

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 08.04.2026 16:43:50 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323	МИНИСТЕРСТВО НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	---	--------

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Дискретные модели

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Математическое моделирование и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ЦЕЛИ:

1. Знакомство с основными принципами моделирования вероятностных процессов и систем, методами решения основных видов дискретных моделей.
2. Развитие у студентов навыков по формализации задач;
3. Знакомство с функционированием наиболее популярных программных средств, используемых для решения задач моделирования;
4. Приобретение практических навыков работы с программными средствами, обеспечивающих решение задач;
5. Изложение основных принципов математического моделирования с использованием дискретных моделей, инструментальных средств анализа математических моделей.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикатора соответствующей компетенции ОПК-1:

ОПК-1.1. Имеет представление об основных подходах к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.03

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Дисциплины: Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Современные проблемы прикладной математики и информатики

Производственная практика (научно-исследовательская работа)

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики

Знать:

Для достижения ОПК-1.1: знать основные принципы математического моделирования, инструментальные средства анализа дискретных математических моделей.

Уметь:

-

Владеть:

-

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:

- 3.1.1 основные подходы к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики, формализуемых в виде дискретных моделей.

3.2 Уметь:

- 3.2.1 -

3.3 Владеть:

- 3.3.1 -



4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 108 в том числе : аудиторные занятия : 32 самостоятельная работа : 36,7 часов на контроль : 36 контактная работа: 35,3 ИКР: 3,3	Виды контроля в семестрах: экзамены 1

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Дискретные математические модели				
1.1	Дискретизация. Модели с дискретным временем. Методы решения дифференциальных уравнений /Лек/	1	1	Л1.1 Э1 Э2 Э3
1.2	Численные методы решения ОДУ. Аппроксимация производных. Задача Коши. Решение экономических задач методом Эйлера или с помощью его модификаций /Лек/	1	1	Л1.1 Э1 Э2 Э3
1.3	Семейство методов Рунге-Кутты: второго, четвертого порядка, решение систем уравнений методами Рунге-Кутты /Лек/	1	1	Л1.1 Э1 Э2 Э3
1.4	Многошаговые методы (метод Адамса и методы предиктор- корректор). Особые точки, модификация методов решения для функций с особыми точками. /Лек/	1	1	Л1.1 Э1 Э2 Э3
1.5	Решение уравнений с помощью методов Эйлера и Рунге-Кутты /Пр/	1	4	Л1.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 2. Дискретные модели экономического роста				
2.1	Модель Харрода-Домара /Лек/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.2	Исследование дискретной модели Харрода-Домара /Пр/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.3	Модель Солоу-Свана /Лек/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.4	Исследование дискретной модели Солоу-Свана /Пр/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.5	Модель потенциального выпуска для основных фондов /Лек/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.6	Исследование моделей движения основных фондов /Пр/	1	1	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.7	Модель потенциального выпуска для трудовых ресурсов, моделирование технического прогресса /Лек/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.8	Модели функции дожития /Пр/	1	1	Л1.3 Э1 Э2 Э3
Раздел 3. Системы массового обслуживания				
3.1	Структура СМО. Модели чистого рождения и гибели. /Лек/	1	1	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.2	Обобщенная модель СМО. Функциональные характеристики СМО. /Пр/	1	2	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.3	Обобщенная модель СМО. Специализированные системы обслуживания с пуассоновским распределением. Функциональные характеристики стационарных систем обслуживания /Лек/	1	1	Л1.2 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
3.4	Модель с одним сервисом. Модель с параллельными сервисами. Модели самообслуживания и ремонта. /Лек/	1	1	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.5	Модели с одним сервисом. Модели с несколькими сервисами. Модели самообслуживания и ремонта. /Пр/	1	2	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.6	Модель со стоимостными характеристиками. Модель предпочтительного уровня обслуживания. /Лек/	1	1	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.7	Модель со стоимостными характеристиками. Модель предпочтительного уровня обслуживания. /Пр/	1	2	Л1.2 Э1 Э2 Э3
Раздел 4. Самостоятельная работа и экзамен				
4.1	Подготовка к экзамену /Ср/	1	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1 Э2 Э3
4.2	Подготовка реферата. /Ср/	1	6	Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.3	Решение индивидуальных заданий /Ср/	1	20,7	Л1.1 Э1 Э2 Э3
4.4	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	1	3,3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1 Э2 Э3

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Индивидуальное контрольное задание
2. Доклад/Реферат
3. Тест
4. Перечень вопросов к экзамену

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Индивидуальное контрольное задание и темы доклада/реферата приведены в приложении.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену приведены в приложении.

