

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата публикации: 17.11.2025 16:48:47 Уникальный идентификатор документа: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8329378	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика (профиль) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	---	--	--------



ПОТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

/ В.Е. Федоров

23.11.2021

2021 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Численные методы

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Топологические и аналитические методы исследования математических моделей

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2021

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) принята:

Ученым советом математического факультета

Протокол заседания № 13 « 24 » 06 2021 г.

Председатель Ученого совета
математического факультета  Е.А. Сбродова

Секретарь Ученого совета
математического факультета  С.А. Никитина

Рабочая программа дисциплины (модуля) одобрена и рекомендована кафедрой

Вычислительной математики

Протокол заседания № 14 от « 18 » 06 2021 г.

Заведующий кафедрой, д.ф.-м.н.  В.Н. Павленко

Автор (составитель) к.ф.-м.н., доцент  М.Г. Лепчинский

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора
ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «05» декабря 2018 г. № 678-1**

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья

Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 4
---	--------

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины состоит в изучении классических методов решения математических задач с помощью вычислительной техники.
Задачами изучения дисциплины являются:
1. Овладение теорией методов вычислений по всем основным разделам этой дисциплины.
2. Овладение практическими навыками исследования методов на предмет применения их к конкретной вычислительной задаче.
3. Овладение навыками вычислений на ЭВМ в рамках изучаемых численных методов.
Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенций УК-3, ОПК-1, ОПК_4
УК-3.1. Демонстрирует понимание типологии и факторов формирования команд, лидерства и способов социального взаимодействия.
УК-3.2. Осуществляет взаимодействие с другими членами команды, в т.ч. участвует в обмене информацией, знаниями и опытом.
УК-3.3. Имеет опыт участия в командной работе.
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук
ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук
ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-4.1. Демонстрирует знание теории алгоритмов, методологии и технологии программирования.
ОПК-4.2. Демонстрирует умения находить, анализировать, реализовывать программно математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
ОПК-4.3. Имеет практический опыт программной реализации математических алгоритмов

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:	К.М.02.05
2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Изучение данной дисциплины базируется на курсах математического анализа и алгебры, аналитической геометрии, информатики, программирования.	
Математический анализ	
Аналитическая геометрия	
Алгебра	
Информатика	
Технология программирования	
Практика по программированию	
2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Полученные знания могут найти применение в любой области прикладной математики, физики, при численном решении прикладных задач математического моделирования.	
Вариационное исчисление и методы оптимизации	
Физика	

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

УК-3: Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде
Знать:
Демонстрирует понимание типологии и факторов формирования команд, лидерства и способов социального взаимодействия.
Уметь:
осуществлять взаимодействие с участниками команды в процессе работы над проектом в области численного моделирования
Владеть:

Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 5
---	--------

Имеет опыт участия в командной работе.

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

Знать:

Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.

Уметь:

Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.

Владеть:

Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.

ОПК-4: Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем

Знать:

Демонстрирует знание теории алгоритмов, методологии и технологии программирования.

Уметь:

Демонстрирует умения находить, анализировать, реализовывать программно математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем

Владеть:

Имеет практический опыт программной реализации математических алгоритмов

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:	
3.1.1	Способы взаимодействия с участниками команды в процессе работы над проектом в области численного моделирования; классические методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений; основные способы интерполирования функция; основные формулы приближенного вычисления интегралов; основные формулы численного дифференцирования; классические методы решения нелинейных уравнений и систем; основные методы решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка как в одномерном, так и в многомерном пространстве; разностные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка; разностные схемы для основных уравнений математической физики; основные математические алгоритмы, лежащие в основе численных методов.
3.1.2	
3.1.3	
3.2 Уметь:	
3.2.1	осуществлять взаимодействие с участниками команды в процессе работы над проектом в области численного моделирования; находить число итераций,
3.2.2	необходимое для достижения заданной точности; давать оценку погрешности приближенных формул; исследовать порядок аппроксимации разностных схем; строить формулы численного дифференцирования и интегрирования исходя из соображений точности; писать компьютерные программы, реализующие основные алгоритмы численных методов; самостоятельно находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике алгоритмы численных методов, в том числе с применением современных вычислительных систем.
3.2.3	
3.3 Владеть:	
3.3.1	Студент должен иметь навыки работы в команде в процессе работы над проектом в области численного моделирования; иметь навыки применения алгоритмов численных методов; владеть навыками программной реализации математических алгоритмов в области численных методов.

Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 6
---	--------

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
Общая трудоемкость	9 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 324 в том числе : аудиторные занятия : 112 самостоятельная работа : 176 часов на контроль : 36	Виды контроля в семестрах: экзамены 8 зачеты 7

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Основные задачи линейной алгебры				
1.1	Метод квадратного корня. Методы решения системы Л Метод Гаусса. Оценка числа арифметических действий. Понятие о количестве арифметических действий как об одном из критериев качества алгоритма. СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Число обусловленности системы линейных уравнений и его свойства. Метод простой итерации. Теорема о достаточном условии сходимости. Необходимое и достаточное условие сходимости. Метод Зейделя. Достаточное условие сходимости. Метод верхней релаксации. Метод минимальных невязок. Метод наискорейшего градиентного спуска. Многочлены Чебышева. Явный итерационный метод с чебышевским набором параметров. /Лек/	7	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.2	Элементы теории погрешностей. Прямые методы решения систем линейных уравнений. Итерационные методы решения систем линейных уравнений. /Лаб/	7	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э3 Э4
1.3	Подготовка к коллоквиуму по разделам 1-4. Изучение абсолютных и относительных погрешностей чисел и функций, понятие значащей цифры. Решение на компьютере систем линейных уравнений, нахождение определителя и обратной матрицы различными прямыми методами. Решение на компьютере систем линейных уравнений различными итерационными методами. /Ср/	7	30	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4
Раздел 2. Интерполирование и приближение функций				
2.1	Постановка задачи интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа, его существование и единственность. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен Лагранжа в форме Ньютона с разделенными разностями. Минимизация остаточного члена интерполяционной формулы. Интерполирование сплайнами. Построение кубического сплайна. Экстремальные свойства сплайнов. Тригонометрическая интерполяция. Дискретное преобразование Фурье. /Лек/	7	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э4 Э5
2.2	Интерполирование алгебраическими многочленами. Построение интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона. Интерполирование сплайнами. Построение кубического сплайна /Лаб/	7	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э4 Э5
2.3	Подготовка к коллоквиуму по разделам 1-4. Построение интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона. Построение кубического сплайна. /Ср/	7	30	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э4 Э5
Раздел 3. Численное интегрирование и дифференцирование				
3.1	Понятие квадратурной формулы. Квадратурная формула прямоугольников. Оценка погрешности. Квадратурная формула трапеций. Оценка погрешности. Квадратурная формула Симпсона. Оценка погрешности. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Оценка погрешности. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы Гаусса, их построение. Существование и единственность квадратурных формул Гаусса. Интегрирование сильно осциллирующих функций. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях. Построение формул численного дифференцирования методом неопределенных коэффициентов. /Лек/	7	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3

Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 7
3.2	Численное интегрирование. Приближенное вычисление интегралов с помощью квадратурных формул прямоугольников, трапеций и Симпсона. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Приближенное вычисление интегралов с помощью квадратурных формул интерполяционного типа. /Лаб/	7	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
3.3	Подготовка к коллоквиуму по разделам 1-4. Приближенное вычисление интегралов с помощью квадратурных формул прямоугольников, трапеций и Симпсона. Приближенное вычисление интегралов с помощью квадратурных формул интерполяционного типа. /Ср/	7	30	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
Раздел 4. Решение нелинейных уравнений				
4.1	Нелинейные уравнения. Отделение и уточнение корней. Метод бисекций. Метод простой итерации. Метод релаксации. Метод Ньютона. Метод секущих. Методы решения систем нелинейных уравнений. /Лек/	7	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э4 Э5
4.2	Решение нелинейных уравнений. Приближенное решение нелинейных уравнений с помощью различных интерполяционных методов. Методы решения систем нелинейных уравнений. Приближенное решение систем нелинейных уравнений с помощью различных итерационных методов. /Лаб/	7	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э4 Э5
4.3	Подготовка к коллоквиуму по разделам 1-4. Приближенное решение нелинейных уравнений с помощью различных итерационных методов. Приближенное решение систем нелинейных уравнений с помощью различных интерполяционных методов. /Ср/	7	18	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э4 Э5
Раздел 5. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений				
5.1	Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Метод разложения в ряд Тейлора решения задачи Коши. Метод Эйлера решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения и его модификации. Методы Рунге- Кутта. Сходимость методов Рунге-Кутта. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. /Лек/	8	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э3 Э4
5.2	Задача Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Численное решение задачи Коши для ОДУ различными методами. Метод сеток решения граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Численное решение задачи Коши для систем ОДУ различными методами. /Лаб/	8	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
5.3	Подготовка к коллоквиуму по разделам 5-6. Численное решение задачи Коши для систем ОДУ различными методами. Численное решение краевой задачи для ОДУ второго порядка с переменными коэффициентами. /Ср/	8	34	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э3 Э4
Раздел 6. Численные методы решения задач математической физики. Конечно-разностные методы				

Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 8
6.1	Интегро-интерполяционный метод. Построение разностной схемы краевой задачи для ОДУ второго порядка интегро-интерполяционным методом, ее порядок аппроксимации. Сходимость разностной схемы, построенной интегро-интерполяционным методом. Сетки и сеточные функции. Конечно-разностные уравнения. Исследование свойств конечно-разностных схем на модельных примерах. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость и сходимость разностных схем. Аппроксимация, устойчивость и сходимость для простейшей краевой задачи для ОДУ второго порядка. Разностная схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Условия положительности коэффициентов. Принцип максимума и его следствия. Теорема сравнения и ее следствия. Устойчивость однородной разностной схемы для уравнения Пуассона по граничному условию. Устойчивость разностной схемы для уравнения Пуассона. Корректность. Простейшие разностные схемы для уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной, явная и неявная схемы, схема с весами. Аппроксимация схемы с весами. Схема со вторым порядком аппроксимации. Оператор второй разностной производной. Собственные значения и собственные функции оператора второй разностной производной. Пятиточечный разностный оператор Лапласа. Методы решения сеточной задачи Дирихле: метод Гаусса, метод разложения в дискретный ряд Фурье, метод простой итерации. Численные методы решения интегральных уравнений второго рода. Метод регуляризации решения интегральных уравнений первого рода. /Лек/	8	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
6.2	Метод сеток решения граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Численное решение краевой задачи для ОДУ второго порядка с переменными коэффициентами. /Лаб/	8	10	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
6.3	Подготовка к коллоквиуму по разделам 5-6. Численное решение краевой задачи для ОДУ второго порядка с переменными коэффициентами. /Ср/	8	34	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
Раздел 7. Экзамен				
7.1	Экзамен /Экзамен/	8	36	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Коллоквиум 1
Коллоквиум 2
Лабораторные работы 1-12
Проверка ведения тетради
Экзаменационная контрольная работа

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Вопросы к коллоквиуму 7 семестр

1. Алгоритм метода Гаусса.
2. Метод прогонки.
3. Метод итераций решения системы линейных уравнений. Достаточное условие сходимости. Оценка погрешности.
4. Метод Якоби. Достаточное условие сходимости.
5. Метод простой итерации. Теорема о сходимости.
6. Метод Зейделя. Достаточное условие сходимости.
7. Метод минимальных невязок. Теорема о сходимости.
8. Многочлены Чебышева.
9. Явный итерационный метод с чебышевским набором параметров.
10. Постановка задачи интерполирования.

