

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 05.09.2025 12:17:42  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bf98f5b6cb773486b923788b8322374



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» по направлению подготовки 24.03.03 «Баллистика и гидроаэродинамика» направленности (профилю) Баллистика и гидроаэродинамика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств  
для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)  
**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**

Направление подготовки (специальность)  
**24.03.03 «Баллистика и гидроаэродинамика»**

Направленность (профиль)  
**«Баллистика и гидроаэродинамика»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2025**

Челябинск, 2025 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств .....	3
2. Перечень формируемых компетенций .....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине .....	5
3.1. Виды оценочных средств .....	5
3.2. Содержание оценочных средств .....	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации .....	8
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации .....	8
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств .....	9
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций .....	9



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» по направлению подготовки 24.03.03 «Баллистика и гидроаэродинамика» направленности (профилю) Баллистика и гидроаэродинамика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 24.03.03 Баллистика и гидроаэродинамика.

Направленность: Баллистика и гидроаэродинамика.

Дисциплина: Интегральные уравнения и вариационное исчисление.

Семестр: 4.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знать теорию и основные законы в области естественнонаучных и общеинженерных дисциплин. ОПК-1.2. Уметь применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Уметь применять методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>• основные понятия и методы решения интегральных уравнений.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>• выбирать наиболее эффективный метод решения поставленных задач, обосновывать использование выбранных методов.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>• методами решения задач, связанных с решениями интегральных уравнений основных типов, владеть навыками использования полученных знаний при решении задач профессиональной деятельности.</li></ul>



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ОПК-1</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>основные понятия и методы решения интегральных уравнений.</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>выбирать наиболее эффективный метод решения поставленных задач, обосновывать использование выбранных методов.</li></ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>методами решения задач, связанных с решениями интегральных уравнений основных типов, владеть навыками использования полученных знаний при решении задач профессиональной деятельности.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>– Основные понятия</li><li>– Уравнения Фредгольма</li><li>– Интегральные уравнения Вольтерра</li><li>– Вариационное исчисление</li></ul>	Типовой расчет Контрольная работа 1,2 Реферат	Вопросы к зачету

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

#### 3.2. Содержание оценочных средств

Примерный вариант контрольной работы:

1. Что такое функционал?
2. Поставить задачу с закрепленными концами и сформулировать необходимые условия экстремума для функционала

$$V[y] = \int F(x, y_1, \dots, y_n; y'_1, \dots, y'_n) dx$$



Примерный вариант типового расчета

Решить интегральные уравнения методом последовательных приближений.

$$\begin{aligned} 1. y(x) &= \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x-t} y(t) dt + e^x. & 2. y(x) &= \int_0^1 x e^{x-t} y(t) dt + e^x. \\ 3. y(x) &= \int_0^1 xt y(t) dt + \sqrt{1-x^2}. & 4. y(x) &= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} x \sin t y(t) dt + \sin x. \\ 5. y(x) &= \int_1^e \frac{\ln t}{x} y(t) dt + \ln x. & 6. y(x) &= \int_0^1 \sqrt{xt} y(t) dt + x. \\ 7. y(x) &= \int_1^2 \sqrt{\frac{x}{t^3}} y(t) dt + x^{3/2}. & 8. y(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi t \sin x y(t) dt + \cos x. \end{aligned}$$

Вопросы к зачету:

1. Введение. Примеры интегральных уравнений.
2. Метрические, нормированные и евклидовы пространства. Элементы теории линейных операторов.
3. Существование собственного значения у самосопряженного компактного оператора.
4. Построение последовательности собственных значений и собственных векторов самосопряженного компактного оператора.
5. Теорема Гильберта–Шмидта.
6. Неоднородные уравнения Фредгольма 2-го рода с симметрическими ядрами.
7. Принцип сжимающих отображений. Теоремы о неподвижной точке.
8. Применение теоремы о неподвижной точке к неоднородным уравнениям Фредгольма 2-го рода.
9. Уравнения Вольтерра 2-го рода.
10. Уравнения Вольтерра 1-го рода.
11. Интегральные уравнения с вырожденными ядрами. Теоремы Фредгольма.
12. Задача Штурма–Лиувилля.
13. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
14. Основные задачи вариационного исчисления.
15. Понятие вариации функционала.
16. Простейшая задача вариационного исчисления (задача с закрепленными концами).
17. Достаточное условие экстремума в задаче с закрепленными концами.
18. Задачи на условный экстремум.
19. Задачи с подвижной границей.