6.4. Критерии оценивания

В течение учебного семестра студенты за каждый вид работы получают баллы. Кроме этого, на экзамене максимально можно получить 40 баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за работу в семестре и за ответ на экзамене. Затем полученная сумма баллов переводится в оценку.

Набранные баллы Оценка

25 – 49	неудовлетворительно
50 – 69	удовлетворительно
70 – 90	хорошо
91 – 100	отлично

Начисляемые баллы:

Индивидуальное контрольное задание	- 50
Доклад	- 30
Реферат	- 10
Тест	-10
Экзамен	- 20

Порядок оценивания индивидуального контрольного задания.

Индивидуальное контрольное задание состоит из 5 заданий, за каждую начисляются баллы от 0 до 6 в зависимости от количества пунктов в каждом задании:

1 балл - за правильно решенный пункт задания, 0 - баллов в противоположном случае.

Набранная по всем заданиям сумма переводится пропорционально в долю от максимума 50 баллов.

Порядок оценивания доклада:

6 баллов	- подготовлен доклад
4 балла	- оформлен согласно ГОСТ



Рабочая программа дисциплины "Дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

10 баллов - тема раскрыта
4 балла - подготовлена презентация
6 баллов - выступление с докладом перед аудиторией

Порядок оценивания реферата (печатное изложение доклада).

3 баллов - подготовлен реферат
2 балла - реферат оформлен согласно ГОСТ
5 балла - реферат прислан преподавателю в электронном виде

Критерии оценивания теста:

Студент выполняет 10 тестовых вопросов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 1 баллом.

На экзамене происходит оценивание учебной деятельности обучающегося по дисциплине на основе полученных баллов за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля.

Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, которое не является обязательным. Контрольное мероприятие проводится в устной

форме. На подготовку ответов на вопросы билета дается 60 минут. Экзаменационный билет содержит 2 вопроса.

Преподаватель имеет право провести собеседование со студентом с целью более точного определения баллов.

Количество набранных баллов:

20 баллов получает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные экзаменационным билетом и свободно отвечающий на дополнительные вопросы;

15 баллов заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в экзаменационном билете задания, но отвечающий на дополнительные вопросы с затруднениями;

10 баллов получает студент, допустивший погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

5 баллов ставится студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных

экзаменационным билетом заданий;

0 баллов ставится студенту, который не смог выполнить ни одно задание в экзаменационном билете.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Пантелеев А.В., Якимова А. С., Рыбаков К.А.	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: учебное пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=337729)	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2019	ЭБС
Л1.2	Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Сагитов Р. В., Швед Е.В., Матвеев В.И.	Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=363087)	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2020	ЭБС
Л1.3	Власов М. П., Шимко П.Д.	Моделирование экономических систем и процессов: учебное пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=368164)	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2019	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
--	---------------------	----------	-------------------	--------



	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Рябцева Н. К.	Научная речь на английском языке: Руководство по научному изложению. Словарь оборотов и сочетаемости общенаучной лексики: новый словарь-справочник активного типа (на английском языке) (https://e.lanbook.com/book/119421)	Москва : ФЛИНТА, 2019	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: http://e.lanbook.com/ http://e.lanbook.com
Э2	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. – URL: http://biblioclub.ru/ . http://biblioclub.ru
Э3	Znanium.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Научно-издательский центр ИНФРА-М. – URL: http://znanium.com/ http://znanium.com

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle
Python
LibreOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью (подразумевается наличие стандартных рабочих (посадочных) мест) и техническими средствами обучения (переносное и / или стационарное мультимедийное оборудование: экран, ноутбук, проектор).

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий (мультимедийные презентации по отдельным темам, рисунки, таблицы, схемы и т.д.).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочей программой дисциплины предусмотрена самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

- подготовка к докладу;
- подготовку к сдаче экзамена.

При планировании времени на самостоятельную работу студентам необходимо предусмотреть регулярное повторение пройденного материала. Теоретический материал, законспектированный на лекциях, необходимо дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе.

Студент обязан в полном объеме использовать время самостоятельной работы, предусмотренное настоящей рабочей программой, для изучения соответствующих разделов дисциплины, и своевременно обращаться к преподавателю в случае возникновения затруднений при выполнении самостоятельной работы.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты и социальных сетей.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.



В случае применения при прохождении практики электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.). Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п. Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе. При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах. Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Индивидуальное задание по дисциплине «Дискретные модели»

Задание № 1. Решение дифференциальных уравнений

С помощью явного метода Эйлера, метода Эйлера-Коши и метода Эйлера с пересчетом, составить таблицу приближенных значений решения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего начальным условиям $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$, шаг $h = 0,1$. Все вычисления вести с четырьмя десятичными знаками.

