

<p>Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 15.06.2026 12:25:16 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bf098f3b6cb77a486b9a8788b3477414</p>	<p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)</p>	<p>стр. 1</p>
---	--	---------------

Фонд оценочных средств
 для промежуточной аттестации
 по дисциплине (модулю)
Линейные операторы и оператор-функции

Направление подготовки (специальность)
01.04.01 «Математика»

Направленность (профиль)
«Уравнения с дробными производными»

Присваиваемая квалификация
Магистр

Форма обучения
Очная

Челябинск, 2026 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	5
3.1. Виды оценочных средств	5
3.2. Содержание оценочных средств	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	9
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	9
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	9
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	10



1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 01.04.01 Математика.

Направленность: Уравнения с дробными производными.

Дисциплина: Линейные операторы и оператор-функции.

Семестры: 1, 2.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Линейные операторы и оператор функции» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Код и наименование компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1. Определяет этапы жизненного цикла проекта и выстраивает последовательность их реализации. УК-2.2. Формулирует проблему, на решение которой направлен проект, грамотно определяет цель проекта. УК-2.3. Проектирует решение конкретных задач проекта, выбирая оптимальный способ их решения.	Знать: <ul style="list-style-type: none">этапы исследования в области линейных операторов и оператор-функций и способы выстраивания последовательности их изучения. Уметь: <ul style="list-style-type: none">формулировать проблему, связанную с применением линейных операторов и оператор-функций, грамотно определять цель исследования. Владеть: <ul style="list-style-type: none">навыками проектирования решений математических задач, связанных с линейными операторами и оператор-функциями, выбирая оптимальный способ их решения.
ПК-1 Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений	ПК-1.1 Демонстрирует знание основных теоретических положений и методов в области проводимых научных исследований. ПК-1.2. Демонстрирует умения сбора и анализа информации по тематике проводимых исследований. ПК-1.3. Имеет практический опыт установления новых фактов и закономерностей в области научных исследований.	Знать: <ul style="list-style-type: none">основные теоретические положения и методы теории линейных операторов и оператор-функций. Уметь: <ul style="list-style-type: none">собирать, анализировать и давать критическую оценку информации по тематике линейных операторов и оператор-функций, включая их теоретические аспекты и приложения. Владеть: <ul style="list-style-type: none">навыками применения методов теории линейных операторов и оператор-функций для анализа, решения и исследования математических задач, а также установления новых фактов и закономерностей.



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	2.1 знать: этапы исследования в области линейных операторов и оператор-функций и способы выстраивания последовательности их изучения.	– Основные принципы линейного анализа – Интегрирование и функции множества	1	1-5	Задание открытого типа с развернутым ответом
	2.2 уметь: формулировать проблему, связанную с применением линейных операторов и оператор-функций, грамотно определять цель исследования.	– Основные принципы линейного анализа – Интегрирование и функции множества	1	5-10	Задание открытого типа с развернутым ответом
	2.3 владеть: навыками проектирования решений математических задач, связанных с линейными операторами и оператор-функциями,	– Основные принципы линейного анализа – Интегрирование и функции множества	1	11-15	Задание открытого типа с развернутым ответом



	выбирая оптимальный способ их решения.				
ПК-1 Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений	1.1 Знать: основные теоретические положения и методы теории линейных операторов и оператор-функций	– Операторы и их сопряженные – Общая спектральная теория	2	16-20	Задание открытого типа с развернутым ответом
	1.2 Уметь: собирать, анализировать и давать критическую оценку информации по тематике линейных операторов и оператор-функций, включая их теоретические аспекты и приложения	– Операторы и их сопряженные – Общая спектральная теория	2	21-25	Задание открытого типа с развернутым ответом
	1.3 Владеть: навыками применения методов теории линейных операторов и оператор-функций для анализа, решения и исследования математических задач, а также установления новых фактов и	– Операторы и их сопряженные – Общая спектральная теория	2	26-30	Задание открытого типа с развернутым ответом



	закономерность ей				
--	-------------------	--	--	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

Темы докладов:

1. Частично упорядоченные множества
2. Топологическое пространство. Основные свойства
3. Нормальные и бикомпактные пространства
4. Метрические пространства
5. Сходимость и равномерная сходимость обобщенных последовательностей
6. топологическое произведение пространств
7. Группы
8. Линейные пространства
9. Алгебры
10. Принцип равномерной ограниченности
11. Принцип открытости отображений
12. Лебеговы пространства
13. Специальные пространства
14. Пространство $B(S)$
15. Пространство $C(S)$
16. Пространство AP
17. Пространства $L_p(S)$
18. Пространства функций множества
19. Векторнозначные меры
20. Пространство $TM(S)$
21. Функции ограниченной вариации
22. Выпуклые множества в линейных пространствах
23. Линейные топологические пространства
24. Слабые топологии. Определения и основные свойства
25. Слабые топологии. Бикомпактность и рефлексивность
26. Слабые топологии. Метризуемость. Неограниченные множества
27. Слабые топологии. Слабая бикомпактность
28. Крайние точки
29. Касательные функционалы
30. Теорема о неподвижной точке