11. Интерполяционная формула Лагранжа.
12. Определение разделенной разности. Интерполяционная формула Ньютона .
13. Оценка погрешности интерполирования.
14. Оптимальный выбор узлов интерполирования.
15. Определение кубического сплайна.
16. Понятие квадратурной формулы.
17. Квадратурная формула прямоугольников и ее порядок точности.
18. Квадратурная формула трапеций и ее порядок точности.
19. Квадратурная формула Симпсона и ее порядок точности.
20. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Формулы для коэффициентов. Утверждения о точности.
21. Квадратурные формулы Гаусса. Критерий точности.
22. Существование и единственность квадратурных формул Гаусса.
23. Свойства квадратурных формул Гаусса.
24. Построение формул численного дифференцирования методом неопределенных коэффициентов, погрешность аппроксимации первой и второй разностной производной.

Типы задач.

1. Найти число итераций, необходимое для достижения заданной точности решения системы линейных уравнений.
2. Найти шаг сетки h , обеспечивающий заданную точность квадратурной формулы.
3. Исследовать порядок точности квадратурной формулы.
4. Найти порядок аппроксимации дифференциального оператора.
5. Построить формулу численного дифференцирования, точную для многочленов степени n .

Структура билета.

1. Теоретический вопрос -5 баллов
2. Теоретический вопрос -5 баллов
3. Теоретический вопрос -5 баллов
4. Задача - 5 баллов.

Вопросы к коллоквиуму 8 семестр

1. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения. Достаточное условие сходимости.
2. Метод релаксации решения нелинейного уравнения.
3. Метод Ньютона. Достаточное условие сходимости.
4. Модификации метода Ньютона: случай кратного корня, модифицированный метод Ньютона, метод секущих.
5. Методы решения систем нелинейных уравнений: метод итераций, метод Ньютона.
6. Методы решения систем нелинейных уравнений: нелинейные методы Якоби и Зейделя.
7. Метод Эйлера решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, его порядок аппроксимации.
8. Определение методов Рунге-Кутты. Теорема о сходимости.
9. Определение многошагового разностного метода решения задачи Коши.
10. Погрешность аппроксимации многошаговых разностных методов.
11. Теорема о сходимости многошагового разностного метода.
12. Построение разностной схемы интегро-интерполяционным методом. Порядок аппроксимации и порядок точности.
13. Примеры разностных схем для уравнения теплопроводности. Условия устойчивости, полученные методом гармоник. Абсолютная и условная устойчивость.
14. Аппроксимация, корректность и сходимость разностных схем.
15. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.

Типы задач

6. Найти шаг сетки h , обеспечивающий заданную точность квадратурной формулы.
7. Исследовать порядок точности квадратурной формулы.
8. Найти порядок аппроксимации дифференциального оператора.
9. Построить формулу численного дифференцирования, точную для многочленов степени n .
10. При каких значениях параметра сходится метод релаксации для нахождения корня нелинейного уравнения?

Структура билета

5. Теоретический вопрос -5 баллов
6. Теоретический вопрос -5 баллов
7. Теоретический вопрос -5 баллов
8. Задача - 5 баллов.

Пример лабораторной работы

Лабораторная работа 1

Тема: Элементы теории погрешностей

Задание 1. Округляя числа до трех значащих цифр, определить абсолютную Δ и относительную δ погрешности полученных приближенных чисел.

Задание 2. Определить абсолютные погрешности следующих приближенных чисел по их относительным погрешностям.

Задание 3. Определить количество верных цифр в числе x , если известна его абсолютная погрешность.

Задание 4. Определить количество верных цифр в числе, если известна его относительная погрешность.

Задание 5. Вычислить значения следующих функций при указанных значениях аргумента. Определить абсолютные и относительные погрешности результатов, считая все знаки исходных данных верными.

Задание 6. Вычислить значения следующих функций при указанных значениях переменных. Определить абсолютные и относительные погрешности результатов, считая все знаки исходных данных верными.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Контрольные вопросы к экзамену.

Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

1. Алгоритм метода Гаусса.
2. Вычисление определителя матрицы и обратной матрицы.
3. Метод прогонки.
4. Метод итераций решения системы линейных уравнений. Достаточное условие сходимости. Оценка погрешности.
5. Метод Якоби. Достаточное условие сходимости.
6. Метод простой итерации решения системы линейных уравнений. Теорема о сходимости.
7. Метод Зейделя. Достаточное условие сходимости.
8. Метод минимальных невязок. Теорема о сходимости.
9. Многочлены Чебышева.
10. Явный итерационный метод с чебышевским набором параметров. Теорема. без доказательства.

Интерполирование и приближение функций.

1. Постановка задачи интерполирования.
2. Интерполяционная формула Лагранжа (вывод).
3. Интерполяционная формула Ньютона (вывод).
4. Оценка погрешности интерполирования.
5. Оптимальный выбор узлов интерполирования.
6. Интерполирование сплайнами. Выписать систему уравнений.

Численное интегрирование и дифференцирование.

1. Понятие квадратурной формулы.
2. Квадратурная формула прямоугольников и ее порядок точности.
3. Квадратурная формула трапеций и ее порядок точности.
4. Квадратурная формула Симпсона и ее порядок точности (без доказательства).
5. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Формулы для коэффициентов. Утверждения о точности.
6. Квадратурные формулы Гаусса. Критерий точности.
7. Существование и единственность квадратурных формул Гаусса.
8. Свойства квадратурных формул Гаусса.
9. Построение формул численного дифференцирования методом неопределенных коэффициентов, погрешность аппроксимации первой и второй разностной производной.

Решение нелинейных уравнений.

1. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения. Достаточное условие сходимости.
2. Метод Ньютона. Достаточное условие сходимости.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

1. Метод Эйлера решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, его порядок аппроксимации.

2. Методы Рунге-Кутты, однопараметрическое семейство 2 порядка аппроксимации..
3. Теорема о сходимости методов Рунге-Кутты.
4. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши: условия p -го порядка аппроксимации.

Разностные методы решения задач математической физики.

1. Аппроксимация, корректность и сходимость разностных схем.
2. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
3. Условия положительности коэффициентов.
4. Принцип максимума.
5. Следствия из принципа максимума.
6. Теорема сравнения и ее следствия.
7. Устойчивость однородной разностной задачи Дирихле по граничному условию.
8. Устойчивость разностной задачи Дирихле по граничному условию и правой части.
9. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Примеры. Устойчивость схемы с весами (без доказательства).

Примеры экзаменационных задач

1. Найти шаг сетки h , обеспечивающий точность 0.001 квадратурной формулы Симпсона для вычисления интеграла .
2. Найти порядок аппроксимации оператора разностным выражением .
3. Построить формулу численного дифференцирования, точную для многочленов степени 2, для вычисления по системе узлов $0, h, 2h$.
4. Найти число итераций, необходимое для достижения заданной точности $\epsilon=0.001$ решения системы методом итераций.

Пример экзаменационного билета

Билет 1

1. Метод прогонки. Достаточные условия устойчивости прогонки (с доказательством).
2. Оценка погрешности интерполирования.
3. Понятие квадратурной формулы.
4. Найти шаг сетки h , обеспечивающий точность 0.001 квадратурной формулы прямоугольников для вычисления интеграла.

6.4. Критерии оценивания

7 семестр

Посещение лабораторных занятий - 10 баллов

Ведение тетради - 10 баллов

Выполнение лабораторных работ - по 10 баллов за каждую:

Лабораторная работа № 1

Лабораторная работа № 2

Лабораторная работа № 3

Лабораторная работа № 4

Лабораторная работа № 5

Лабораторная работа № 6

Лабораторная работа № 7

Лабораторная работа № 8

Итого 100 баллов.

Зачет выставляется при наличии не менее 60 баллов

8 семестр.

