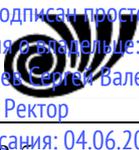


<p>Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 04.06.2025 12:47:06 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8727273</p>	 <p>МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)</p>	<p>Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»</p>	<p>стр. 1</p>
---	---	--	---------------

## Рабочая программа дисциплины (модуля)\*

### Математический анализ

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины — изложить основы математического анализа на современном языке и в достаточно полном объеме.

Задачи дисциплины заключаются в развитии следующих знаний, умений и навыков личности:

- дать полное представление об основных понятиях математического анализа;
- научить пользоваться полученными знаниями – доказывать теоремы, устанавливая связи между различными понятиями и с другими областями математики;
- заложить основы математического мышления, использования математического языка;
- научить решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы;
- показать возможные приложения полученных знаний в различных областях.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.01

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Дисциплина изучается с первого семестра первого курса обучения и не требует особой предварительной подготовки, за исключением школьного курса математики.

Алгебра

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Понятия и методы математического анализа являются базой для освоения таких дисциплин профессионального цикла как:

Комплексный анализ

Функциональный анализ

Математическая статистика

Теория случайных процессов

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности**

#### Знать:

правила дифференцирования, интегрирования, нахождения пределов последовательностей и функций; методы исследования рядов; понятие интеграла Римана; основные правила дифференцирования функции многих переменных; методы исследования на экстремум функции многих переменных; понятие кратного интеграла; методы вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; признаки сходимости функциональных рядов; дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра; дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра; представление функции интегралом Фурье; понятие интеграла Стильтьеса.

#### Уметь:

решать типовые задачи математического анализа: вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на экстремум и условный экстремум; применять методы решения



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

интегралов функции одной переменной; определять границы интегрирования в кратных интегралах; применять приложения кратных интегралов к прикладным задачам; вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; исследовать на сходимость функциональные последовательности и ряды; применять признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов; исследовать на сходимость несобственные интегралы.

**Владеть:**

навыками использования основных понятий, теорем, законов математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	правила дифференцирования, интегрирования, нахождения пределов последовательностей и функций; методы исследования рядов; понятие интеграла Римана; основные правила дифференцирования функции многих переменных; методы исследования на экстремум функции многих переменных; понятие кратного интеграла; методы вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; признаки сходимости функциональных рядов; дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра; дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра; представление функции интегралом Фурье; понятие интеграла Стильбеса.
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	решать типовые задачи математического анализа: вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать функцию многих переменных на экстремум и условный экстремум; применять методы решения интегралов функции одной переменной; определять границы интегрирования в кратных интегралах; применять приложения кратных интегралов к прикладным задачам; вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; исследовать на сходимость функциональные последовательности и ряды; применять признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов; исследовать на сходимость несобственные интегралы.
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	использования основных понятий, теорем, законов математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>22 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 792	Виды контроля в семестрах:  экзамены 1, 2, 3, 4 зачеты 1, 2, 3, 4
в том числе :	
аудиторные занятия : 508	
самостоятельная работа : 126	
часов на контроль : 90	
контактная работа: 576	
ИКР: 68	

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
<b>Раздел 1. Числовые последовательности и ряды</b>				
1.1	Введение /Лек/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
1.2	Действительные числа /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности)  
02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные  
методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 5

1.3	Числовые последовательности /Лек/	1	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
1.4	Числовые ряды /Лек/	1	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
1.5	Введение в дисциплину /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
1.6	Числовые последовательности /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
1.7	Числовые ряды /Пр/	1	10	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
1.8	Контрольная работа по разделу 1 /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
1.9	Числовые последовательности и ряды /Ср/	1	5,1	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 2. Функциональные последовательности и ряды</b>				
2.1	Функциональные последовательности /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
2.2	Функциональные ряды /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
2.3	Равномерная сходимость функциональных рядов /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
2.4	Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость функциональных последовательностей и рядов /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
2.5	Функциональные последовательности /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
2.6	Функциональные ряды /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
2.7	Равномерная сходимость функциональных рядов /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности)  
02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные  
методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

2.8	Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость функциональных последовательностей и рядов /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
2.9	Контрольная работа по разделу 7 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
2.10	Функциональные последовательности и ряды /Ср/	3	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 3. Функции: непрерывность и дифференцируемость</b>				
3.1	Непрерывные функции /Лек/	1	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.2	Дифференцируемые функции /Лек/	1	8	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.3	Предел функции /Пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.4	Непрерывные функции /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.5	Нахождение производной /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.6	Формула Тейлора /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.7	Дифференцируемые функции /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.8	Функции: непрерывность и дифференцируемость /Ср/	1	15	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.9	Исследование функции /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
3.10	Контрольная работа №2 /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 4. Функции, определенные с помощью интегралов</b>				