Вопросы к экзамену за 1 семестр:

1. Принцип равномерной ограниченности
2. Принцип открытости отображения
3. Теорема Хана – Банаха
4. Конечно аддитивные функции множества



5. Лебеговы пространства
6. Счетно аддитивные функции множества
7. Продолжения функций множества
8. Взаимосвязь функций множества
9. Теорема Витали - Хана - Сакса и пространства мер
10. Теорема Радона – Никодима
11. Произведение пространств с мерой
12. Дифференцирование
13. В-пространства

Вопросы к экзамену за 2 семестр:

1. Проекторы
2. Слабо вполне непрерывные операторы
3. Вполне непрерывные операторы
4. Операторы с замкнутой областью значений
5. Общий вид линейных операторов в $C(S)$
6. Общий вид линейных операторов в лебеговом пространстве
7. Спектральная теория в конечном пространстве
8. Функции оператора
9. Спектральная теория вполне непрерывных оператором
10. Операторное исчисление неограниченных замкнутых операторов
11. Полугруппы операторов



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

На экзамене выдается 2 вопроса из списка вопросов по темам практических занятий. Продолжительность экзамена – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 3 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 3 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 2 баллами, допущены две ошибки – 1 балл. Если допущено более двух ошибок в задании или студент не выполнил какое-либо задание из билета, то за него он получает 0 баллов. Максимальное количество баллов за экзамен – 6.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
6 баллов	5 баллов	4 балла	0 – 3 балла
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для доклада:

В семестре 3 доклада. На доклад отводится 15-20 минут в конце пары (каждую пару 1 доклад). Каждый студент готовит доклад по одной из предложенных тем. Максимальное количество баллов за доклад - 10.

Оценка "зачтено" выставляется за 6-10 баллов, "не зачтено" - менее 6 баллов.

Полнота доклада оценивается по следующим критериям:

1. Полнота изложения теоретического материала
2. Достаточное количество примеров к теоретическому материалу
3. Приведены примеры к определениям и теоремам



4. Приведены контрпримеры, демонстрирующие при каких условиях не применимы теоремы.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

- Оценка "Не удовлетворительно" выставляется за 18 и менее баллов;
- Оценка "Удовлетворительно" выставляется за 19-25 баллов (уровень 1);
- Оценка "Хорошо" выставляется за 25-29 баллов (уровень 2);
- Оценка "Отлично" выставляется за 30-36 баллов (уровень 3).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
 - студент способен дать полное представление об основных понятиях линейных операторов и оператор-функций, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
 - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
 - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
 - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
 - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем операторов, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
 - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.



MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE RUSSIAN FEDERATION
Federal State Budgetary Educational
Institution of Higher Education
“Chelyabinsk State University” (FSBEI HE “CSU”)

Evaluation Fund for interim certification of the course (module) “Linear Operators and Operator Functions” in the
master’s program 01.04.01 “Mathematics” direction Fractional Differential Equations FSBEI HE “CSU”

pp. 1

Evaluation Fund
for interim certification
on course (module)
Linear Operators and Operator Functions

Master's Program
01.04.01 «Mathematics»

Direction
«Fractional Differential Equations»

Degree
Master’s

Mode of study
Full-time

Chelyabinsk, 2026



Table of Contents

1. Passport of the assessment fund	3
2. List of competencies to be formed	4
3. Content of assessment tools for the course	5
3.1. Types of assessment tools	5
3.2. Content of assessment tools	6
4. Procedure for conducting and criteria for evaluation of interim certification.....	9
4.1. Procedure for interim certification.....	9
4.2. Assessment criteria for interim certification by types of assessment tools	9
4.3. Results of interim attestation and levels of competencies formed.....	10



1. Passport of the assessment fund

Master’s program: 01.04.01 Mathematics.

Direction: Fractional Differential Equations.

Course: Linear Operators and Operator Functions.

Semesters: 1, 2.

The form of the interim assessment: exam.

The point-rating system for assessing a student's knowledge in a course is based on a point assessment of various forms of student activity.



2. List of competencies to be formed

The study of the course "Linear Operators and Operator Functions" is aimed at the formation of competences given in Table 1.

Table 1. Learning outcomes of the course.