Ведение тетради 10 баллов

Посещение лекций за оба семестра - 10 баллов

Выполнение лабораторных работ по 10 баллов.

Лабораторная работа № 1

Лабораторная работа № 2

Лабораторная работа № 3

Лабораторная работа № 4

Коллоквиум №1 - 20 баллов
Коллоквиум №2 - 20 баллов

Экзаменационная контрольная работа - 25 баллов
Итого -- 125 баллов

Критерий постановки итоговой оценки (8 семестр):
25 – 49 баллов – выставляется оценка “неудовлетворительно”,
50– 69 баллов – выставляется оценка “удовлетворительно”,
70 – 90 баллов – выставляется оценка “хорошо”,
91 – 125 баллов – выставляется оценка “отлично”.

Критерии оценивания лабораторной работы

Максимальный балл за одну лабораторную работу — 10 баллов.

9-10 баллов: Прделаны все предварительные построения, преобразования и оценки. Написана программа общего вида, позволяющая решать задачи из некоторого класса. Произведена проверка. Студент разбирается в программе и способен ее модифицировать.

7-8 баллов: Прделаны все основные предварительные построения. Написана программа общего вида, позволяющая решать задачи из некоторого класса. Произведена проверка. Студент разбирается в программе

3-6 баллов: Написана работающая программа для решения конкретной задачи. Произведена проверка. Студент разбирается в программе и способен ее модифицировать. Предварительные выкладки могут отсутствовать

0-2 балла : Программа не работает или студент не разбирается в программе.

Критерии оценивания коллоквиума

Максимальный балл за коллоквиум — 20 баллов. Этот балл складывается из баллов, полученных за каждый теоретический вопрос. В билете – 4 теоретических вопроса без доказательства.

Критерии оценивания теоретического вопроса

Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос — 5.

5 баллов: Даны аккуратные определения и четкие формулировки теорем, свойств. Объяснены все обозначения, участвующие в ответе.

4 балла: Даны аккуратные определения и четкие формулировки теорем, свойств. Не объяснены некоторые обозначения. Возможны незначительные неясности в изложении.

3 балла: Определения и формулировки в целом приведены, но содержат незначительные неточности, недостаточная ясность изложения

0-2 балла: Ответ на вопрос отсутствует или содержит определения и формулировки, содержащие значительные ошибки

Критерии оценивания экзаменационной контрольной работы

Максимальный балл за экзаменационную контрольную работу — 25 баллов. Этот балл складывается из баллов, полученных за каждый теоретический вопрос. В билете – 1 теоретический вопрос с доказательством и 3 теоретических вопроса без доказательства.

Критерии оценивания теоретического вопроса с доказательством

Максимальный балл — 10.

9-10 баллов: Даны аккуратные определения и подробные доказательства теорем, свойств. Объяснены все обозначения, участвующие в ответе.

7-8 баллов: Даны определения и доказательства теорем, свойств. Не объяснены некоторые обозначения. Возможны незначительные неясности в изложении.

3-6 баллов: Определения и доказательства в целом приведены, но содержат незначительные неточности, недостаточная ясность изложения. Возможно, не приведены доказательства.

0-2 балла: Ответ на вопрос отсутствует или содержит определения и формулировки, содержащие значительные ошибки

Критерии оценивания теоретического вопроса без доказательства аналогичны критериям для коллоквиума.

Критерии оценивания ведения тетради

9-10 баллов: В тетради отражены все предварительные построения, преобразования и оценки. Студент блестяще разбирается в теории по теме лабораторной работы.

7-8 баллов: В тетради отражены все основные предварительные построения, преобразования и оценки. Студент хорошо разбирается в теории по теме лабораторной работы..

3-6 баллов: В тетради отражены некоторые предварительные построения. Студент удовлетворительно разбирается в

Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 13
теории по теме лабораторной работы.. 0-2 балла: В тетради не отражены предварительные построения или студент не разбирается в теории по теме лабораторной работы..	