4.1	Интеграл Фурье /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
4.2	Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
4.3	Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемых функций /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
4.4	Задача о распространении тепла в бесконечном стержне /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
4.5	Асимптотические оценки интегралов /Лек/	4	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
4.6	Преобразование Фурье /Пр/	4	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
4.7	Интеграл Лапласа /Пр/	4	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
4.8	Контрольная работа №10 /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
4.9	Функции, определяемые с помощью интегралов /Ср/	4	8	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
	<b>Раздел 5. Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость</b>			
5.1	Конечномерное пространство /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.2	Непрерывность функций многих переменных /Лек/	2	10	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.3	Дифференцируемость функций многих переменных /Лек/	2	20	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.4	Экстремумы функций многих переменных /Лек/	2	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3



5.5	Конечномерное пространство /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.6	Непрерывность функций многих переменных /Пр/	2	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.7	Дифференцируемость функций многих переменных /Пр/	2	10	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.8	Контрольная работа по теме «Функции многих переменных. Частные производные и дифференциал» /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.9	Экстремумы функций многих переменных /Пр/	2	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.10	Контрольная работа по разделу 4 /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
5.11	Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость /Ср/	2	17,1	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 6. Степенные ряды</b>				
6.1	Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.2	Свойства степенных рядов /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.3	Ряд Тейлора /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.4	Ряды Фурье /Лек/	3	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.5	Неравенство Бесселя /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.6	Сходимость рядов Фурье /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.7	Равенство Парсеваля /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3



6.8	Степенные ряды /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.9	Ряд Тейлора /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.10	Ряд Фурье /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.11	Контрольная работа №8 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
6.12	Степенные ряды /Ср/	3	7,9	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 7. Неопределенный интеграл и интеграл Римана</b>				
7.1	Неопределенный интеграл /Лек/	1	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
7.2	Интеграл Римана /Лек/	1	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
7.3	Основные приемы интегрирования /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
7.4	Методы интегрирования /Пр/	1	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
7.5	Методы интегрирования. Определенный интеграл /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
7.6	Несобственные интегралы /Пр/	1	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
7.7	Контрольная работа по разделу 3 /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
7.8	Неопределенный интеграл и интеграл Римана /Ср/	1	15	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 8. Криволинейные и поверхностные интегралы</b>				



8.1	К-мерные поверхности в $R^n$ . Матрица Грама и ее свойства /Лек/	3	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.2	Криволинейный и поверхностный интегралы первого рода /Лек/	3	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.3	Криволинейный и поверхностный интегралы второго рода /Лек/	3	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.4	Формула Стокса и ее следствия. Теория векторного поля /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.5	Криволинейные интегралы первого рода /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.6	Поверхностные интегралы первого рода /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.7	Криволинейные интегралы второго рода /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.8	Поверхностные интегралы второго рода /Пр/	3	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.9	Градиент, дивергенция и ротор /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.10	Контрольная работа по разделу 6 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
8.11	Криволинейные и поверхностные интегралы /Ср/	3	8	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 9. Кратный интеграл Римана</b>				
9.1	Мера Жордана /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
9.2	Кратные интеграл Римана /Лек/	2	16	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
9.3	Сведение двойного интеграла к повторному /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3



9.4	Замена переменных. Полярная замена координат /Пр/	2	8	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
9.5	Тройные интегралы. Цилиндрическая и сферическая замены координат /Пр/	2	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
9.6	Несобственные кратные интегралы /Пр/	2	8	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
9.7	Контрольная работа по разделу 5 /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
9.8	Кратный интеграл Римана /Ср/	2	18	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 10. Интегралы, зависящие от параметра</b>				
10.1	Собственные интегралы, зависящие от параметра /Лек/	4	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.2	Несобственные интегралы, зависящие от параметра /Лек/	4	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.3	Равномерная сходимость несобственных интегралов /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.4	Эйлеровы интегралы /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.5	Собственные интегралы с параметром /Пр/	4	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.6	Несобственные интегралы с параметром. Равномерная сходимость /Пр/	4	10	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.7	Несобственные интегралы с параметром. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость несобственных интегралов с параметром /Пр/	4	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.8	Перестановка двух несобственных интегралов /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.9	Эйлеровы интегралы /Пр/	4	10	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3



