия подстановки и перестановки. Четность перестановок и подстановок. Доказать, что транспозиция меняет четность перестановки.
15. Два определения определителя и их равносильность.
16. Теорема об определителе транспонированной матрицы. О равноправии строк и столбцов в определителе.
17. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы.
18. Теорема об определителе треугольной матрицы.
19. Теорема о кососимметричности определителя.
20. Теорема о линейности определителя.
21. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о свойствах алгебраических дополнений. Разложение определителя по строчке и столбцу.
22. Понятие присоединенной матрицы. Теорема о присоединенной матрице.
23. Теорема об определителе произведения двух матриц.
24. Теорема об обратной матрице.
25. Определитель Вандермонда и циркулянт.
26. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк. Обоснование метода.
27. Понятие решения системы линейных уравнений, совместные и несовместные системы. Теорема об элементарных преобразованиях.
28. Алгоритм Гаусса и следствия из него.



29. Теорема Крамера.
30. Построение кольца многочленов от одного неизвестного.
31. Кольца без делителей нуля. Примеры.
32. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов и в кольце целых чисел.
33. Свойства делимости многочленов и целых чисел.
34. Наибольший общий делитель для многочленов, его свойства, алгоритм Евклида для многочленов.
35. Теорема о линейном представлении наибольшего общего делителя.
36. Взаимно простые многочлены и их свойства.
37. Неприводимость многочленов, основная теорема арифметики многочленов.
38. Понятие производной многочлена. Теорема о кратных множителях многочлена и его производной. Отделение кратных множителей многочлена с помощью алгоритма Евклида.
39. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.
40. Теорема о числе корней и степени многочлена.
41. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Теорема об однозначности задания многочлена своими значениями.
42. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона.
43. Решение уравнений третьей и четвертой степени.
44. Построение кольца многочленов от нескольких неизвестных.
45. Симметрические многочлены, формулы Виета.
46. Основная теорема о симметрических многочленах.
47. Теорема о существовании корня неприводимого многочлена в некотором расширении поля и следствие из нее.
48. Основная теорема алгебры многочленов.
49. Рациональные корни многочленов над полем рациональных чисел.

Второй семестр:

50. Определение векторного пространства. Простейшие свойства векторных пространств.
51. Определение подпространства, основные свойства подпространства.
52. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов, свойства линейно зависимых и независимых векторов.
53. Критерий линейной зависимости.
54. Теорема об очистке линейно полного множества, определение базиса.
55. Теорема о выборе базиса.
56. Теорема о дополнении до базиса.
57. Критерий базиса.
58. Определение координат вектора в базисе, свойства координат вектора.
59. Размерность пространства, теорема о размерности, следствия из нее.
60. Матрица перехода, свойства матрицы перехода.
61. Теорема о монотонности размерности подпространств.
62. Теорема о пересечении подпространств.
63. Линейная оболочка, теорема о линейной оболочке.
64. Сумма подпространств, теорема о сумме подпространств.
65. Теорема о размерности суммы подпространств.
66. Прямая сумма подпространств, теорема о прямой сумме подпространств.
67. Дополнение к подпространству, теорема о существовании дополнения к подпространству.
68. Прямая сумма пространств, теорема о прямой сумме пространств.
69. Три понятия ранга матрицы, доказать, что строчный ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях строк.
70. Доказать, что столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов.
71. Доказать, что строчный ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов.
72. Доказать, что столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях строк.
73. Доказать, что столбцовый ранг матрицы равен строчному рангу матрицы.
74. Доказать, что при элементарных преобразованиях строк минорный ранг матрицы не меняется.
75. Теорема Кронекера-Капелли.
76. Теорема об описании структуры решений системы линейных уравнений.
77. Теорема о размерности пространства решений системы линейных однородных уравнений.
78. Определение линейного оператора, теорема о свойствах линейных операторов.
79. Операции над линейными операторами, теорема о свойствах операций над линейными операторами.
80. Теорема о задании линейного оператора на базисе и матрицей.
81. Теорема о свойствах матриц линейных операторов.
82. Линейные функционалы.