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Срочко В. А.	Численные методы. Курс лекций (https://e.lanbook.com/book/167781)	Санкт- Петербург : Лань, 2021	ЭБС
Л1.2	Киреев В. И., Пантелеев А. В.	Численные методы в примерах и задачах (https://e.lanbook.com/book/168828)	Санкт- Петербург : Лань, 2021	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Калиткин Н. Н., Самарский А. А.	Численные методы (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456957)	Москва : Наука, 1978	ЭБС
Л2.2	Басик В. А., Мелешко И. Н., Азаров А. И., Монастырский П. И.	Сборник задач по методам вычислений: учебное пособие для вузов	Минск : Издательство БГУ, 1983	
Л2.3	Самарский А. А., Гулин А. В.	Численные методы: учебное пособия для вузов	Москва: Наука, 1989	

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: http://e.lanbook.com/ .			
Э2	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. – URL: http://biblioclub.ru/ .			
Э3	Юрайт [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Юрайт. – URL: https://biblio-online.ru .			
Э4	Znanium.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Научно-издательский центр ИНФРА-М. – URL: http://znanium.com/ .			
Э5	Национальная электронная библиотека (НЭБ) [Электронный ресурс] : объединенный электронный каталог фондов российских библиотек : сайт. – URL: http://нэб.рф .			
Э6	Единое окно доступа к образовательным ресурсам - федеральная информационная система открытого доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно- методических материалов для всех уровней образования: дошкольное, общее, среднее профессиональное, высшее, дополнительное. http://window.edu.ru			

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

MS Office365

Visual Studio

LMS Moodle

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

Справочник «Информо» (<http://www.informio.ru/>) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: <http://www.informio.ru/>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 14
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащённая проектором, экраном, доской, мелом; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.	
Компьютерный класс для проведения лабораторных занятий, оснащённая проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом, а также индивидуальными компьютерами.	
Для самостоятельной работы обучающихся используется электронный читальный зал научной библиотеки ЧелГУ, оснащенный персональными компьютерами, мультимедийной аппаратурой. В аудитории обеспечен доступ к различной справочной литературе, энциклопедиям, библиографическим и полнотекстовым базам данных, информационным ресурсам «Интернет».	

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

<p>Учебный курс строится таким образом, чтобы способствовать созданию у студента понятийно-теоретического ядра и развитию практического навыка решения задач в области численных методов.</p> <p>Для успешного усвоения материала студенту необходимо использовать следующие формы обучения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Лекционная форма, которая предполагает посещение и конспектирование лекций. Лекционные занятия могут проводиться как в классической форме, предполагающее устное изложение материала преподавателем и конспектированием материала студентам, так и форме семинара, студентам предлагается совместное решение теоретических задач при возможной помощи преподавателя. Кроме того, часть лекций сопровождается интерактивными материалами для лучшего понимания геометрической интерпретации материала. Особое внимание следует уделить подготовке к коллоквиумам. 2. Практическая форма занятий предполагает посещение их студентом и выполнения лабораторных работ в течение семестра. Большое внимание уделяется ведению тетради по лабораторным работам, в которой студент отражает задание по своему варианту, описание метода и дополнительные вычисления и построения, необходимые для выполнения лабораторной работы. 3. Самостоятельная форма работы, предполагает кроме выполнения лабораторных работ и ведения тетради необходимость использования и изучения литературы по заданной теме. В случае затруднений при выполнении лабораторных работ необходимо обратиться за помощью к лектору, а также преподавателю, ведущему лабораторные занятия, согласно расписанию их консультаций, которое висит вблизи кафедры вычислительной математики. <p>В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и руководителя практики осуществляется в режиме реального времени (чат), или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, чаты, электронная почта).</p> <p>Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с руководителем практики по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей.</p> <p>Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.</p> <p>При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.</p> <p>Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.</p>
--

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «EIBraile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);

б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);

в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические

Рабочая программа дисциплины "Численные методы" по направлению подготовки (специальности) "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Топологические и аналитические методы исследования математических моделей ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 16
<p>средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.</p> <p>Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.</p>	