10.10	Контрольная работа №9 /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
10.11	Интегралы, зависящие от параметра /Ср/	4	12	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 11. Интеграл Стильеса</b>				
11.1	Функции ограниченной вариации /Лек/	4	6	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
11.2	Интеграл Стильеса. Признаки существования интеграла Стильеса и его вычисление /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
11.3	Функции ограниченной вариации /Пр/	4	4	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
11.4	Интеграл Стильеса: определение и вычисление /Пр/	4	8	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
11.5	Контрольная работа №11 /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
11.6	Интеграл Стильеса /Ср/	4	7,9	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 12. Иная контактная работа</b>				
12.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	1	17,9	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2
12.2	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	2	17,9	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2
12.3	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	16,1	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2
12.4	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	4	16,1	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа  
Семестровая работа (типовой расчет)  
Задачи к зачету  
Вопросы к экзамену

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Типовые контрольные задания включают в себя типовой расчет (семестровую работу) и контрольные работы по



темам: числовые последовательности и ряды, функции: непрерывность и дифференцируемость, неопределенные интегралы, экстремумы функции многих переменных, кратные интегралы, криволинейные и поверхностные интегралы, функциональные последовательности и ряды, степенные ряды, интегралы с параметром, функции, полученные с помощью интегралов, интеграл Стильбеса. Примерные варианты контрольных работ и типового расчета прилагаются.

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

Семестр 1

1. Элементы математической логики.
2. Множества и отображения.
3. Элементарные функции.
4. Множество действительных чисел. Подмножества множества действительных чисел.
5. Кардинальные числа.
6. Принцип точной верхней грани. Аксиома Архимеда.
7. Основные принципы теории действительных чисел.
8. Предел последовательности и его свойства.
9. Критерий Коши сходимости последовательностей.
10. Критерий Вейерштрасса. Число  $e$ .
11. Подпоследовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
12. Сумма и сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов.
13. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения.
14. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости.
15. Знакопеременные ряды. Достаточные признаки сходимости.
16. Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды.
17. Предел функции в точке и его свойства.
18. Предел функции и арифметические операции. Предел функции и неравенства. Предел композиции функций.
19. Критерий Коши существования предела функции.
20. Замечательные пределы и эквивалентные функции.
21. Символы Ландау  $o$  и  $O$ .
22. Односторонние пределы. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация разрывов.
23. Глобальные свойства непрерывных функций.
24. Критерий непрерывности монотонной функции. Теорема об обратной функции.
25. Производная функции и ее свойства.
26. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
27. Формула Тейлора.
28. Достаточное условие экстремума. Выпуклость и вогнутость функции.
29. Правило Лопитала.
30. Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие приемы интегрирования. 31. Интегрирование рациональных функций.
32. Метод Остроградского.
33. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
34. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
35. Достаточные условия интегрируемости по Риману.
36. Свойства интеграла Римана.
37. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
38. Определение и свойства несобственного интеграла Римана.
39. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
40. Признаки Абеля – Дирихле сходимости несобственных интегралов.

Семестр 2

1. Определение конечномерного пространства. Его метрическая структура. Сходимость в метрическом пространстве. Полнота конечномерного пространства.
2. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Компакт в метрическом пространстве. Линейная и евклидова структура конечномерного пространства.
3. Предел функций многих переменных. Предел по множеству. Повторные пределы. Бесконечные пределы.
4. Непрерывность функции многих переменных в точке.



5. Функции, непрерывные на компакте. Вектор-функции.
6. Дифференцируемость функции в точке. Частные производные.
7. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных в точке. Матрица Якоби.
8. Дифференцируемость композиции и обратного отображения. Формула Лагранжа.
9. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.
10. Производная по направлению. Градиент.
11. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.
12. Простейшие варианты теоремы о неявной функции.
13. Теорема о неявной функции.
14. Необходимые условия экстремума функции многих переменных. Достаточные условия экстремума.
15. Условный экстремум. Теорема Лагранжа. Достаточные признаки условного экстремума.
16. Свойства декартовых произведений. Клетки. Клеточные множества в конечномерном пространстве.
17. Определение меры Жордана. Множества меры нуль.
18. Критерий измеримости. Свойства измеримых множеств.
19. Определение кратного интеграла Римана. Критерий интегрируемости. Достаточные условия интегрируемости.
20. Свойства кратного интеграла. Интеграл по множеству меры нуль.
21. Сведение двойного интеграла по прямоугольнику к повторному интегралу. Сведение кратного интеграла по элементарной области к повторному интегралу.
22. Формула замены переменных в кратном интеграле.
23. Несобственные кратные интегралы.

