

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.09.2025 11:11:17  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bfb98f3b6c77a48b9a8788b8322323



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

**Фонд оценочных средств  
для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)  
Математический анализ**

Направление подготовки (специальность)  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

Направленность (профиль)  
**«Математические и компьютерные методы  
в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Челябинск, 2025 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств .....	3
2. Перечень формируемых компетенций .....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине .....	6
3.1. Виды оценочных средств .....	6
3.2. Содержание оценочных средств .....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации .....	11
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации .....	11
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств .....	11
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	12



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Математический анализ.

Семестры: 1,2,3,4.

Форма промежуточной аттестации: 1,2,3,4 – зачет, 1,2,3,4 – экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балльной оценки различных форм деятельности студентов.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Математический анализ» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>• правила дифференцирования, интегрирования, нахождения пределов последовательностей и функций; методы исследования рядов; понятие интеграла Римана; основные правила дифференцирования функции многих переменных; методы исследования на экстремум функции многих переменных; понятие кратного интеграла; методы вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; признаки сходимости функциональных рядов; дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра; дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра; представление функции интегралом Фурье; понятие интеграла Стильбеса.</li></ul>



Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
			<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>решать типовые задачи математического анализа: вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на экстремум и условный экстремум; применять методы решения интегралов функции одной переменной; определять границы интегрирования в кратных интегралах; применять приложения кратных интегралов к прикладным задачам; вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; исследовать на сходимость функциональные последовательности и ряды; применять признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов; исследовать на сходимость несобственные интегралы.</li></ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>навыками использования основных понятий, теорем, законов математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.</li></ul>



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ОПК-1 Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• правила дифференцирования, интегрирования, нахождения пределов последовательностей и функций; методы исследования рядов; понятие интеграла Римана; основные правила дифференцирования функции многих переменных; методы исследования на экстремум функции многих переменных; понятие кратного интеграла; методы вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; признаки сходимости функциональных рядов; дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра; дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра; представление функции интегралом Фурье; понятие интеграла Стильеса.</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• решать типовые задачи математического анализа: вычислять пределы последовательности и</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>– Числовые последовательности и ряды</li><li>– Функциональные последовательности и ряды</li><li>– Функции: непрерывность и дифференцируемость</li><li>– Функции, определенные с помощью интегралов</li><li>– Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость</li><li>– Степенные ряды</li><li>– Неопределенный интеграл и интеграл Римана</li><li>– Криволинейные и поверхностные интегралы</li><li>– Кратный интеграл Римана</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>– Контрольная работа</li><li>– Семестровая работа (типовой расчет)</li></ul>	Теоретические вопросы к зачету/экзамену



	<p>функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на экстремум и условный экстремум; применять методы решения интегралов функции одной переменной; определять границы интегрирования в кратных интегралах; применять приложения кратных интегралов к прикладным задачам; вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; исследовать на сходимость функциональные последовательности и ряды; применять признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов; исследовать на сходимость несобственные интегралы.</p> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• навыками использования основных понятий, теорем, законов математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.</li></ul>	<p>– Интегралы, зависящие от параметра – Интеграл Стильбеса</p>		
--	--	---	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

### 3.2. Содержание оценочных средств

Типовые контрольные задания включают в себя типовой расчет (семестровую работу) и контрольные работы по темам: числовые последовательности и ряды, функции: непрерывность и дифференцируемость, неопределенные интегралы, экстремумы функции многих переменных, кратные интегралы, криволинейные и поверхностные интегралы, функциональные последовательности и ряды, степенные ряды, интегралы с параметром, функции, полученные с



помощью интегралов, интеграл Стильеса. Примерные варианты контрольных работ и типового расчета прилагаются.