Решить данную задачу с помощью таблиц Excel или средствами сервиса Colab.

Ход решения

1. Решить уравнение методом Эйлера, метода Эйлера-Коши и методом Эйлера с пересчетом.
2. Вывести графики (с размерной сеткой и подписанными осями):
 - решения (методами Эйлера, Эйлера-Коши, Эйлера с пересчетом);
 - разности между полученными значениями функции (попарно для каждой пары методов).
3. Сделать выводы о результатах.

Варианты

$$1. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}, \quad y_0(1,8) = 2,6, \quad x \in [1,8;2,8].$$

$$2. y' = x + \cos \frac{y}{3}, \quad y_0(1,6) = 4,6, \quad x \in [1,6;2,6].$$

$$3. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}, \quad y_0(0,6) = 0,8, \quad x \in [0,6;1,6].$$

$$4. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}, \quad y_0(0,5) = 0,6, \quad x \in [0,5;1,5].$$

$$5. y' = x + \cos \frac{y}{\pi}, \quad y_0(1,7) = 5,3, \quad x \in [1,7;2,7].$$

$$6. y' = x + \cos \frac{y}{2,25}, \quad y_0(1,4) = 2,5, \quad x \in [1,4;2,4].$$

$$7. y' = x + \cos \frac{y}{e}, \quad y_0(1,4) = 2,5, \quad x \in [1,4;2,4].$$

$$8. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}, \quad y_0(0,8) = 1,4, \quad x \in [0,8;1,8].$$

$$9. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}, \quad y_0(1,2) = 2,1, \quad x \in [1,2;2,2].$$

$$10. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}, \quad y_0(2,1) = 2,5, \quad x \in [2,1;3,1].$$

11. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{5}}$, $y_0(1,8) = 2,6$, $x \in [1,8; 2,8]$.
12. $y' = x + \sin \frac{y}{3}$, $y_0(1,6) = 4,6$, $x \in [1,6; 2,6]$.
13. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$, $y_0(0,6) = 0,8$, $x \in [0,6; 1,6]$.
14. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}$, $y_0(0,5) = 0,6$, $x \in [0,5; 1,5]$.
15. $y' = x + \sin \frac{y}{\pi}$, $y_0(1,7) = 5,3$, $x \in [1,7; 2,7]$.
16. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2,8}}$, $y_0(1,4) = 2,2$, $x \in [1,4; 2,4]$.
17. $y' = x + \sin \frac{y}{e}$, $y_0(1,4) = 2,5$, $x \in [1,4; 2,4]$.
18. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2}}$, $y_0(0,8) = 1,3$, $x \in [0,8; 1,8]$.
19. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{3}}$, $y_0(1,1) = 1,5$, $x \in [1,1; 2,1]$.
20. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{11}}$, $y_0(0,6) = 1,2$, $x \in [0,6; 1,6]$.

Задание №2. Исследование дискретной модели Харрода-Домара

1. Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.
2. Рассчитать объем выпуска, используя соотношения дискретной модели Харрода-Домара и значения констант, соответствующие Вашему варианту.

Вариант	s - Норма сбережения	σ - Средняя производительность капитала	Y_0 - Начальное значение выпуска	T - Расчетный интервал
1	0,6	1,8	20	10
2	0,4	1,9	50	10
3	0,65	1,5	100	10
4	0,7	1,2	80	12
5	0,55	1,9	40	11
6	0,75	1,6	55	10
7	0,8	1,1	150	12

8	0,58	1,43	100	11
9	0,72	1,57	80	10
10	0,48	1,9	120	12

3. Построить графики функций $Y(t)$, $C(t)$, $I(t)$, $t \in [0; T]$ на одном графике!
4. Показать, что для любых значений t и $t+1$ выполняется условие

$$\frac{\Delta Y(t+1)}{Y(t)} = \frac{\Delta C(t+1)}{C(t)} = \frac{\Delta I(t+1)}{I(t)} = \sigma_s .$$
5. Построить семейство графиков $Y(t)$ как функцию от нормы сбережения в интервале $[0,1;1,0]$ при $\sigma = \{1.2, 1.6, 1.8, 2.0\}$.

Указания

1. Все данные, приведенные в таблице, должны передаваться в разрабатываемую функцию в качестве параметров.
2. В качестве начальных значений (при инициализации) всем эндогенным переменным присвоить ноль.