#### Семестр 3

1. Поверхности в конечномерном пространстве и касательные пространства.
2. Определение и свойства матрицы Грама.
3. Поверхностный интеграл первого рода и его свойства.
4. Дифференциальные формы. Ориентированные поверхности.
5. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.
6. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
7. Элементы векторного анализа.
8. Поточечная и равномерная сходимости функциональных последовательностей.
9. Равномерная сходимости функциональных последовательностей.
10. Непрерывность и интегрирование функциональных последовательностей.
11. Дифференцирование функциональных последовательностей.
12. Поточечная и равномерная сходимости функциональных рядов.
13. Равномерная сходимости функциональных рядов.
14. Непрерывность и интегрируемость функциональных рядов.
15. Дифференцируемость функциональных рядов.
16. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
17. Формула Коши – Адамара.
18. Свойства степенных рядов.
19. Ряды Тейлора.
20. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
21. Теорема Вейерштрасса.
22. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций.
23. Тригонометрическая система.
24. Равномерная сходимости ряда Фурье.
25. Признаки сходимости ряда Фурье в точке.
26. Принцип локализации.
27. Минимальное свойство частных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя.
28. Достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье.
29. Сходимости в среднем. Равенство Парсеваля.

#### Семестр 4

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Их непрерывность и интегрируемость.
2. Дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Их равномерная сходимости.
4. Непрерывность несобственных интегралов по параметру.



5. Интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
6. Дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
7. Перестановка двух несобственных интегралов.
8. Применение к вычислению некоторых интегралов.
9. Гамма-функция и ее свойства.
10. Бета-функция. Ее свойства и связь с гамма-функцией.
11. Представление функции интегралом Фурье.
12. Комплексная форма интеграла Фурье.
13. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.
14. Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемых функций.
15. Задача о распространении тепла в бесконечном стержне.
16. Асимптотические оценки интегралов Лапласа. Метод стационарной фазы.
17. Функции ограниченной вариации. Теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства.
18. Интеграл Стильбеса.
19. Признаки существования интеграла Стильбеса. Его вычисление.

#### 6.4. Критерии оценивания

Продолжительность зачета – 90 минут. На зачете выдается зачетная работа из 5 задач, взятых из вариантов контрольных работ, каждое задание оценивается в 2 балла. Если в течение семестра студент сдал все контрольные работы и типовой расчет, то зачет выставляется автоматом.

Продолжительность экзамена – 60 минут. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса (по 5 баллов). Всего за экзамен можно получить 10 баллов. Для выставления экзамена суммируются баллы зачета и экзамена.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации и переводятся в проценты (например, в первом семестре:  $28(\text{контрольные работы})+20(\text{типовой расчет})+10(\text{экзамен})=100\%$ ):  
0-64 % - неудовлетворительно (2);  
65-77 % - удовлетворительно (3);  
78-89 % - хорошо (4);  
90-100 % - отлично (5).

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для контрольной работы:

В каждом семестре 3, либо 2 контрольные работы. Максимальное количество баллов за контрольную зависит от количества заданий (каждое задание оценивается в 2 балла).

Оценка "зачтено" выставляется за 70% правильно выполненной контрольной работы, "не зачтено" - менее 70%. Например, если в контрольной 4 задания, то максимум за нее можно получить 8 баллов, при этом контрольная считается зачтенной, если набрано 6 баллов и более.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета (семестровая работа):

Семестровая работа выдается в каждом семестре. В семестровой работе 10-12 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов. Максимальное количество баллов за семестровую -20.

Оценка "зачтено" выставляется за 18-20 баллов, "не зачтено" - менее 18 баллов.