## Вопросы к экзамену

### Семестр 1

1. Элементы математической логики.
2. Множества и отображения.
3. Элементарные функции.
4. Множество действительных чисел. Подмножества множества действительных чисел.
5. Кардинальные числа.
6. Принцип точной верхней грани. Аксиома Архимеда.
7. Основные принципы теории действительных чисел.
8. Предел последовательности и его свойства.
9. Критерий Коши сходимости последовательностей.
10. Критерий Вейерштрасса. Число  $e$ .
11. Подпоследовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
12. Сумма и сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов.
13. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения.
14. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости.
15. Знакопеременные ряды. Достаточные признаки сходимости.
16. Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды.
17. Предел функции в точке и его свойства.
18. Предел функции и арифметические операции. Предел функции и неравенства. Предел композиции функций.
19. Критерий Коши существования предела функции.
20. Замечательные пределы и эквивалентные функции.
21. Символы Ландау  $o$  и  $O$ .
22. Односторонние пределы. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация разрывов.
23. Глобальные свойства непрерывных функций.
24. Критерий непрерывности монотонной функции. Теорема об обратной функции.
25. Производная функции и ее свойства.
26. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
27. Формула Тейлора.
28. Достаточное условие экстремума. Выпуклость и вогнутость функции.
29. Правило Лопиталья.
30. Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие приемы интегрирования.
31. Интегрирование рациональных функций.
32. Метод Остроградского.
33. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
34. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
35. Достаточные условия интегрируемости по Риману.
36. Свойства интеграла Римана.
37. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.



38. Определение и свойства несобственного интеграла Римана.
39. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
40. Признаки Абеля – Дирихле сходимости несобственных интегралов.

## Семестр 2

1. Определение конечномерного пространства. Его метрическая структура. Сходимость в метрическом пространстве. Полнота конечномерного пространства.
2. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Компакт в метрическом пространстве. Линейная и евклидова структура конечномерного пространства.
3. Предел функций многих переменных. Предел по множеству. Повторные пределы. Бесконечные пределы.
4. Непрерывность функции многих переменных в точке.
5. Функции, непрерывные на компакте. Вектор-функции.
6. Дифференцируемость функции в точке. Частные производные.
7. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных в точке. Матрица Якоби.
8. Дифференцируемость композиции и обратного отображения. Формула Лагранжа.
9. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.
10. Производная по направлению. Градиент.
11. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.
12. Простейшие варианты теоремы о неявной функции.
13. Теорема о неявной функции.
14. Необходимые условия экстремума функции многих переменных. Достаточные условия экстремума.
15. Условный экстремум. Теорема Лагранжа. Достаточные признаки условного экстремума.
16. Свойства декартовых произведений. Клетки. Клеточные множества в конечномерном пространстве.
17. Определение меры Жордана. Множества меры нуль.
18. Критерий измеримости. Свойства измеримых множеств.
19. Определение кратного интеграла Римана. Критерий интегрируемости. Достаточные условия интегрируемости.
20. Свойства кратного интеграла. Интеграл по множеству меры нуль.
21. Сведение двойного интеграла по прямоугольнику к повторному интегралу. Сведение кратного интеграла по элементарной области к повторному интегралу.
22. Формула замены переменных в кратном интеграле.
23. Несобственные кратные интегралы.

## Семестр 3

1. Поверхности в конечномерном пространстве и касательные пространства.
2. Определение и свойства матрицы Грама.
3. Поверхностный интеграл первого рода и его свойства.
4. Дифференциальные формы. Ориентированные поверхности.
5. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.



6. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
7. Элементы векторного анализа.
8. Поточечная и равномерная сходимости функциональных последовательностей.
9. Равномерная сходимости функциональных последовательностей.
10. Непрерывность и интегрирование функциональных последовательностей.
11. Дифференцирование функциональных последовательностей.
12. Поточечная и равномерная сходимости функциональных рядов.
13. Равномерная сходимости функциональных рядов.
14. Непрерывность и интегрируемость функциональных рядов.
15. Дифференцируемость функциональных рядов.
16. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
17. Формула Коши – Адамара.
18. Свойства степенных рядов.
19. Ряды Тейлора.
20. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
21. Теорема Вейерштрасса.
22. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций.
23. Тригонометрическая система.
24. Равномерная сходимости ряда Фурье.
25. Признаки сходимости ряда Фурье в точке.
26. Принцип локализации.
27. Минимальное свойство частных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя.
28. Достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье.
29. Сходимость в среднем. Равенство Парсеваля.