Темы для рефератов (для недобравших баллы):

1. Теорема Гильберта–Шмидта.
2. Уравнения Вольтерра 2-го рода.
3. Уравнения Вольтерра 1-го рода.
4. Задача Штурма–Лиувилля.
5. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
6. Задачи на условный экстремум.
7. Задачи с подвижной границей.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Критерии оценивания реферата:

Реферат – творческая исследовательская работа, основанная, прежде всего, на изучении значительного количества научной и иной литературы по теме исследования. Цель написания реферата – привитие студенту навыков краткого и лаконичного представления собранных материалов и фактов в соответствии с требованиями, предъявляемыми к научным отчетам, обзорам и статьям. Реферат оценивается руководителем исходя из установленных показателей и критериев оценки реферата:

1) Новизна реферированного текста (Макс. - 5 баллов)

- актуальность проблемы и темы;

- новизна и самостоятельность в постановке проблемы, в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы;

- наличие авторской позиции, самостоятельность суждений.

2) Степень раскрытия сущности проблемы (Макс. - 5 баллов)

- соответствие плана теме реферата;

- соответствие содержания теме и плану реферата;

- полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы;

- обоснованность способов и методов работы с материалом;

- умение работать с литературой, систематизировать и структурировать материал;

- умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы.

3) Обоснованность выбора источников (Макс. - 5 баллов)

- круг, полнота использования литературных источников по проблеме;

- привлечение новейших работ по проблеме (журнальные публикации, материалы сборников научных трудов и т.д.).

4) Соблюдение требований к оформлению (Макс. - 5 баллов)

- правильное оформление ссылок на используемую литературу;

- грамотность и культура изложения;

- владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы;

- соблюдение требований к объему реферата;

- культура оформления: выделение абзацев.

5) Грамотность (Макс. - 5 баллов)

- отсутствие орфографических и синтаксических ошибок, стилистических погрешностей;

- отсутствие опечаток, сокращений слов, кроме общепринятых;

- литературный стиль

Реферат оценивается по 25 балльной шкале, баллы переводятся в оценки успеваемости следующим образом:

15 баллов и выше - "зачтено"

меньше 15 баллов - "не зачтено"

Критерии оценивания зачета:

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание контрольной работы студент может получить 2 балла. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 1,6 баллами, допущены две ошибки – 1 балл. Если допущено более двух ошибок в задании или студент не выполнил какое-либо задание из контрольной работы, то за него он получает 0 баллов.



Максимальное количество баллов за контрольную работу – 10 баллов. Полученные баллы суммируются с баллами, полученными за практические занятия, максимально возможное количество 100 баллов. Зачет выставляется от 60 баллов.

#### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на зачете.

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
88-100 баллов	76-87 баллов	60-75 баллов	0 – 59 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

#### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Полученные баллы суммируются с баллами, полученными за практические занятия, максимально возможное количество 100 баллов. Зачет выставляется от 60 баллов.

Оценка "не зачтено" выставляется за 59 и менее баллов;

Оценка "зачтено" выставляется за 60-75 баллов (пороговый уровень);

Оценка "зачтено" выставляется за 76-87 баллов (базовый уровень);

Оценка "зачтено" выставляется за 88-100 баллов (продвинутый уровень).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом



1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке «зачтено»:
  - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
  - студент способен дать полное представление об основных понятиях интегральных уравнений и вариационного исчисления использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке «зачтено»:
  - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
  - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
  - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины.
3. Базовый уровень соответствует оценке «зачтено»:
  - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем интегральных уравнений и вариационного исчисления, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
  - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке «не зачтено».



**Фонд оценочных средств дисциплины (модуля) одобрен и рекомендован:**

Проректор по учебной работе                      утверждено 24.02.25                      А.А. Саламатов

Ученым советом физического факультета

Протокол заседания № 05 от 06.02.2025

Председатель Ученого совета  
физического факультета    согласовано    М.А. Загребин

**Заседанием кафедры математического анализа**

Протокол заседания № 07 от 24.01.2025

Заведующий кафедрой    согласовано    В.Е. Федоров

Автор (составитель)    А.В. Панов

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1**