Требования к выполнению семестровых работ:

1. Каждый типовой расчет должен быть сделан в отдельной 18 листовой тетради в клетку, на титульном листе должны быть указаны ФИО, группа, тема типового расчета, дата сдачи, таблица с номерами задачи и строкой для баллов по каждой задаче.
2. Каждое задание должно начинаться с новой страницы и содержать: полную формулировку, решение, при необходимости графики и чертежи, ответ, проверку.
3. Если чертежи построены в программном пакете, они прикрепляются в качестве приложения.
4. Типовой расчет сдается согласно плану занятий преподавателю практики. Неверно сделанные задания переделываются после проверки и сдаются снова в течение двух недель.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
---------	----------	---------------	--------



	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Протасов Ю. М.	Математический анализ: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=115118">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=115118</a> )	Москва : ФЛИНТА, 2024	ЭБС
Л1.2	Шершнева В.Г.	Математический анализ: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=419610">https://znanium.com/catalog/document?id=419610</a> )	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2023	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Чуешева Н. А.	Введение в математический анализ: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=481496">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=481496</a> )	Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2015	ЭБС

#### 7.1.3. Методические разработки

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л3.1	Свиридюк Г. А., Федоров В. Е.	Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие ( <a href="http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007939/007939">http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007939/007939</a> )	Челябинск : [б. и.], 1999	ЭБС
Л3.2	Свиридюк Г. А., Кузнецов Г. А.	Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие	Челябинск : ЧелГУ, 2000	

#### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт <a href="http://www.rfbr.ru/rffi/ru">http://www.rfbr.ru/rffi/ru</a>
Э3	Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий РAE <a href="https://www.monographies.ru/">https://www.monographies.ru/</a>

#### 7.3 Перечень информационных технологий

##### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

OpenOffice

##### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

2. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа



студента.

На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях рассматриваются основные методы и приемы решения задач дискретной математики. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

## **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности)  
02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные  
методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 18

индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Примерные варианты контрольных работ  
по математическому анализу

№ задания	Задание	Кол-во баллов
Контрольная работа №1 «Числовые последовательности и ряды»		
1	Показать по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \operatorname{arctg}(n)}{n^2 + 1} = \frac{\pi}{2}$	1
2	Найти предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n-2} \right)^{2n+4}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{\sqrt{3+n} - \sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}} \right)$	2
3	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+5)}$	1
4	Исследовать на сходимость ряды: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!};$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^n;$ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+2}{n(n+2)}.$	3
5	Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{3n+1}{3n-1} \right)^{5n+2}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{\ln n}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(3n+2)}{n+2} \arccos\left(\frac{2}{n+1}\right)$	3
Контрольная работа №2: «Функции: непрерывность и дифференцируемость»		
1	Найти производную $y = \frac{x^3(3x+4)}{(x+1)^3}$ $x \cos \pi y - \sin \pi x = x - 1$	2

2	<p>Найти предел функции, не применяя правило Лопиталья.</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - \operatorname{arctg} x}{\ln(1+x^3)}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 7}{4x^2 - 2x + 8}$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}{x-4}$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 5x} + x)$	2
3	<p>Найти точки разрыва функции и установить их характер</p> $y(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & x < -2 \\ \sqrt{4-x^2}, & -2 \leq x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$	2
4	<p>Провести полное исследование и построить график <math>y = 2x + 4\operatorname{arcc}tg x</math></p>	4
Контрольная работа №3: «Неопределенные интегралы»		
1	$\int (2x+1)e^x dx$	1
2	$\int \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-4x+8}} dx$	1
3	$\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$	1
4	$\int x^2 \ln^2 x dx$	1
5	$\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$	1
6	$\int \frac{x+1}{2x^2-x+3} dx$	1
7	$\int \frac{x\sqrt[3]{x+2} dx}{x+\sqrt[3]{x+2}}$	1

8	$\int \frac{\sin 2x dx}{\cos^3 x}$	1
9	$\int x \cos \sqrt{x} dx.$	1
10	$\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 6 \sin x + 5}$	1

Контрольная работа №4 «Экстремумы функции многих переменных»

1	Найти следующий двойной предел: $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}$	3
2	Найти $du$ , если $u = \arcsin \frac{y \sin(zx - 3)}{z - 1} + \ln^x z$	4
3	Исследовать функцию на экстремум $z = \frac{1 + x - y}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}$	4
4	Найти условный экстремум функции $u = xy, x + y = 1$	4

Контрольная работа №5 «Кратные интегралы»

1	Двойным интегрированием вычислить объем тела, ограниченного следующими поверхностями: $z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 = x, \quad x^2 + y^2 = 2x,$	3
2	Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2), \quad x^2 + y^2 \geq a^2$	3
3	Найти площадь части поверхности: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , заключенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2x$	3
4	Найти объем тела, ограниченного следующими поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 2az, \quad x^2 + y^2 \leq z^2$	3