#### Семестр 4

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Их непрерывность и интегрируемость.
2. Дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Их равномерная сходимости.
4. Непрерывность несобственных интегралов по параметру.
5. Интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
6. Дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
7. Перестановка двух несобственных интегралов.
8. Применение к вычислению некоторых интегралов.
9. Гамма-функция и ее свойства.
10. Бета-функция. Ее свойства и связь с гамма-функцией.
11. Представление функции интегралом Фурье.
12. Комплексная форма интеграла Фурье.
13. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.
14. Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемых функций.
15. Задача о распространении тепла в бесконечном стержне.
16. Асимптотические оценки интегралов Лапласа. Метод стационарной фазы.
17. Функции ограниченной вариации. Теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства.
18. Интеграл Стильтеса.
19. Признаки существования интеграла Стильтеса. Его вычисление.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 90 минут. На зачете выдается зачетная работа из 5 задач, взятых из вариантов контрольных работ, каждое задание оценивается в 2 балла. Если в течение семестра студент сдал все контрольные работы и типовой расчет, то зачет выставляется автоматом.

Продолжительность экзамена – 60 минут. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса (по 5 баллов). Всего за экзамен можно получить 10 баллов. Для выставления экзамена суммируются баллы зачета и экзамена.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для контрольной работы:

В каждом семестре 3, либо 2 контрольные работы. Максимальное количество баллов за контрольную зависит от количества заданий (каждое задание оценивается в 2 балла).

Оценка "зачтено" выставляется за 70% правильно выполненной контрольной работы, "не зачтено" - менее 70%. Например, если в контрольной 4 задания, то максимум за нее можно получить 8 баллов, при этом контрольная считается зачтенной, если набрано 6 баллов и более.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета (семестровая работа):

Семестровая работа выдается в каждом семестре. В семестровой работе 10-12 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов. Максимальное количество баллов за семестровую - 20.

Оценка "зачтено" выставляется за 18-20 баллов, "не зачтено" - менее 18 баллов.

Требования к выполнению семестровых работ:

1. Каждый типовой расчет должен быть сделан в отдельной 18 листовой тетради в клетку, на титульном листе должны быть указаны ФИО, группа, тема типового расчета, дата сдачи, таблица с номерами задачи и строкой для баллов по каждой задаче.

2. Каждое задание должно начинаться с новой страницы и содержать: полную формулировку, решение, при необходимости графики и чертежи, ответ, проверку.

3. Если чертежи построены в программном пакете, они прикрепляются в качестве приложения.

4. Типовой расчет сдается согласно плану занятий преподавателю практики. Неверно сделанные задания переделываются после проверки и сдаются снова в течение двух недель.

Оценивание ответа на зачёте/экзамене.

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
Обучающийся последовательно, грамотно и логически	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет	Обучающийся имеет знания только основного материала,	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого



стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.
---	--	---	--

#### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации и переводятся в проценты (например, в первом семестре:  $28(\text{контрольные работы}) + 20(\text{типовой расчет}) + 10(\text{экзамен}) = 100\%$ ):

0-64 % - неудовлетворительно (2) / не зачтено (низкий уровень);

65-77 % - удовлетворительно (3) / зачтено (базовый уровень);

78-89 % - хорошо (4) / зачтено (средний уровень);

90-100 % - отлично (5) / зачтено (высокий уровень).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке зачтено:
  - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
  - студент способен дать полное представление об основных понятиях математического анализа, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке зачтено:
  - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
  - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
  - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины.



3. Базовый уровень соответствует оценке зачтено:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем математического анализа, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
- студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.

4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

