

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 08.04.2026 15:40:42 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8323723	Рабочая программа дисциплины "Топология многообразий" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 Математика и компьютерные науки направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Топология многообразий

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины является ознакомление студентов с основными понятиями и методами топологии многообразий. Формирование у студентов логического мышления, навыков в умении использовать методы топологии многообразий при решении прикладных задач, связанных с реализацией профессиональных функций.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенции ОПК-1:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.15

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Изучение данной дисциплины опирается на знания по дисциплинам:

Аналитическая геометрия

Топология

Алгебра

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по дисциплине могут быть полезны для научно-исследовательской работы бакалавров и написания выпускной квалификационной работы, а также является предшествующей для дисциплин:

Алгебраическая топология

Теория сложности геометрических объектов (научный семинар)

Гиперболическая геометрия

Вычислительная топология

Теория узлов

Гладкие многообразия

Алгоритмическая топология (научный семинар)

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

Знать:

Для достижения ОПК-1.1: базовые понятия, полученные в области топологии многообразий

Уметь:

Для достижения ОПК-1.2: решать типовые задачи, формулируемые в рамках топологии многообразий

Владеть:

Для достижения ОПК-1.3: навыками использования основных понятий, теорем, законов топологии многообразий для решения задач профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:



Рабочая программа дисциплины "Топология многообразий" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

3.1.1 способы использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности

3.2 Уметь:

3.2.1 использовать фундаментальные знания в области топологии многообразий в профессиональной деятельности

3.3 Владеть:

3.3.1 использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 72	Виды контроля в семестрах: зачеты 4
в том числе :	
аудиторные занятия : 50	
самостоятельная работа : 21,8	
: контактная работа: 50,2 ИКР: 0,2	

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Топологические пространства				
1.1	Топологические пространства /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
1.2	Топологические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. Гомотопные отображения. Изотопия. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
1.3	n-мерные многообразия. Край многообразия. Замкнутые многообразия. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
1.4	Топологические пространства /Ср/	4	5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
Раздел 2. Полиэдры и симплициальные комплексы				
2.1	Симплициальный комплекс. Полиэдры. Клеточный комплекс /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
2.2	Фундаментальная группа /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
2.3	Примеры n-мерного симплекса, грани симплекса, ориентации симплекса, симплициального комплекса. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
2.4	Фундаментальная группа. Теорема Ван-Кампена. Вычисление фундаментальной группы клеточного комплекса. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
2.5	Контрольная работа по теме 2 /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
2.6	Полиэдры и симплициальные комплексы /Ср/	4	4,8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
Раздел 3. Поверхности				
3.1	Поверхность /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
3.2	Классификация замкнутых поверхностей. Классификация поверхностей с краем /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
3.3	Эйлерова характеристика клеточного комплекса, поверхностей. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
3.4	Классификация замкнутых поверхностей /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1



Рабочая программа дисциплины "Топология многообразий" по направлению подготовки (специальности)
02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные
методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 5

3.5	Классификация поверхностей с краем /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
3.6	Контрольная работа по теме 3 /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
3.7	Поверхности /Ср/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
Раздел 4. Трехмерные многообразия				
4.1	Многообразия с коническими особенностями /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
4.2	Разбиение. Сложность /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
4.3	Склейка многогранников. Ориентируемость. Критерий отсутствия особенностей. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
4.4	Многообразия с коническими особенностями. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
4.5	Линзовые пространства. Многообразия рода 0 и 1. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
4.6	Многообразия Зейферта /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
4.7	Спайны трехмерных многообразий. Сложность трехмерного многообразия. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
4.8	Контрольная работа по теме 4 /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
4.9	Трехмерные многообразия /Ср/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
Раздел 5. Расслоения и накрытия				
5.1	Расслоения /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
5.2	Расслоения. Накрытия. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
5.3	Фундаментальная группа и универсальное накрытие. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
5.4	Расслоения и накрытия /Ср/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1
Раздел 6. Иная контактная работа				
6.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	4	0,2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Контрольная работа
2. Вопросы для зачета

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Контрольная работа № 1

Дан двумерный клеточный комплекс. Нарисовать особый граф клеточного комплекса. Выписать фундаментальную группу данного клеточного комплекса, первую группу гомологий.