5	Поменять порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) dy,$	3
Контрольная работа №6 «Криволинейные и поверхностные интегралы»		
1	Вычислить криволинейный интеграл первого рода по плоской кривой $\Gamma$ : $\int_{\Gamma} (3x+2y) ds,$ где $\Gamma = ABOA$ , $A(1;0)$ , $B(0;2)$ , $O(0;0)$	2
2	Вычислить криволинейный интеграл по плоской кривой $\Gamma$ : $x^2 + y^2 = ax$ $\int_{\Gamma} (x-y) ds$	2
3	Вычислить криволинейный интеграл второго рода по плоской кривой $\Gamma$ , пробегаемой в направлении возрастания её параметра $x$ $\int_{\Gamma} \frac{y}{x} dx + dy,$ где $\Gamma: y = \ln x, 1 \leq x \leq e$	2
4	Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл по замкнутой кривой $\Gamma$ , пробегаемой в положительном направлении $\int_{\Gamma} (y-x^2) dx + (x+y) dy,$ $\Gamma: 0 < r < R, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$	2
5	Посчитать интеграл $\iint_S (x^2 + y^2) dS,$ $S: x^2 + y^2 + z^2 = R^2$	2
Контрольная работа №7 «Функциональные последовательности и ряды»		
1	Найти предельную функцию $f_n(x) = \frac{x - nx + 1}{n - x^2}$	2
2	Исследовать на равномерную сходимость на множестве $f_n(x) = e^{-nx}, E = (0,1), E = [1, +\infty)$	2
3	Найти области абсолютной (условной) сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^n$	2

4	Исследовать ряд на абсолютную (условную) сходимость на множестве $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x}{1+n^4x^2}, \quad 0 \leq x < +\infty$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sin x}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$	4
Контрольная работа №8 «Степенные ряды»		
1	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n$	1
2	Найти область сходимости обобщенного степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+2} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{n+1}$	2
3	Напишите разложение функции в степенной ряд относительно $x$ $f(x) = \frac{12-5x}{6-5x-x^2}$ $f(x) = x \operatorname{arctg}(x) - \ln\sqrt{1+x^2}$ $f(x) = \ln^2(1-x)$	3
4	Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = x \cos(x)$ на промежутке $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$	2
5	Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n(2n-1)}$ $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1}$	2
Контрольная работа №9 «Интегралы с параметром»		

1	Найти $F'(x)$ , если $F(x) = \int_1^x \frac{\ln(1+xt)}{t} dt$	2
2	Исследовать на непрерывность в указанном промежутке $\int_0^{+\infty} \alpha e^{-x\alpha^2} dx \quad \text{при } -\infty < \alpha < +\infty$	2
3	Вычислить, используя интегрирование или дифференцирование по параметру $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(\alpha x)}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx$	2
4	Найти интегралы, пользуясь интегралами Эйлера-Пуассона, Дирихле или Фруллани $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha x^2} \cos(\beta x) dx \quad (\alpha > 0)$	2
5	С помощью Эйлеровых интегралов вычислить $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{x}}{(1+x)^2} dx$	2
Контрольная работа №10 «Функции, полученные с помощью интегралов»		
1	Найти преобразование Лапласа функции $f(t)$ $f(t) = te^{-at}$	2
2	Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = xe^{-x^2}$	2
3	Найти преобразование Фурье функции $f(x) = e^{-\alpha x }, \quad \alpha > 0$	3
4	Найти функцию $\varphi(x)$ , если $\int_0^{+\infty} \varphi(y) \cos(xy) dy = \frac{1}{1+x^2}$	3

## Требования к выполнению семестровой работы:

1. Каждая семестровая работы должна быть сделана в отдельной 18 листовой тетради в клетку, на титульном листе должны быть указаны ФИО, группа, тема семестровой работы, дата сдачи, таблица с номерами задачи и строкой для баллов по каждой задаче.

2. Каждое задание должно начинаться с новой страницы и содержать: полную формулировку, решение, при необходимости графики и чертежи, ответ, проверку.

3. Если чертежи построены в программном пакете, они прикрепляются в качестве приложения.

4. Семестровая работа сдается согласно плану занятий преподавателю практики. Неверно сделанные задания переделываются после проверки и сдаются снова в течение двух недель.

### *Примерный вариант семестровой работы*

#### *Вариант №1*

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2n+1} = 2$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

**Задача 6.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

**Задача 7.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

**Задача 8.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}.$$