Задание №3. Исследование дискретной модели Солоу-Свана

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

1. Рассчитать значение капиталовооруженности в стационарной точке k^* и точке, соответствующей золотому правилу накопления капитала k^g (для этого необходимо использовать соотношения: $sf(k^*) = k^*(n + \delta)$ и $\frac{df(k^g)}{dk} = (n + \delta)$).
2. Построить графики функций $y(t)$, $k(t)$, $I(t)$, $c(t)$.
3. Построить график движения экономики к стационарной точке k^* и графически определить ее.
4. Построить графики, позволяющие графически определить точку k^g , соответствующую золотому правилу накопления капитала.
5. Построить графики, описывающие темпы прироста капиталовооруженности при разных нормах сбережения.
6. Построить графики, описывающие темпы прироста производительности труда при разных нормах сбережения.

Исходные данные

Номер варианта	s – Норма сбережения	δ – норма амортизации	n – темп роста труда	α – коэффициент эластичности капитала
1	0,5	0,25	0,01	0,6
2	0,8	0,26	0,015	0,63
3	0,55	0,27	0,02	0,66

4	0,75	0,28	0,025	0,69
5	0,6	0,29	0,03	0,72
6	0,7	0,30	0,035	0,75
7	0,65	0,31	0,04	0,78
8	0,75	0,32	0,01	0,8
9	0,56	0,33	0,015	0,64
10	0,76	0,35	0,02	0,74

Производственная функция	$k(1)$	Уровни вариации нормы сбережения s	Интервал моделирования
k^α	0,1	$s^g - 0,1; s^g + 0,1$	[1;100]

Задание №4. Исследование моделей движения основных фондов

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

1. Рассчитать темп прироста основного капитала, используя данные, приведенные в таблице ниже. В качестве функции $Y(t)$ использовать производственную функцию, полученную в задании №3. Норму выбытия рассчитать по формуле $\beta=1/T_0$, где продолжительность жизни вводимого капитального блага приведена в таблице. Построить графики для ввода, вывода и текущего запаса капитала.
2. Скорректировать расчет выбытия основного капитала согласно Оленеву. Построить соответствующий график для вывода капитала (для сравнения привести графики из данного задания и из задания 1 на одном рисунке).

Исходные данные

Номер варианта	s – норма накопления	T_0 – продолжительность жизни вводимого капитального блага	K_0 – запас капитала при $t=0$	Темп демонтажа оборудования
1	0,5	10	200	0,1
2	0,8	5	400	0,13
3	0,55	12	600	0,26
4	0,75	3	800	0,19
5	0,6	15	1000	0,22
6	0,7	20	900	0,15
7	0,65	8	700	0,18

8	0,75	25	500	0,08
9	0,56	1	300	0,14
10	0,76	10	250	0,24

Задание 5. Модели функции дожития

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

Использовать все данные из задания №4.

1. Используя значение T_0 , продолжительности жизни вводимого капитального блага, построить три графика для моделей функции дожития: прямоугольной (от 0 до T_0), линейной (от 0 до $2T_0$) и гиперболической (от 0 до $L \cdot T_0$). Функция для гиперболической модели – парабола с вершиной в точке $(0;1)$, пересекающая ось OX в точке $(L \cdot T_0;0)$.
2. Используя полученные результаты, рассчитать текущую стоимость ОФ и построить график.
3. Рассчитать табличную функцию выбытия ОФ и построить ее график. При определении значения $I(t)$ использовать данные из заданий 3 и 4.

Исходные данные

Номер варианта	L
1	1,5
2	1,8
3	1,35
4	1,75
5	1,6
6	1,7
7	1,65
8	1,75
9	1,56
10	1,46

Тема доклада

	Раздел 2. Дискретные модели экономического роста	количество ак. часов*	Фамилия студента
1	Модель потенциального выпуска для трудовых ресурсов, моделирование технического прогресса. Модели функции дожития	3	1. 2. 3.
	Раздел 3. Системы массового обслуживания		
2	Структура СМО. Модели чистого рождения и гибели.	2	1. 2.
3	Обобщенная модель СМО. Функциональные характеристики СМО.	1	1.
4	Обобщенная модель СМО. Специализированные системы обслуживания с пуассоновским распределением. Функциональные характеристики стационарных систем обслуживания	1	1.
5	Модель с одним сервисом. Модели с несколькими сервисами. Модель с параллельными сервисами. Модели самообслуживания и ремонта.	3	1. 2.
6	Модель со стоимостными характеристиками. Модель предпочтительного уровня обслуживания.	3	1. 2.