Контрольная работа № 2

Для поверхности, заданной склейкой многоугольников, определить ее эйлерову характеристику, ориентируемость и тип.

Контрольная работа № 3

Дано трехмерное многообразие, заданное склейкой граней многогранника. Определить число и тип конических особенностей, ориентируемость данного многообразия.



6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы для зачёта:

1. Определение и примеры n -мерного многообразия, края многообразия, замкнутого многообразия.
2. Определение ориентации пространства R^n .
3. Определение и примеры n -мерного симплекса, грани симплекса, ориентации симплекса, симплицеального комплекса.
4. Определение и примеры полиэдров. Барицентр и барицентрическое подразбиение.
5. Определение и примеры клеточного комплекса. Эйлерова характеристика клеточного комплекса.
6. Определение и примеры фундаментальной группы с базисной точкой. Независимость от выбора базисной точки.
7. Доказательство теоремы Ван-Кампена.
8. Алгоритм вычисления фундаментальной группы клеточного комплекса.
9. Определение и примеры поверхностей, связанной суммы поверхностей. Ориентация поверхности.
10. Эйлерова характеристика поверхности. Доказательство независимости эйлеровой характеристики от выбора клеточного разбиения.
11. Доказательство теоремы о классификации замкнутых поверхностей.
12. Классификация поверхностей с краем.
13. Вычисление фундаментальной группы поверхностей.
14. Определение типа поверхности, заданной склейкой многогранников.
15. Определение многообразия с коническими особенностями.
16. Доказательство критерия отсутствия конических особенностей.
17. Определение и примеры линзового пространства.
18. Определение многообразия рода 0 и 1.
19. Определение и примеры многообразия Зейферта.
20. Определение триангуляции многообразий, разбиения на ручки.
21. Определение и примеры спайнов трехмерных многообразий.
22. Определение и примеры цепных комплексов.
23. Определение групп гомологий цепных комплексов.
24. Определение и примеры вычисления групп гомологий симплицеальных комплексов.
25. Определения и примеры расслоения. Расслоение Хопфа.
26. Определения и примеры накрытия.
27. Связь фундаментальной группы и универсального накрытия.

6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях и проверки домашних заданий;
- промежуточный контроль осуществляется в форме опросов по каждой из четырех тем, контрольных работ и проведения итогового зачетного мероприятия.

Оценивание студента при текущем контроле ведется по двум направлениям:

- Решения задач на практических занятиях.
- Выполнение домашних заданий.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за опросы, контрольные работы и итоговое зачетное мероприятие. Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

- От 0 до 59 баллов – «не зачтено»,
- От 60 до 100 баллов – «зачтено».

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
--	---------	----------	---------------	--------



	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Виро О. Я., Иванов О. А., Нецветаев Н. Ю., Харламов В. М.	Элементарная топология: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=64196)	Москва : МЦНМО, 2010	ЭБС
Л1.2	Подран В. Е.	Элементы топологии: учебное пособие для вузов (https://e.lanbook.com/book/147138)	Санкт-Петербург : Лань, 2020	ЭБС
Л1.3	Мищенко А. С., Фоменко А. Т.	Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69322)	Москва : Физматлит, 2004	ЭБС
Л1.4	Кузовлев В. П.	Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275554)	Москва : Физматлит, 2012	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Матвеев С. В.	Алгоритмическая топология и классификация трехмерных многообразий: монография (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63262)	Москва : МЦНМО, 2007	ЭБС

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей. – Текст : электронный.
2. Реферативная база по математике MathSciNet (<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
3. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
4. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студента. На лекциях и семинарских занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и приемы решения задач.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать лекционные занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал лекции, с указанием даты проведения лекции и темы;
- посещать практические (семинарские) занятия, на которых рассматриваются основные методы и приемы решения задач. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет



связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

