

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 17.06.2025 12:10:59 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3bbcb77a486b9a8788b8322325	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Теория функции комплексного переменного" по направлению подготовки (специальности) 03.03.02 "Физика" направленности (профилю) Физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	---	--------

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Теория функции комплексного переменного

Направление подготовки (специальность)

03.03.02 Физика

Направленность (профиль)

Физика

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины — изложить основы комплексного анализа на современном языке и в достаточно полном объёме.

Задачами изучения дисциплины являются:

- Ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории функций комплексного переменного.
- Владение различными методами решения практических задач.
- Использование приобретённых теоретических знаний и практических навыков для решения физических задач.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области физико-математических и (или) естественных наук.

ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках физико-математических и (или) естественных наук.

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, законов физико-математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.06

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Для успешного усвоения дисциплины необходимы знания, полученные в средней школе и в процессе изучения дисциплин:

Математический анализ

Линейная алгебра

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Понятия и методы из курса «теория функций комплексного переменного» являются базой для освоения дисциплин:

Методы математической физики

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;

Знать:

Для достижения ОПК-1.1: знать основные понятия и методы теории функций комплексного переменного

Уметь:

Для достижения ОПК-1.2: уметь решать задачи, формулируемые в рамках теории функции комплексного переменного

Владеть:

Для достижения ОПК-1.3: владеть навыками использования основных понятий, законов теории функции комплексного переменного для решения задач профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:

3.1.1 основные понятия и теоремы теории функций комплексного переменного.

3.2 Уметь:

3.2.1 создавать математические модели типовых профессиональных задач; интерпретировать полученные результаты.

3.2.2

3.3 Владеть:



3.3.1 владеть навыками использования основных понятий, законов теории функции комплексного переменного для решения задач профессиональной деятельности

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 72 в том числе : аудиторные занятия : 36 самостоятельная работа : 32,3 контактная работа: 39,7 ИКР: 3,7	Виды контроля в семестрах: зачеты 4

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Теория функций комплексного переменного			
1.1	Комплексные числа /Лек/	4	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.2	Функции комплексной переменной /Лек/	4	4	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.3	Конформные отображения /Лек/	4	4	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.4	Интеграл Коши /Лек/	4	4	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.5	Аналитические функции и ряды Лорана /Лек/	4	4	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.6	Определение комплексных чисел и операции над ними, геометрическая интерпретация. Действительная и мнимая части, модуль, аргумент, главное значение аргумента /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.7	Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение в степень. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.8	Задание кривых и областей на комплексной плоскости с помощью неравенств и уравнений и обратная задача /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.9	Элементарные функции комплексной переменной /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.10	Нахождение образов кривых и областей при действии линейной, обратной, степенной и экспоненциальной функциями /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.11	Моногенность и голоморфность функций. Условия Коши-Римана /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.12	Дробно-линейная функция, ее свойства /Пр/	4	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.13	Интегрирование функций комплексной переменной. Интегральная теорема Коши /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.14	Интегральная формула Коши. Контрольная работа №1 /Пр/	4	3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.15	Разложение функции в ряды Тейлора и Лорана /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.16	Нахождение области сходимости /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.17	Особые точки аналитической функции /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3



1.18	Вычеты в особых точках /Пр/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.19	Преобразование Лапласа. Контрольная работа №2 /Пр/	4	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.20	Подготовка к контрольным работам, выполнение типового расчета /Ср/	4	32,3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
Раздел 2. Иная контактная работа				
2.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	4	3,7	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Типовой расчет
2. Контрольная работа
3. Вопросы к зачету

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Типовые контрольные задания включают в себя контрольные работы и типовой расчет по темам: «Голоморфные функции», «Вычеты». Примерные варианты контрольных работ и типового расчета прилагаются.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к зачету

1. Алгебраическая структура множества комплексных чисел. Подмножества множества комплексных чисел.
2. Геометрические интерпретации множества C .
3. Числовые последовательности. Числовые ряды.
4. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
5. Глобальные свойства непрерывных функций.
6. Равномерная сходимости функциональных рядов.
7. Свойства степенных рядов.
8. Моногенность и голоморфность. Условия Коши-Римана.
9. Свойства голоморфных функций.
10. Конформные отображения. Основная задача теории конформных отображений.
11. Теорема Римана.
12. Свойства дробно-линейной функции.
13. Понятие римановой поверхности.
14. Определение интеграла по комплексной переменной. Его основные свойства.
15. Интегральная теорема Коши.
16. Интеграл и первообразная.
17. Интегральная формула Коши и следствия из нее.
18. Обращение интегральной теоремы Коши.
19. Теорема Лиувилля.
20. Аналитические функции. Теорема о единственности.
21. Теорема Лорана.
22. Определение ряда Лорана. Правильная и главная части. Примеры.
23. Нули и изолированные особые точки аналитической функции.
24. Вычеты в конечных точках. Теорема о вычетах. Некоторые способы их вычисления.
25. Вычет в бесконечно удаленной точке.
26. Теорема о сумме всех вычетов.
27. Связь гармонических и аналитических функций.
28. Свойства гармонических функций.
29. Преобразование Лапласа.