Пропускная система в метро это

- a. система массового обслуживания с ожиданием ✓
- b. система массового обслуживания с ограниченной длиной очереди
- c. система массового обслуживания с отказами
- d. система массового обслуживания с ограниченным временем ожидания

Эластичность выпуска по труду имеет ограничения

- a. целые числа
- b. $(0,1)$ ✓
- c. $(-\infty,0)$
- d. $(1,+\infty)$

Это стоимость основных фондов на момент постановки на учёт в бухгалтерском балансе

- a. Остаточная первоначальная стоимость основных фондов
- b. Остаточная восстановительная стоимость основных фондов
- c. Восстановительная стоимость основных фондов
- d. Балансовая стоимость основных фондов ✓
- e. Полная первоначальная стоимость основных фондов
- f. Текущая стоимость основных фондов

Запись $e_N = O(h^p)$ означает, что (возможно несколько правильных ответов)

- a. Порядок рассматриваемого численного метода равен p ✓
- b. Порядок рассматриваемого численного метода больше p
- c. Глобальная ошибка метода есть O от h^p
- d. Глобальная ошибка метода есть O от h^p ✓

Телефонная сеть это

- a. система массового обслуживания с ограниченным временем ожидания
- b. система массового обслуживания с ожиданием
- c. система массового обслуживания с ограниченной длиной очереди
- d. система массового обслуживания с отказами ✓

В состав материальных основных фондов включают:

- a. научные статьи
- b. произведения искусства (картины, скульптуры, литературные произведения и т. п.)
- c. фотографии
- d. измерительные и регулирующие приборы и устройства ✓
- e. производственный и хозяйственный инвентарь ✓
- f. базы данных
- g. рабочий, продуктивный и племенной скот ✓
- h. инструмент ✓
- i. жилища ✓
- j. транспортные средства ✓
- k. сооружения ✓
- l. уникальные дизайнерские решения (логотипы, дизайн товара)
- m. многолетние насаждения ✓
- n. вычислительную и оргтехнику ✓
- o. машины и оборудование ✓

Для дискретной модели Харрода - Домара при постоянных капиталовложениях характерен

- a. непрерывный рост выпуска продукции или дохода с постоянным гарантированным темпом роста $s\sigma$
- b. периодические колебания объема выпуска продукции или уровня дохода
- c. постоянный объем выпуска продукции или постоянный уровень дохода
- d. непрерывный рост выпуска продукции или дохода с постоянным гарантированным темпом роста $\ln(1+s\sigma)$ ✓

Моделью экономического роста являются

- a. Модель пересекающихся поколений ✓
- b. Модель Солоу - Свана ✓
- c. Рамсея - Касса ✓
- d. Модель Харрода - Домара ✓
- e. Модель Джексона - Вэника

Неявные одношаговые численные методы решения дифференциальных уравнений характеризуются тем, что

- a. Искомая величина X_{k+1} входит только в левую часть схемы численного метода; для расчета неизвестных (t_{k+1}, X_{k+1}) требуется информация только о предыдущем (t_k, X_k)
- b. Искомая величина X_{k+1} входит только в левую часть схемы численного метода; для расчета неизвестных (t_{k+1}, X_{k+1}) требуется информация об m предыдущих точках
- c. Искомая величина X_{k+1} входит как в левую так и в правую часть схемы численного метода; для расчета неизвестных (t_{k+1}, X_{k+1}) требуется информация об m предыдущих точках
- d. Искомая величина X_{k+1} входит как в левую так и в правую часть схемы численного метода; для расчета неизвестных (t_{k+1}, X_{k+1}) требуется информация только о предыдущем (t_k, X_k) ✓

Функция Кобба - Дугласа в удельных показателях равна:

- a. $y = k^\alpha$ ✓
- b. $y = k^\alpha l^{1-\alpha}$
- c. $y = K^\alpha L^{1-\alpha}$
- d. $y = l^{1-\alpha}$

Вопросы к экзамену по дисциплине "Дискретные модели"

1. Максимальный поток в транспортной сети.
2. Задача о назначениях.
3. Описание процессов с помощью дифференциальных уравнений.
4. Система хищник-жертва.
5. Понятие дискретизации.
6. Модели с дискретным временем.
7. Методы решения дифференциальных уравнений и разностных уравнений
8. Экономические задачи, для которых требуется решение разностных уравнений
9. Модель Харрода-Домара: постулаты, схема функционирования
10. Модель Солоу-Свана: постулаты, схема функционирования
11. Модель потенциального выпуска для основных фондов
12. Модель потенциального выпуска для трудовых ресурсов, моделирование технического прогресса
13. Модель дожития
14. Аналитические законы смертности.
15. Конечные цепи Маркова.