Code and name of competencies according to FSBE (BPEP HE)	Indicators of competence achievement according to BPEP HE	List of planned learning outcomes of the course
1	2	3
UC-2 Able to manage a project at all stages of its life cycle	<p>UC-2.1. Defines the stages of the project life cycle and establishes the sequence of their implementation.</p> <p>UC-2.2. Formulates the problem that the project is aimed at solving, correctly defines the purpose of the project.</p> <p>UC-2.3. Designs solutions to specific project tasks, choosing the best way to solve them.</p>	<p>Know:</p> <ul style="list-style-type: none"> stages of research in the field of linear operators and operator-functions and ways to build a sequence of their study. <p>Be able to:</p> <ul style="list-style-type: none"> formulate a problem related to the use of linear operators and operator-functions, and correctly determine the purpose of the study. <p>Possess:</p> <ul style="list-style-type: none"> skills in designing solutions to mathematical problems related to linear operators and operator functions, choosing the optimal way to solve them.
PC-1 Able to carry out research work in the field of differential equations	<p>PC-1.1 Demonstrates knowledge of the basic theoretical principles and methods in the field of scientific research.</p> <p>PC-1.2. Demonstrates the ability to collect and analyze information on the subject of ongoing research.</p> <p>PC-1.3. Has practical experience in establishing new facts and patterns in the field of scientific research.</p>	<p>Know:</p> <ul style="list-style-type: none"> the main theoretical principles and methods of the theory of linear operators and operator-functions. <p>Be able to:</p> <ul style="list-style-type: none"> Collect, analyze, and critically evaluate information on linear operators and operator functions, including their theoretical aspects and applications. <p>Possess:</p> <ul style="list-style-type: none"> skills in applying methods of the theory of linear operators and operator-functions to analyze, solve and study mathematical problems, as well as establish new facts and patterns.



3. Content of assessment tools for the course

3.1. Types of assessment tools

Table 2. Types of assessment tools.

Code and name of competencies according to FSBE (BPEP HE)	List of planned learning outcomes for the discipline	Controlled Topics/ Sections	Semester	Task number	Name of the assessment tool
UC-2 Able to manage a project at all stages of its life cycle	2.1 know: stages of research in the field of linear operators and operator-functions and ways to build a sequence of their study.	<ul style="list-style-type: none"> – Basic principles of linear analysis – Integration and functions of a set 	1	1-5	Open-ended question with a detailed answer
	2.2 be able to: formulate a problem related to the use of linear operators and operator-functions, and correctly determine the purpose of the study.	<ul style="list-style-type: none"> – Basic principles of linear analysis – Integration and functions of a set 	1	5-10	Open-ended question with a detailed answer
	2.3 possess: skills in designing solutions to mathematical problems related to linear operators and operator functions, choosing the optimal way to solve them.	<ul style="list-style-type: none"> – Basic principles of linear analysis – Integration and functions of a set 	1	11-15	Open-ended question with a detailed answer
ПК-1 Способен проводить научно-исследовательс	1.1 know: the main theoretical principles and methods of the	<ul style="list-style-type: none"> – Operators and their conjugates 	2	16-20	Open-ended question with a detailed answer



кую работу в области дифференциальных уравнений	theory of linear operators and operator-functions	– General spectral theory			
	1.2 be able to: Collect, analyze, and critically evaluate information on linear operators and operator functions, including their theoretical aspects and applications	– Operators and their conjugates – General spectral theory	2	21-25	Open-ended question with a detailed answer
	1.3 possess: skills in applying methods of the theory of linear operators and operator-functions to analyze, solve and study mathematical problems, as well as establish new facts and patterns	– Operators and their conjugates – General spectral theory	2	26-30	Open-ended question with a detailed answer

Standard tasks, criteria and assessment indicators within the framework of the ongoing control are presented in the work program of the course (module). Complete sets of assessment tools and control and measuring materials are stored at the department.

3.2. Content of assessment tools

Topics of the reports:

1. Partially ordered sets
2. Topological space. Basic properties
3. Normal and bicomact spaces
4. Metric spaces
5. Convergence and uniform convergence of generalized sequences
6. Topological product of spaces
7. Groups
8. Linear spaces



9. Algebra
10. The principle of uniform limitation
11. The principle of openness of displays
12. Lebesgue spaces
13. Special spaces
14. Space $B(S)$
15. Space $C(S)$
16. Space AP
17. Spaces $L_p(S)$
18. Spaces of functions of a set
19. Vector-valued measures
20. $TM(S)$ space
21. Functions of limited variation
22. Convex sets in linear spaces
23. Linear topological spaces
24. Weak topologies. Definitions and basic properties
25. Weak topologies. Bicomact and reflexivity
26. Weak topologies. Metrizable. Unlimited sets
27. Weak topologies. Weak bicomactness
28. Extreme points
29. Tangent functionals
30. The fixed point Theorem