6.4. Критерии оценивания

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для контрольной работы:

В семестре 2 контрольные работы. Максимальное количество баллов за контрольную работу – 25 баллов. В контрольной работе 4-5 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов.

Оценка "зачтено" выставляется за 15-25 баллов, "не зачтено" - менее 15 баллов.



Описание показателей и критериев оценивания компетенций для зачета:

Продолжительность зачета – 90 минут. Зачетная работа состоит из 2-х теоретических вопросов из списка вопросов к зачету и 3-х практических заданий из вариантов контрольных работ. За каждое выполненное задание итоговой работы студент может получить 6 баллов. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 4-5 баллами, допущены две ошибки – 2-3 балла, если допущено более двух ошибок в задании – 1 балл, если студент не выполнил какое-либо задание из итоговой работы, то за него он получает 0 баллов. Максимальное количество баллов за зачет – 30 баллов. Полученные баллы суммируются с баллами, набранными в семестре. Зачет выставляется от 60 баллов.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации, в том числе за посещаемость и работу на паре (максимум 10 баллов). В сумме получается 100 баллов:

Оценка "не зачтено" выставляется, если студент набрал менее 59 баллов (недостаточный уровень);

Оценка "зачтено" выставляется за 60-100 баллов

60-75 баллов (базовый уровень);

76-89 баллов (средний уровень);

90-100 баллов (высокий уровень).

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета:

В семестровой работе 6 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов (задания 1,2 - 1 балл, задания 3-6 - 2 балла). Максимальное количество баллов за семестровую - 10.

Оценка "зачтено" выставляется за 7-10 баллов, "не зачтено" - менее 7 баллов.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Половинкин Е.С.	Теория функций комплексного переменного: учебник (https://znanium.com/catalog/document?id=421266)	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2023	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Андреищева Е.Н.	Сборник практических работ по высшей математике. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление: учебно-методическая литература (https://znanium.com/catalog/document?id=343905)	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2019	ЭБС
Л2.2	Осадчий Ю.М.	Функции комплексного переменного. Операционное исчисление: учебное пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=344077)	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2019	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт http://www.rfbr.ru/rffi/ru
Э3	Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий РАЕ https://www.monographies.ru/

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

OpenOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы



1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультidisциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

2. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа студента. На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях рассматриваются основные методы и приемы решения задач дискретной математики.

Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах. Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ



Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

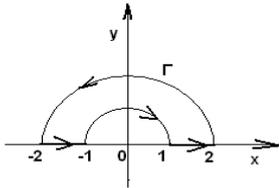
При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Примерный вариант типового расчета

1. Найти все сопряженные гармонические функции для функции $u(x, y) = x^2 - y^2 - xy$.
2. Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной $u = \operatorname{Re} f(z)$ или $v = \operatorname{Im} f(z)$ и условию $f(0) = a$: $u = x^3 - 3xy^2 + 5x$, $a = i$.
3. Разложить функцию $f(z)$ в ряд Тейлора в точке z_0 . Найти радиус сходимости: $f(z) = z^2 + z + 1 + \frac{2}{z-1}$, $z_0 = 3$.
4. Разложить функцию $\frac{z+1}{z(z-1)}$ в ряд Лорана по степеням $z-1-2i$.
5. Для функции $\operatorname{tg}^2 z$ найти изолированные особые точки и определить их тип.
6. Вычислить интеграл $\int_{|z-\pi|=1} \frac{(z^2 + \pi)^2 dz}{i \sin z}$.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная №1:		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Вычислить $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1002}$	2
2	Возвести в степень, используя тригонометрическую или показательную форму комплексного числа, ответ записать в алгебраической форме. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$	2
3	Извлечь корень из комплексного числа и изобразить полученное множество точек на комплексной плоскости $\sqrt[4]{i}$	2
4	Решить уравнение	2

	$z \cdot \bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 4 + 3i$	
5	<p>Найти образ множества</p> $\Omega = \left\{ \frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{3\pi}{4}, 2 < z < 3 \right\}$ <p>при действии на него следующими функциями</p> <p>а) $w = (3\sqrt{3} - 3i)z - 3 - 3i$ б) $w = -iz^6 - 6i$</p> <p>Множество $\Omega_1 = \{ \operatorname{Im} z < 0, -\frac{\pi}{6} < \operatorname{Re} z < 0 \}$</p> <p>в) $w = e^{2iz}$</p>	2
Контрольная №2:		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	<p>Вычислить интеграл</p> $\int_{\Gamma} (\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z) dz,$ <p>если Γ: ломаная с вершинами в точках 0, 1, 1+2i. Начало в точке 0.</p>	2
2	<p>Вычислить интеграл</p> $\int_{\Gamma} \frac{\bar{z}}{z} dz,$ <p>если Γ – контур, изображенный на рисунке.</p>	2
		
3	<p>Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням z-а. Определить круг сходимости.</p> $e^z, a = -1$	2
4	<p>Вычислить интеграл</p> $\int_C \frac{\sin z}{(z-1)^{99}} dz, C: z = 3$	2
5	<p>Найти область сходимости ряда:</p> $\sum_0^{\infty} \left(\frac{z^n}{n!} + \frac{n^2}{z^n} \right)$	2