83. Линейные преобразования пространства .
84. Матрицы линейных преобразований в разных базисах.
85. Определение определителя матрицы линейного преобразования, доказать, что определитель линейного преобразования определен корректно.
86. Инвариантные подпространства, свойства инвариантных подпространств.
87. Характеристический многочлен линейного преобразования, теорема о характеристическом многочлене.
88. Теорема Гамильтона-Кэли.
89. Собственные векторы и собственные значения, теорема о нахождении собственных значений.
90. Теорема об одномерных инвариантных подпространствах.
91. Доказать, что собственные векторы, соответствующие различным собственным значениям линейно независимы.
92. Пространства со скалярным произведением, простейшие свойства таких пространств.
93. Теорема Коши-Буняковского-Шварца.
94. Свойства нормы вектора.
95. Ортогональность векторов и подпространств, теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
96. Ортогональное дополнение, теорема об ортогональном дополнении.
97. Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением.
98. Линейные функционалы, теорема о линейном функционале на пространстве со скалярным произведением.
99. Сопряженное преобразование, теорема существования сопряженного преобразования.
100. Теорема о свойствах сопряженных преобразований.
101. Теорема о матрице сопряженного преобразования.
102. Нормальные преобразования, теорема о собственных векторах и собственных значениях нормального преобразования.
103. Критерий сохранения скалярного произведения линейным преобразованием.
104. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними.
105. Теорема о матрице квадратичной формы.
106. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
107. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду с помощью перехода к ортонормированному базису.
108. Закон инерции квадратичных форм.
109. Линейная классификация квадратичных форм.
110. Критерий положительной определенности квадратичных форм.
111. Критерий Сильвестра.

Вопросы к зачёту:

Третий семестр

1. Определение группы. Примеры групп.
2. Подгруппы. Критерий подгруппы.
3. Смежные классы. Теорема Лагранжа.
4. Порождение. Циклические группы.
5. Автоморфизмы.
6. Основная теорема о циклических группах.
7. Порядок элемента в группе. Свойства порядка.
8. Кольца. Подкольца. Критерий подкольца. Идеалы. Фактор-кольца.
9. Поля. Характеристика поля.
10. Подполя. Критерий подполя.
11. Конечные поля. Основная теорема о конечных полях.
12. Алгоритм построения конечного поля. Вычисления в конечных полях.
13. Строение мультипликативной группы конечного поля.
14. Примитивный элемент.
15. Подполя конечных полей.
16. Автоморфизмы конечных полей.
17. Множество неподвижных элементов. След и норма.
18. Минимальный многочлен элемента.
19. Существование неприводимых многочленов над конечным полем.
20. Порядок многочлена и его свойства.
21. Дискретный логарифм и логарифм Якоби.
22. Линейные рекуррентные последовательности.
23. Характеристический многочлен и сопровождающая матрица последовательности.

6.4. Критерии оценивания



Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях, проверкой домашних заданий, решение контрольных работ;
- итоговый контроль осуществляется в форме зачета и письменного экзамена в конце первого и второго семестров и зачёта в конце третьего семестра.

Оценивание студента при текущем контроле ведется по двум критериям:

- Активная работа студента на занятии. Оценивается выход студента к доске или его работа на месте в 1 балл, но не более 15 за семестр.
- Выполнение домашних заданий. Проверяется выполнение домашних заданий в семестре, за каждое выполненное задание студент получает 1 балл, но не более 5 за семестр. Студенту разрешается доделать или переделать домашнее задание в течении одной недели.
- Контрольные работы оцениваются в 50 баллов за семестр.

Отметка о зачёте выставляется исходя из суммы баллов, набранных за контрольные работы по следующим критериям:

От 0 до 25 баллов - «не зачтено»

От 26 до 50 баллов - «зачтено»

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за контрольные работы, домашние работы и за активную работу на занятиях, баллы, полученные на экзамене (30 максимум). Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 49 баллов – «неудовлетворительно»

От 50 до 69 баллов – «удовлетворительно»

От 70 до 90 баллов – «хорошо»

От 91 до 100 баллов – «отлично».

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС
Л1.2	Постников М. М.	Линейная алгебра (https://e.lanbook.com/book/210350)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л1.3	Мальцев И. А.	Линейная алгебра (https://e.lanbook.com/book/210503)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Теплов С. Е., Романиков А. Н.	Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебно- практическое пособие: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=91063)	Москва : Евразийский открытый институт, 2011	ЭБС



	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.2	Сбродова Е. А., Фоминых Е. А.	Линейная алгебра: учебное пособие	Челябинск: Издательство Челябинского государственног о университета, 2016	
Л2.3	Алеев Р. Ж., Кораблёв Ф. Г., Кораблева В. В.	Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие (http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007885/007885)	Челябинск : Издательство Челябинского государственног о университета, 2022	ЭБС

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

MS Office365

LMS Moodle

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

2. Реферативная база по математике MathSciNet (<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

3. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

4. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студента. На лекциях и семинарских занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и приёмы решения задач.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать лекционные занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал лекции, с указанием даты проведения лекции и темы;
- посещать практические (семинарские) занятия, на которых рассматриваются основные методы и приёмы решения задач. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее



– ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «EIBraile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой CleVu с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или



полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);
- в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