Exam questions for 1 semester:

1. The principle of uniform limitation
2. The principle of open display
3. The Hahn–Banach Theorem
4. Finite additive functions of a set
5. Lebesgue spaces
6. Countably additive functions of a set
7. Continuations of set functions
8. Interrelation of set functions
9. The Vitali-Khan-Sachs theorem and measure spaces
10. The Radon–Nikodim theorem
11. The product of spaces with measure
12. Differentiation
13. B-spaces

Exam questions for the 2nd semester:

1. Projectors
2. Weakly completely continuous operators
3. Completely continuous operators
4. Closed-domain operators
5. General view of linear operators in $C(S)$
6. General view of linear operators in Lebesgue space
7. Spectral theory in finite space
8. Operator functions
9. Spectral theory of completely continuous operators



10. Operator calculus of unlimited closed operators
11. Semigroups of operators



4. Procedure for conducting and criteria for evaluation of interim certification

4.1. Procedure for interim certification

On the exam, 2 questions are given from the list of questions on the topics of practical exercises. The exam duration is 90 minutes. For each completed ticket assignment, a student can receive from 1 to 3 points. If the task is completed correctly, it is rated with 3 points. If the task is completed with errors, the points decrease depending on the number of mistakes made. If one mistake is made, the building is rated with 2 points, and two mistakes are made with 1 point. If more than two mistakes are made in the assignment or the student has not completed any task from the ticket, then he receives 0 points for it. The maximum number of points per exam is 6.

4.2. Assessment criteria for interim certification by types of assessment tools

High level of mastery of the tested competencies	Average level of mastering the tested competencies	Basic level of mastering the competencies being tested	Low level of mastery of the tested competencies
6 points	5 points	4 points	0 – 3 points
The student consistently, competently and logically presents the material; possesses basic mathematical methods and algorithms for solving problems; is able to build mathematical models, link theory and practice, shows the ability to apply knowledge.	The student presents the material competently and substantially; knows the basic mathematical methods; does not make significant errors, but has difficulties in conclusions and proofs; is able to apply the basic provisions and formulas to solve problems.	The student has knowledge only of the basic material, but is not able to draw conclusions and evidence; makes mistakes, provides insufficiently correct formulations; has difficulty linking the main provisions with practice.	The student does not know the fundamental issues of the course or a significant part of the program material, makes mistakes, reveals the inability to correct them, can not link theory and practice.

Description of indicators and criteria for assessing competencies for the report:

There are 3 reports in the semester. 15-20 minutes are allocated for the report at the end of the pair (each pair 1 report). Each student prepares a report on one of the proposed topics. The maximum number of points for the reports is 30.

The grade “pass” is given for 20-30 points, “fail” - less than 20 points.

The completeness of the report is evaluated by the following criteria:

1. Completeness of presentation of theoretical material
2. Sufficient number of examples to the theoretical material
3. Examples are given for definitions and theorems
4. Counterexamples are given to show under what conditions the theorems do not apply.



4.3. Results of interim attestation and levels of competencies formed

The results of the current assessment are taken into account when summarizing the results. The points received for the current certification are summed up with the points received for each stage during the intermediate certification.:

The grade "unsatisfactory" is given for 18 or less points.;

The "Satisfactory" rating is given for 19-25 points (level 1);

The "Good" rating is given for 25-29 points (level 2);

An Excellent score is given for 30-36 points (level 3).

The specifics of the procedure for assessing the learning outcomes of people with disabilities and people with disabilities are outlined in the work program of the course (module).

The levels of competence formation are defined as follows

1. A high level of competence formation corresponds to an excellent assessment:

- involves the formation of competencies at a high level, readiness for independent professional activity: skills are formed to establish connections between different concepts and with other areas of mathematics, skills to prove theorems, skills to systematize data necessary for the application of acquired knowledge in various fields.

- the student is able to give a complete understanding of the basic concepts of linear operators and operator-functions, use mathematical language, is able to solve problems and exercises using definitions, theorems and techniques, formulate their own conclusions.

2. The average level corresponds to the assessment of good:

- involves the formation of competencies at a higher level: a comprehensive knowledge of the relationship between various concepts and other areas of mathematics is formed, skills to prove theorems;

- the student is able to use mathematical language, is able to solve problems and exercises using definitions, theorems and techniques.

- the student is able to give detailed answers to the theoretical questions of the course at a level not lower than the grade "satisfactory".

3. The basic level corresponds to the grade satisfactory:

- involves the formation of competencies at the initial level: knowledge of the basic concepts and operator theorems necessary to solve problems in professional activity;

- the student is able to solve basic tasks. The number of correct answers is at least 50%.

4. A low level corresponds to an unsatisfactory assessment.

